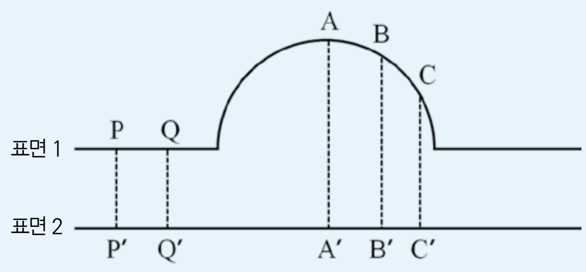
출제문제

〈가〉

실제로 문제는 간단하다. 관찰자인 우리는 한 개체를 우리가 구분하기에 따라 여러 영역에서 살필 수 있다. 한편으로 우리는 체계의 구성요소들이 작업하는 영역, 곧 체계 안의 상태와 구조변화의 영역에서 체계를 살필 수 있다. 이 경우 구성요소들의 작업(체계 내부의 역동성)과 환경은 무관하다. 그러나 다른 한편으로 우리는 개체와 환경의 상호작용을 살필 수 있으며 나아가 이 상호작용의 역사를 기술할 수 있다. 이 관점에서 관찰자는 환경의 속성과 개체의 행동 사이에서 특정관계들을 찾아낼 수 있는데, 이때 개체의 내부 역동성은 이것과 무관하다.

우리가 기술할 수 있는 이 두 영역 자체는 문제될 것이 없다. 오히려 개체를 깊이 이해하려면 둘 다 필요하다. 이때 개체와 환경 사이의 상관관계를 산출하는 것은 거리를 두고 바라보는 관찰자 자신이다. 환경의 어떤 속성들이 체계의 구조변화를 유발할 수 있는지 규정하고, 나아가 체계의 구조가 체계의 상호작용을 결정한다고 말하는 것도 관찰자 자신이다. 환경이 체계의 구조변화를 결정하거나 명령하지 않는다고 말하는 것도 관찰자다. 우리가 때때로 어려움에 빠지는 까닭은 이렇다. 한 영역에서 다른 영역으로 자기도 모르게 옮아가고, 그렇게 둘을 함께 본 것을 바탕으로 자기가 산출한 상관관계를 개체의 작업에 실제로 관여하는 구성요소로 착각하는 것이다. 문제가 되는 두 영역을 잘 구분할 수 있다면 이런 혼란은 자연히 풀린다. 두 개의 관점이 존재하는 것이다. 그리고 우리가 만들어낸 더 큰 영역 안에서 이 두 관점을 관련시키는 것이다.

〈나〉



그림에서 보는 바와 같이 바깥쪽으로 갈수록 점점 커다란 유리 평면이 되도록 만들어진 큰 유리 반구체를 상상해보자. 이는 혹이 달린 평면으로 이루어진 〈표면 1〉과 같이 보일 것이다. 이 표면 위를 올라가는 사람들은 그곳의 모양을 기하학적 측정에 의해서 결정할 수 있다. 불투명한 〈표면 2〉가 〈표면 1〉의 평면 부분과 평행하도록 놓이고 수직의 빛이 위로부터 내리비쳐 유리 표면 위에 있는 모든 대상의 그림자를 〈표면 2〉 위에 드리운다고 가정해보자. 물론 〈표면 1〉 위에서 사람들이 사용하는 모든 측정막대도 〈표면 2〉 위에 그림자를 드리운다. 이 경우 〈표면 1〉 위에서 사람들이 한 측

정에 의하면 AB의 거리와 BC의 거리는 같지만 〈표면 2〉 위에서 이에 대응하는 A'B'의 거리와 B'C'의 거리는 같지 않다.
이제 〈표면 2〉에도 사람이 산다고 가정하고 여기에 또 다른 가정을 추가해보자. 〈표면 2〉에는 장소에 따라 측정막대를 변화시키는 신비로운 어떤 힘이 있고, 결국 측정막대의 길이는 이들에 대응하는 〈표면 1〉로부터 투사된 그림자 길이에 정확하게 비례해서 변화한다고 해보자. 그리고 〈표면 2〉의 사람들 역시 그 힘의 영향을 받아 그런 변화를 전혀 지각하지 못한다. 〈표면 2〉 위의 사람들은 어떤 종류의 측정 결과를 얻을까? 외곽의 평면에서는 아무 것도 변하지 않을 것이다. PQ의 거리는 그것이 〈표면 2〉 위에 투사된 P'Q'의 거리와 같다. 그러나 유리로 된 반구체 밑의 중앙 부분은 앞에서 설명한 측정 결과와는 다를 것이다. 그림자의 길이에 비례해서 변화된 측정막대로 인해 A'B'의 거리와 B'C'의 거리는 같게 측정될 것이기 때문이다. 만약 두 세계의 사람들은 서로 상대방에 대해 전혀 모르고 〈표면 2〉를 외부로부터 바라볼 수 있는 관찰자는 아무도 없다고 한다면, 〈표면 2〉의 사람들은 그들의 표면의 모양에 대해 무엇이라고 주장할 것인가? 그들은 분명히 〈표면 1〉의 사람들과 똑같이 말할 것이다. 그들은 자신들이 가운데에 반구체를 가진 평면 위에 살고 있다고 할 것이다.

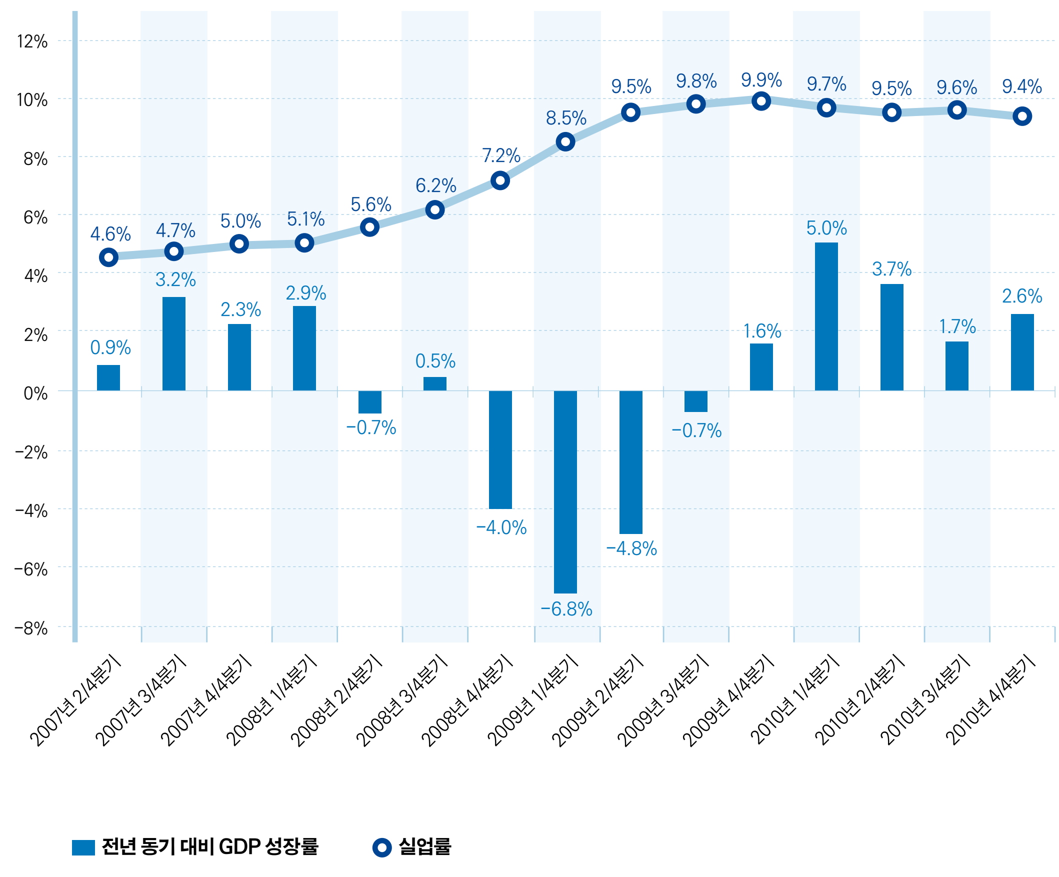
〈다〉

사람들이 '도서관'이라고 부르는 우주는 무한개의 정육면체 진열실들로 구성되어 있다. 그 어떤 진열실에서도 끝없이 뻗어 있는 모든 위층들과 아래층들이 훤히 드러나 보인다. 진열실들의 배치 구도는 일정하다. 각 진열실에는 두 면을 제외하고 각 면마다 다섯 개씩 모두 스무 개의 책장들이 들어서 있다. 책장이 놓여 있지 않은 두 면들 중 하나는 비좁은 현관으로 통해 있다. 현관에는 거울 하나가 있다. 그 거울은 겉모양을 충실하게 복제한다. 사람들은 이 거울을 통해 도서관은 무한하지 않다는 결론에 도달하곤 한다. 하지만 나는 그 반짝거리는 표면이 무한을 반영할 뿐만 아니라 그것을 확증시켜 준다고 상상하기를 좋아한다. 나는 도서관은 끝이 없다고 단언한다. 지금으로서는 옛날부터 내려오는 격언을 되풀이 하는 것으로 족하리라. "도서관은 구체(球體)로 되어 있다. 그것의 정중심은 정육면체이고, 그것의 원주는 측정이 불가능하다."
내 말은 세계가 무한하다는 생각이 결코 비논리적인 것은 아니라는 것이다. 세계가 유한하다고 생각하는 사람들은 저 아득한 곳에 이르면 그들이 상상하는 어떤 모습으로든 복도와 계단과 정육면체 진열실들이 끝날 것이라고 가정한다. 반대로 세계가 무한하다고 생각하는 사람들은 가능한 책의 수에는 한계가 있다는 점을 망각하고 있다. 나는 그 오래된 문제에 대해 다음과 같은 해결책을 제시하고자 한다. "도서관은 한계가 없지만 반복적이고 순환적이다." 만약 어떤 영원한 순례자가 어느 방향에서 시작했든지 간에 도서관을 가로질렀다고 하자. 몇 세기 후에 그는 똑같은 무질서(이 무질서도 반복되면 질서가 되리라, 신적인 질서) 속에서 똑같은 책들이 반복되고 있음을 확인하게 되리라. 나는 고독 속에서 이 아름다운 기다림으로 가슴이 설레고 있다.

1.

**제시문 〈가〉와 〈나〉를 활용하여 〈다〉의 화자가 문제해결에 이르는 방법을 설명하고,
그것을 토대로 다음의 갑과 을의 입장 차이를 해결할 수 있는 방법을 설명하시오. (1,000±100자)**

갑은 GDP 성장률을 근거로 미국 경제가 위기를 벗어났다고 주장하는 반면,
을은 실업률을 근거로 미국 경제가 위기의 한 가운데 있다고 주장한다.



출제문제

⟨가⟩

함수 $f(x)$가 에서 그것의 테일러급수의 합과 같다고 하자. 즉,

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$
$$= f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \cdots.$$

여기서 $f^{(0)}(a)=f(a),\ f^{(1)}(a)=f'(a),\ f^{(2)}(a)=f''(a),\ f^{(3)}(a)=f'''(a)\cdots$이다. 이 급수의 부분합인 n차 다항식

$$T_n(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

을 $x=a$에서 $f(x)$의 n차 테일러다항식이라고 부른다. 이 때,

$\lim_{n\to\infty} T_n(x) = f(x)$ 이고,

$T_n(x)$를 $f(x)$의 근사(approximation)로 사용할 수 있다.
함수 $f(x)$와 $f(x)$의 일차 테일러다항식

$T_1(x) = f(a) + f'(a)(x-a)$는

x-a에서 순간변화율이 같기 때문에 $x=a$근방에서 $f(x)$의 일차함수 근사 중 가장 좋은 것은 $f(x)$의 일차 테일러다항식이다. 다른 관점에서 $f(x)$의 일차함수 근사를 영역의 넓이 등의 기준에서 생각해 볼 수 있다. 예를 들어, $f(x)$가 닫힌 구간에 $[0, t\,](t>0)$서 $f^{(n)}(x)(n=1, 2, 3, \cdots)$가 존재하고

① <u>$f''(x)>0$</u> 라고 했을 때,

곡선 $y=f(x),\ y=T_1(x), x=0, x=t$로 둘러싸인 영역의 넓이가 최소가 되게 하는 ② <u>x축 위의 점 a</u> $(0 \le a \le t\,)$를 찾는 문제이다.

③ <u>한편 테일러다항식 $T_n(x)$는 차수 n이 커질수록 더 많은 항을 갖기 때문에 더 좋은 근사가 되는 것처럼 보인다. 예를 들어 $x>0$일 때, e^x는</u> <u>$x=0$에서 다음의 테일러급수의 합과 같다.</u>

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} \cdots$$

이 경우에 처음 세 개의 테일러 다항식

$$T_1(x) = 1 + x,\quad T_2(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!},\quad T_3(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$$

을 보면 $T_2(x)$는 $T_1(x)$보다, $T_3(x)$는 $T_2(x)$보다 e^x에 더 좋은 근사임을 알 수 있다. 그러나 어떤 함수의 경우에는, 그것의 테일러다항식이 그 차수가 크다고 반드시 더 좋은 근사가 되는 것은 아니다.

〈나〉

다윈의 진화론이 많은 사람의 저항을 받았던 가장 큰 이유는 인간이 다른 생명체에 비해 특별히 우월한 지위에 있다는 기존의 세계관을 부정했기 때문이다. 유전체학(genomics)이 발달함에 따라 이 기존의 세계관은 또 다시 도전에 직면했다. 기대와는 달리, 인간의 유전체(게놈, genome)는 전혀 특별하지 않았다.

모든 생명체는 고유한 유전체의 크기(각 세포당 총 DNA 양)를 갖게 된다(〈표 1〉 참조). 대체로 복잡한 구조의 생물체일수록(세포가 많거나 기관이나 구조가 복잡할수록) 각 세포에 포함되어 있는 DNA의 양이 더 많은 경향을 보인다. 일반적으로 원핵생물은 진핵생물보다 적은, 그리고 효모는 포유류보다 적은 DNA를 각 세포에서 가진다. 인간 세포는 예쁜꼬마선충 혹은 초파리 세포보다 더 많은 DNA를 가지는 반면, 몇몇 생물체들은 인간 세포보다 더 많은 DNA를 가진다. 원생동물의 하나인 아메바는 인간의 약 200배 크기의 유전체를 가진다. 또한 아메바보다 인간에 훨씬 더 가깝다고 생각되는 폐어의 일종은 인간에 비해 약 40배 크기의 유전체를 가진다. 그렇다면 왜 각 생물체는 다른 양의 DNA를 가지는가? 인간 유전체는 거의 대부분의 영역에서 단백질 혹은 기능이 알려진 RNA 정보를 보유하고 있지 않다. 한편 기능이 아직 확인되지 않은 부분의 DNA들은 '정크(junk)' DNA라고 불린다. 물론 이들의 기능이 우리에게 아직 알려져 있지 않다고 해서 꼭 필요 없지는 않을 것이다.

세포당 전체 유전체의 크기, 즉 DNA 자체의 양이 사람을 특별한 혹은 우월한 그룹으로 분류해 내지 못한다면 유전자(gene)의 경우는 어떠할까? 유전자 역시 일반적으로 생명체가 더 복잡할수록 그 수가 더 많아지는 경향이 있기는 하다. 바이러스는 몇 개 혹은 수십 개의 유전자를, 원핵생물은 수백에서 수천의 유전자를 가진다. 진핵생물인 효모의 경우는 원핵생물인 대장균보다 훨씬 더 크고 복잡한 세포 구조를 가지고 있고, 약 6,000개의 유전자를 갖지만 그 수는 원핵생물인 대장균의 두 배도 채 되지 않는다.

후생동물(metazoan)은 대개 수만 개의 유전자를 가지고 있다. 그러나 심지어 같은 척추동물끼리도, 그 개체의 복잡성과 그 유전체의 크기 혹은 그 유전자의 수와의 상관관계가 단순하지는 않다. 두 척추동물, 인간과 복어에서 복어의 유전자 수가 인간의 유전자 수보다 많지만 유전체의 크기는 도리어 인간이 복어보다 약 10배 정도 더 크다. 놀랍게도 겨우 1,000여 개의 세포로 이루어진 예쁜꼬마선충은 훨씬 더 복잡한 구조의 생명체인 초파리에 비해 더 많은 유전자를 갖고 있는데 이는 인간의 유전자 수와 그리 큰 차이가 없다.

생물체	세포당 염기쌍 수 (유전체 크기)	유전자 수
대장균 바이러스 ΦX174	5,000	10
인플루엔자 바이러스	13,600	10
대장균(원핵생물)	4,639,000	4,380
효모(진핵생물)	12,495,000	5,770
예쁜꼬마선충	100,258,000	19,100
애기장대(개화식물)	115,410,000	25,500
초파리	122,654,000	13,480
복어	3.65×10^{8}	약 38,000
인간	3.3×10^{9}	약 25,000
밀	1.6×10^{10}	약 30,000
아프리카 폐어	1.33×10^{11}	알려지지 않음
아메바(원생동물)	6.7×10^{11}	알려지지 않음

〈표 1〉 생물체별 유전체 크기와 유전자 수의 사례

〈다〉

많은 사람들은 욕망이 충족되면 행복하다고 생각한다. 더욱이 다양한 욕망이 충족될수록 더 행복해진다고 생각한다. 하지만 욕망을 추구하다 보면 욕망의 잇따른 충족이 행복의 취득과 반드시 비례 관계를 갖는 것은 아니라고 느끼게 되는 경우가 있다. A는 젊었을 때 소박한 사람이었다. 그의 욕망은 작았다. 그는 음악을 좋아했다. 그러나 우선 돈이 없었고, 그러다 보니 음악과 관련된 레슨과 교본에 재화를 투여할 여력이 없었던 것이다. 하지만 그에게는 싸구려 기타가 있었다. 기타 한 대만으로도 그는 10년 이상이 즐거웠다. 세월이 흐르자 A에게도 돈을 잡을 수 있는 기회가 왔다. 누구나 한때는 경제적으로 풀리는 시절이 오게 마련인가 보다. 그런데 A가 나이가 들어가면서 돈을 꽤 벌게 되자 생활이 많이 달라졌다. 돈을 많이 갖게 되면서 그동안 몰랐던 욕망에 눈 뜨게 되거나 잠재해 있던 욕망이 수면 위로 떠올랐다.

수가 늘어가는 욕망을 버는 돈으로 자꾸 충족해 가면서 그는 즐거웠다. 기타 한 대만으로 즐거웠던 시절도 좋았지만, 수가 늘어가는 욕망을 자꾸만 충족시키는 것도 즐거웠다. 담백하게 사는 것도 재미였고 좀 더 다양하고 자극적으로 사는 것도 재미였다. 그런데 채우려는 욕망의 숫자가 어느 지점

을 넘어서자 묘한 상황이 발생했다. 욕망의 종류가 늘면서 그것이 채워져도 그것에 만족하고 그치게 되는 것이 아니었다. 충족된 욕망의 수보다 더 많은 욕망이 생겨났다. 하지만, 욕망의 증가와 더불어 돈이 기계적으로 비례하여 늘어나지는 않았다. 돈을 처음에 좀 만지기 시작했을 때는 몇 가지 수의 욕망이 채워질 때 A는 많은 행복감을 느꼈으나, 욕망 충족과 행복감의 수반 관계는 욕망의 수가 늘어나면서 그대로 이어지지 않았다. A는 이제 욕망 충족과 행복의 관계에 대해서 무언가를 느끼기 시작했다. 어느 지점까지 욕망이 충족되면 행복감도 그에 따라서 증가하지만, 욕망의 가짓수가 어느 선을 넘어가면 원하는 만족감을 느낄 수 없는 것이 아닌가라는 자각이 다가왔다. 삶의 과정을 겪어 가면서 A는 일종의 철학적인 질문을 던지게 되었다. '삶이란 무엇인가?' '무엇이 행복한 삶인가?' 그리하여 A는 이와 같은 상황에서 정신적으로나 육체적으로 만족스런 상태를 지속시키는 방법이 어떤 것일지에 대해 곰곰이 생각해 보게 되었다. 그는 어떤 해결책에 도달할 것인가?

2-1.

a. **제시문 〈가〉 ②의 를 구하시오. 그리고 제시문 〈가〉 ①의 $f''(x) > 0$를 $f''(x) < 0$로 바꿀 때 영역의 넓이가 최소가 되게 하는 a를 구하시오(풀이 과정과 답을 모두 쓰시오).**

b. **$-\infty < x < \infty$에 대해 $f(x) = \sin x + \cos x$는 $x=0$에서 그것의 테일러급수의 합과 같다. 여기서 일차, 이차, 삼차 테일러다항식 $T_1(x)$, $T_2(x)$, $T_3(x)$,를 구하고, 이들을 이용하여 제시문 〈가〉 ③의 내용을 설명하시오(풀이 과정과 답을 모두 쓰시오).**

2-2.

제시문 〈나〉의 유전체, 유전자, 생명체의 복잡성 사이의 관계와 제시문 〈다〉의 욕망 충족과 행복의 관계를 각각 요약하고, 이를 제시문 〈가〉 ③의 내용과 연관시켜 논하시오. (700±70자)