5. 논술우수전형 <자연계> : 2교시

5-❶ [수학1]

1. 일반정보

유 형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목)/문항번호	<자연계> : 2교시 / 수학1	
출제범위	**교육과정 과목명**	수학 I, 미적분 II
	핵심개념 및 용어	이차방정식, 도형의 방정식, 함수의 최대 최소
답안 작성 시간	30분 / 전체 100분	

2. 문항 및 자료

[수학 1]

다음 <제시문1>, <제시문2>를 읽고 [수학 1 - i], [수학 1 - ii]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문 1>

원 $C: x^2+y^2=4$와 두 점 $\mathrm{P}(0,2)$, $\mathrm{Q}(0,-1)$이 주어져 있다. 점 Q를 지나는 직선 L이 원 C와 만나는 두 점을 각각 R, S라 한다.

<제시문 2>

함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속이면 이 구간에서 함수 $f(x)$는 최댓값과 최솟값을 가진다.

[수학 1 - i] 직선 L의 기울기를 실수 m $(-2 \le m \le 2)$이라고 할 때, <제시문1>의 삼각형 PRS의 세 변의 길이의 제곱의 합 $\overline{\mathrm{PR}}^2+\overline{\mathrm{RS}}^2+\overline{\mathrm{SP}}^2$이 최대가 되는 m의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

[수학 1 - ii] 직선 L의 기울기를 실수 m $(-2 \le m \le 2)$이라고 할 때, <제시문1>의 삼각형 PRS의 넓이가 최대가 되는 m의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

3. 출제 의도

주어진 기하학적 정보를 수식화하고 이를 수학적으로 분석하는 능력은 이과 과정 전반에 거쳐 필수적으로

요구되는 능력이다. 본 문제는 제시문에서 주어진 내용을 이용하여 삼각형의 변의 길이의 제곱의 합, 삼각형의 넓이 등의 기하학적 양을 수식화하고 적절한 수학이론을 적용하여 필요한 기하학적 성질을 얻어낼 수 있는지를 평가하는 문제이다. 고교 교과 과정 중 이차방정식, 도형의 방정식, 함수의 최대 최소 등의 영역에서 출제되었다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문 1	교육과정	**[수학 I] - (다) 도형의 방정식 3 원의 방정식** 원의 방정식을 구할 수 있다. 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.
	성취기준·성취수준	**[수학 I] - (3) 도형의 방정식-(다) 원의 방정식** 수학1332-1. 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 말할 수 있다.
제시문 2	교육과정	**[미적분 II] - (다) 미분법 2 도함수의 활용** 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
	성취기준·성취수준	**[미적분 II] - (3) 미분법 - (나) 도함수의 활용** 미적2322. 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
문제1 - i	교육과정	**[수학 I] - (가) 방정식과 부등식 1 복소수와 이차방정식** ④이차방정식에서 근과 계수의 관계를 이해한다, **[미적분 II] - (다) 미분법 2 도함수의 활용** 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
	성취기준·성취수준	**[미적분 II] - (3) 미분법 - (나) 도함수의 활용** 미적2322. 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
문제 1-ii	교육과정	**[수학 I] - (가) 방정식과 부등식 1 복소수와 이차방정식** ④이차방정식에서 근과 계수의 관계를 이해한다. 수학1214. 이차방정식에서 근과 계수의 관계를 이용하여 문제를 해결할 수 있다. **[미적분 II] - (다) 미분법 2 도함수의 활용** 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
	성취기준·성취수준	**[수학 I] - (가) 방정식과 부등식 1 복소수와 이차방정식** ④이차방정식에서 근과 계수의 관계를 이해한다. 수학1214. 이차방정식에서 근과 계수의 관계를 이용하여 문제를 해결할 수 있다. **[미적분 II] - (3) 미분법 - (나) 도함수의 활용** 미적2322. 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

※ 1. 교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8] "수학과 교육과정"
2. 교육과학기술부 발간 「2009 개정 교육과정에 따른 성취기준·성취수준: 고등학교 수학」(교육과학기술부 발간등록번호 11-1341000-002322-01)

나) 자료 출처

교과서 내				
도서명	**저자**	**발행처**	**발행연도**	**쪽수**
수학 I	김창동 외	교학사	2017.3.1	63-65, 155-165
수학 I	황선욱 외	좋은책 신사고	2016.3.1	59-63, 146-154
미적분 II	김원경 외	비상교육	2016.3.1	100-105, 115-121
미적분 II	황선욱 외	좋은책 신사고	2017.3.1	100-103, 115-120

5. 문항 해설

본 문제는 제시문을 읽고 직선과 원 사이의 기하학적 정보를 적절히 수식화 할 수 있는지, 미분을 이용하여 주어진 수식의 최댓값을 구할 수 있는지, 그리고 이를 논리적으로 설명할 수 있는지를 평가한다.

[1- i] 제시문의 삼각형의 세변의 제곱의 합을 직선의 기울기의 함수로 나타내고 미분법을 적용하여 최댓값을 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[1- ii] 삼각형의 넓이를 직선의 기울기의 함수로 나타내고 미분법을 이용하여 최댓값을 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1- i	세변의 제곱의 합을 m을 이용하여 나타낼 수 있다.	10점
	세변의 제곱의 합이 최대가 되는 m을 구할 수 있다.	5점
1- ii	삼각형의 넓이를 m을 이용하여 나타낼 수 있다.	8점
	삼각형의 넓이의 미분을 구할 수 있다.	4점
	삼각형의 넓이가 최대가 되는 m을 구할 수 있다.	3점

7. 예시 답안

[수학 1- i]

직선 L의 방정식: $y=mx-1$ 를 원 C와 연립하면

$$(m^2+1)x^2-2mx-3=0 \qquad \text{---- } (*)$$

이 방정식의 두 해를 α, β (단, $\alpha<0, \beta>0$)라 하자.

일반성을 잃지 않고 $\mathrm{R}(\alpha, \mathrm{m}\alpha-1)$ $(\alpha<0)$, $\mathrm{S}(\beta, \mathrm{m}\beta-1)$ $(\beta>0)$라 두면,

$\overline{\mathrm{PR}}^2=\alpha^2+(m\alpha-1-2)^2=(m^2+1)\alpha^2-6m\alpha+18.$

$\overline{\mathrm{SD}}^2=\beta^2+(m\beta-1-2)^2=(m^2+1)\beta^2-6m\beta+18.$

$\overline{\mathrm{RS}}^2=(\alpha-\beta)^2+\{m\alpha-1-(m\beta-1)\}^2=(m^2+1)(\alpha-\beta)^2.$

$I=\overline{\mathrm{PR}}^2+\overline{\mathrm{RS}}^2+\overline{\mathrm{SD}}^2$ 라 두고 이를 대입하면

$$I=(m^2+1)(\alpha^2+\beta^2)-6m(\alpha+\beta)+18+(m^2+1)(\alpha-\beta)^2$$
$$=(m^2+1)\{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\}-6m(\alpha+\beta)+18+(m^2+1)\{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta\}$$

(*)로 부터

$$\alpha+\beta=\frac{2m}{m^2+1}, \qquad \alpha\beta=\frac{-3}{m^2+1} \qquad \text{---- (**)}$$

가 성립하므로,

$$I=(m^2+1)\left\{\left(\frac{2m}{m^2+1}\right)^2+\frac{6}{m^2+1}\right\}-6m\frac{2m}{m^2+1}+18+(m^2+1)\left\{\left(\frac{2m}{m^2+1}\right)^2+\frac{12}{m^2+1}\right\}$$
$$=32+\frac{4}{m^2+1}$$

양변을 미분하면

$$I'(m)=\frac{-8m}{(m^2+1)^2}$$

따라서 $I'(x)=0$에서 $m=0$을 얻고, 증감을 조사하면

m	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2
$I'(m)$		$+$	0	$-$	
$I(m)$		↗	36	↘	

따라서 $m=0$에서 최댓값을 가진다.

[수학 1-ⅱ]

삼각형 PRS의 넓이의 넓이를 A라 하면,

삼각형 PRS의 넓이 = 삼각형 PRQ의 넓이 + 삼각형 PQS의 넓이이므로

$$A=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot(-\alpha)+\frac{1}{2}\cdot 3\cdot\beta=\frac{3}{2}(\beta-\alpha).$$

그런데 [수학 1- ⅰ]의 (**)로 부터

$$\beta-\alpha=\sqrt{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}=\sqrt{\left(\frac{2m}{m^2+1}\right)^2+\frac{12}{m^2+1}}=\frac{2\sqrt{4m^2+3}}{m^2+1}$$

이므로

$$A(m)=\frac{3\sqrt{4m^2+3}}{m^2+1}. \qquad (-2\le m\le 2)$$

함수 $A(m)$에 자연 로그를 취하고

$$\ln A = \ln 3 + \frac{1}{2}\ln(4m^2+3) - \ln(m^2+1)$$

양변을 미분하면

$$\frac{A'}{A} = \frac{4m}{4m^2+3} - \frac{2m}{m^2+1} = \frac{-2m(2m^2+1)}{(4m^2+3)(m^2+1)}$$

따라서

$$A' = \frac{-6m(2m^2+1)\sqrt{4m^2+3}}{(4m^2+3)(m^2+1)^2}$$

$A'(x)=0$에서 $m=0$을 얻고, 증감을 조사하면

m	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2
$A'(m)$		$+$	0	$-$	
$A(m)$		↗	$3\sqrt{3}$	↘	

따라서 $m=0$에서 최댓값을 가진다.

5-❷ [수학2]

1. 일반정보

유 형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목)/문항번호	<자연계> : 2교시 / 수학2	
출제범위	교육과정 과목명	미적분 I, 수학 II
	핵심개념 및 용어	미분계수, 수열의 합
답안 작성 시간	30분 / 전체 100분	

2. 문항 및 자료

[수학2]

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [수학 2 - i] ~ [수학 2 - iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문 1>

함수 $g(x)$가 실수 a를 포함하는 어떤 열린 구간에 속하는 모든 x에 대하여 $g(x) \le g(a)$를 만족하면 함수 $g(x)$는 $x=a$에서 극댓값을 가진다고 한다.

<제시문 2>

함수 $g(x)$가 실수 a를 포함하는 어떤 열린 구간에 속하는 모든 x에 대하여 $g(x) \ge g(a)$를 만족하면 함수 $g(x)$는 $x=a$에서 극솟값을 가진다고 한다.

<제시문 3>

$x_0, x_1, x_2, \cdots, x_{2018}$은 $x_0=0$, $x_{2018}=100$과 $x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_{2018}$을 만족하는 실수이다. 닫힌 구간 $[0,100]$에서 정의된 연속함수 $f(x)$는 다음을 만족한다.

(1) $f(0)=\sqrt{2}$, $f(100)=\sqrt{3}$

(2) $f(x)$는 $x=x_l$ $(l=1,3,5,\cdots,2017)$에서 극댓값을 가지고 $x=x_m$ $(m=2,4,6,\cdots,2016)$에서 극솟값을 가진다.

(3) 2018 이하의 임의의 자연수 k에 대하여 열린 구간 (x_{k-1}, x_k)에서 $f'(x)$는 연속이며 $f'(x)=2$ 또는 $f'(x)=-3$이다.

[수학 2 - i] <제시문3>에서 추가적으로 $x_1=1$, $x_{2017}=99$를 만족한다고 할 때 $f(x_1)$과 $f(x_{2017})$의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

[수학 2 - ii] <제시문3>에서 추가적으로 $x_{1008}=49$, $x_{1010}=51$, $f(x_{1008})=\sqrt{5}$, $f(x_{1010})=\sqrt{7}$을 만족한다고 할 때 x_{1009}와 $f(x_{1009})$의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

[수학 2 - iii] <제시문3>에서 정의된 함수 $f(x)$에 대하여 $\sum_{n=0}^{2018}(-1)^n f(x_n)$의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

3. 출제 의도

함수의 증가와 감소는 함수를 이해하는 데 매우 중요한 개념이다. 미분계수와 극댓값과 극솟값을 갖는 점 등 함수의 제한적인 정보가 주어진 경우 함수의 개형을 파악하고 문제를 해결하는 능력을 평가한다. 식을 변형하여 수열의 합을 구하는 능력을 평가한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문 1	교육과정	**[미적분1] - (다) 다항함수의 미분법 - ③ 도함수의 활용** ③ 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
	성취기준·성취수준	**[미적분1] - (3) 다항함수의 미분법 - (다) 도함수의 활용** 미적1333. 함수의 증가, 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
제시문 2	교육과정	**[미적분1] - (다) 다항함수의 미분법 - ③ 도함수의 활용** ③ 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
	성취기준·성취수준	**[미적분1] - (3) 다항함수의 미분법 - (다) 도함수의 활용** 미적1333. 함수의 증가, 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
제시문 3	교육과정	**[미적분1] - (다) 다항함수의 미분법 - ③ 도함수의 활용** ③ 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
	성취기준·성취수준	**[미적분1] - (3) 다항함수의 미분법 - (다) 도함수의 활용** 미적1333. 함수의 증가, 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
수학 2- i	교육과정	**[미적분1] - (다) 다항함수의 미분법 -① 미분계수** ① 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
	성취기준·성취수준	**미적1311/1312.** 미분계수의 뜻과 기하학적 의미를 알고, 그 값을 구할 수 있다.

수학 2-ⅱ	교육과정	**[미적분1] - (다) 다항함수의 미분법 -1 미분계수** ① 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
	성취기준· 성취수준	**미적1311/1312.** 미분계수의 뜻과 기하학적 의미를 알고, 그 값을 구할 수 있다.
수학 2-ⅲ	교육과정	**[수학2] - (다) 수열 - 2 수열의 합** ① $\sum$의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
	성취기준· 성취수준	**[수학2] - (3) 수열 - (나) 수열의 합** 수학2321. $\sum$의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

※ 1. 교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8] "수학과 교육과정"
2. 교육과학기술부 발간 「2009 개정 교육과정에 따른 성취기준·성취수준: 고등학교 수학」(교육과학기술부 발간등록번호 11-1341000-002322-01)

나) 자료 출처

교과서 내				
도서명	**저자**	**발행처**	**발행연도**	**쪽수**
미적분 1	이준열 외	천재교육	2016	138-144
미적분 1	이강섭 외	미래엔	2016	91-104
수학 2	이강섭 외	미래엔	2017	124-132 112, 146

5. 문항 해설

[수학 2-ⅰ, ⅱ]
미분계수와 함수의 극댓값과 극솟값 등의 제한된 정보를 통해 함수의 개형을 파악하고 함수의 여러 가지 성질들을 도출해 낼 수 있는지 평가하는 문제이다.
[수학 2-ⅲ]
주어진 조건을 충분히 이용하고 식의 변형을 통해 수열의 합을 얻어낼 수 있는 능력을 파악한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-ⅰ	함수의 개형을 파악하고 함수 값을 정확히 구한다.	4점
2-ⅱ	함수의 개형을 파악하고 함수 값을 정확히 구한다.	6점
2-ⅲ	$f(x_{2m+1})$의 값을 $f(x_{2m}), f(x_{2m+2}), x_{2m}, x_{2m+2}$을 이용해 나타낸다.	10점
	수열의 합을 구한다.	10점

7. 예시 답안

[수학 2-ⅰ]

$f(x)$는 구간 (x_0, x_1)에서 기울기 2인 일차함수이고 구간 (x_{2017}, x_{2018})에서 기울기 -3인 일차함수이다. 따라서 $f(x_1)=f(x_0)+2=\sqrt{2}+2$, $f(x_{2017})=f(x_{2018})+3=\sqrt{3}+3$이다.

[수학 2-ⅱ]

$f(x)$는 구간 (x_{1008}, x_{1009})에서 기울기 2인 일차함수이고 구간 (x_{1009}, x_{1010})에서 기울기 -3인 일차함수이다. 따라서 $\frac{f(x_{1009})-f(x_{1008})}{x_{1009}-x_{1008}}=2$, $\frac{f(x_{1010})-f(x_{1009})}{x_{1010}-x_{1009}}=-3$이다. 연립방정식에서 x_{1009}을 소거하면 $f(x_{1009})=\frac{3}{5}f(x_{1008})+\frac{2}{5}f(x_{1010})+\frac{6}{5}(x_{1010}-x_{1008})$을 얻는다. 주어진 값을 넣으면 $f(x_{1009})=\frac{12+3\sqrt{5}+2\sqrt{7}}{5}$을 얻고 이를 통해 $x_{1009}=\frac{251-\sqrt{5}+\sqrt{7}}{5}$을 얻는다.

[수학 2-ⅲ]

$\sum$의 성질에 의해 $\sum_{n=0}^{2018}(-1)^n f(x_n)=\sum_{m=0}^{1009}f(x_{2m})-\sum_{m=0}^{1008}f(x_{2m+1})$로 나타낼 수 있다. [수학 2-ⅱ]의 문제 해결 과정에서 $f(x_{1009})=\frac{3}{5}f(x_{1008})+\frac{2}{5}f(x_{1010})+\frac{6}{5}(x_{1010}-x_{1008})$이므로 $0\le m\le 1008$을 만족하는 임의의 정수 m에 대하여 $f(x_{2m+1})=\frac{3}{5}f(x_{2m})+\frac{2}{5}f(x_{2m+2})+\frac{6}{5}(x_{2m+2}-x_{2m})$로 나타낼 수 있다. 따라서 $\sum$의 성질에 의해

$$\sum_{m=0}^{1008}f(x_{2m+1})=\sum_{m=0}^{1008}\left(\frac{3}{5}f(x_{2m})+\frac{2}{5}f(x_{2m+2})+\frac{6}{5}(x_{2m+2}-x_{2m})\right)$$

$$=\sum_{m=0}^{1009}f(x_{2m})-\frac{2}{5}f(x_0)-\frac{3}{5}f(x_{2018})-\frac{6}{5}x_0+\frac{6}{5}x_{2018}$$이므로

$\sum_{n=0}^{2018}(-1)^n f(x_n)=\sum_{m=0}^{1009} f(x_{2m})-\sum_{m=0}^{1008} f(x_{2m+1})=\frac{2}{5}\sqrt{2}+\frac{3}{5}\sqrt{3}-120$을 얻는다.

(별해)[2-ⅲ]

증가하는 구간의 길이의 합을 t라 하면 감소하는 구간의 길이의 합은 $100-t$가 된다. 따라서 구간 $[0,100]$에서의 함수 $f(x)$의 총 증가량은 $2t-3(100-t)=\sqrt{3}-\sqrt{2}$가 된다. 이를 풀면 $t=60-\frac{\sqrt{2}}{5}+\frac{\sqrt{3}}{5}$을 얻는다. 증가하는 구간은 (x_{2m}, x_{2m+1}) $(0 \le m \le 1008)$이므로

$t=\sum_{m=0}^{1008}(x_{2m+1}-x_{2m})=\sum_{m=0}^{1008}\frac{f(x_{2m+1})-f(x_{2m})}{2}=-\frac{1}{2}\left(\sum_{n=0}^{2018}(-1)^n f(x_n)-f(x_{2018})\right)$이 된다.

따라서 $\sum_{n=0}^{2018}(-1)^n f(x_n)=x_{2018}-2t=\frac{2}{5}\sqrt{2}+\frac{3}{5}\sqrt{3}-120$을 얻는다.

5-❸ [물리 I]

1. 일반정보

유 형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목)/문항번호	<자연계> : 2교시 / 물리 I	
출제범위	교육과정 과목명	물리 I
	핵심개념 및 용어	케플러 제3법칙(조화 법칙), 공전 주기, 만유인력 법칙, 베르누이 법칙, 에너지 보존
답안 작성 시간	40분 / 전체 100분	

2. 문항 및 자료

[물리 I]

다음 <제시문 1>, <제시문 2>를 읽고 [물리 I -i], [물리 I - ii]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문 1>

케플러는 티코 브라헤의 천체 관측 자료를 분석하여 3개의 법칙을 발견하였다. 이들 중 '행성 공전 주기의 제곱은 행성 궤도 긴반지름의 세제곱에 비례한다'는 케플러 제3법칙(조화 법칙)을 통하여 태양에서 먼 곳에 있는 행성일수록 공전 주기가 길다는 것을 알 수 있다. 뉴턴은 이러한 케플러 법칙으로부터 행성과 태양 사이에 서로 잡아당기는 힘이 지구가 물체를 잡아당기는 힘과 같은 종류의 힘이라는 것을 밝혀내었다. 이와 같이 질량을 가진 두 물체 사이에는 서로 잡아당기는 힘이 작용하며, 이를 만유인력(뉴턴 중력)이라 한다.

<제시문 2>

베르누이 법칙은 비압축성 이상 유체의 운동에서 유체의 압력, 유체의 밀도, 유체의 속력, 관의 위치와 관련된 상관 관계식이다. 이는 유체의 퍼텐셜 에너지와 운동 에너지의 합이 항상 일정하다는 에너지 보존 법칙을 이용하여 유도할 수 있다.

[물리 I - i]

천문학자 케플러의 제3법칙은 행성의 운동에 대한 해석으로 케플러의 통찰력을 보여 준다. 타원 운동을 하는 행성의 운동이 원운동에 가까우므로 원운동이라고 가정하면 케플러 제3법칙을 보다 쉽게 확인할 수 있다. 이때 원의 반지름은 타원의 긴반지름에 해당한다.

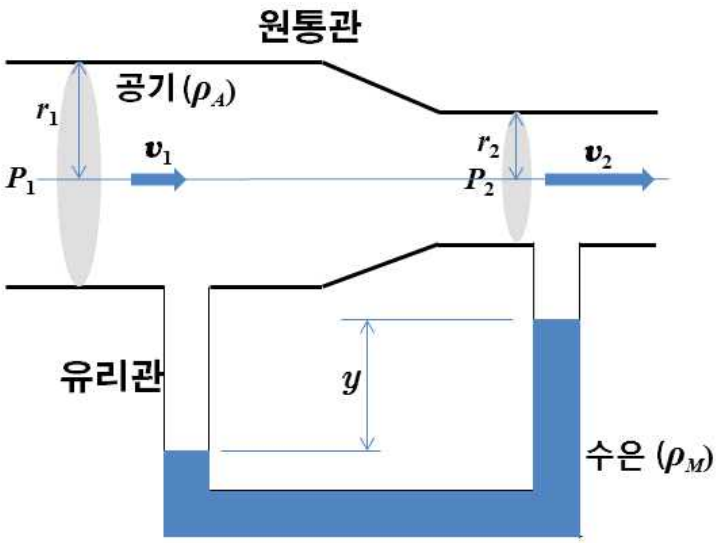
(가) 질량이 M_E인 지구가 질량이 M_S인 태양 주위를 원운동을 하도록 하는 힘은 지구와 태양 사이에 작용하는 중력임을 이용하여, 케플러 제3법칙 T_E^2 = A R_E^3이 성립함을 증명하고자 한다. 이때 A를 만유인력 상수(중력 상수) G와 태양 질량 M_S를 이용하여 나타내고, 그 근거를 제시하시오. (단, T_E와 R_E는 각각 지구의 공전 주기, 지구와 태양 사이의 거리이다.)

(나) 질량이 M_M인 달이 지구를 중심으로 원운동을 한다고 가정하자. 이때 태양과 지구의 질량 비 $\frac{M_S}{M_E}$를 R_E, R_M, T_E, T_M을 이용하여 나타내고, 그 근거를 제시하시오. (단, T_M과 R_M은 각각 달의 공전 주기, 달과 지구 사이의 거리이다.)

(다) 지구와 태양 사이의 거리(R_E)가 달과 지구 사이의 거리(R_M)의 400배이고, 태양 주위를 원운동 하는 지구의 공전 주기(T_E)가 지구 주위를 원운동 하는 달의 공전 주기(T_M)보다 12배 길다고 하자. 이때 (나)에서 얻은 태양과 지구의 질량 비 $\frac{M_S}{M_E}$의 값을 계산하고, 그 근거를 제시하시오.

[물리 Ⅰ - ⅱ]

그림과 같이 굵기가 변하는 원통관을 따라 공기가 왼쪽에서 오른쪽 방향으로 연속적으로 흐르고 있다. 원통관의 아래쪽에는 수은이 들어 있는 유리관이 있다. 유리관 속 수은의 높이를 보면, 넓은 원통관 쪽에 연결된 수은기둥은 높이가 낮고, 좁은 원통관 쪽에 연결된 수은기둥은 높이가 높다. (단, 공기와 수은은 베르누이 법칙을 만족하며, r_1, r_2, P_1, P_2, v_1, v_2는 각각 공기가 흐르는 넓은 원통관과 좁은 원통관 단면의 반지름, 압력, 공기흐름 속력을 나타내며, ρ_A, ρ_M은 각각 공기와 수은의 밀도를 나타낸다.)



(가) 베르누이 법칙을 이용하여 수은기둥의 높이 차 y를 ρ_A, ρ_M, v_1, r_1, r_2, g를 이용하여 나타내고, 그 근거를 논하시오. (단, g는 중력 가속도이다.)

(나) $\rho_A = 1.3\,\mathrm{kg/m^3}$, $\rho_M = 1.3 \times 10^4\,\mathrm{kg/m^3}$, $v_1 = 20\,\mathrm{m/s}$, $r_1 = 1.0\,\mathrm{cm}$, $r_2 = 0.5\,\mathrm{cm}$, $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$으로 할 때, 수은기둥의 높이 차 y를 계산하고, 그 근거를 논하시오.

3. 출제 의도

- 케플러의 행성의 운동에 대한 케플러 제3법칙과 뉴턴의 만유인력 법칙의 상관관계를 물리적으로 이해하고 실제문제에 적용할 수 있는지를 평가한다.
- 베르누이 법칙을 유도하여 물리적 의미를 정확히 이해함으로서, 실생활에서 적용된 사례를 설명할 수 있는지를 평가한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호[별책9] “과학과 교육과정” 교육과학기술부 고시 제2009-41호[별책9]에 따른 “고교 과학과 교육과정 해설서”		
성취기준 / 영역별 내용	제시문 1	교육과정 문서	(1) 시공간과 우주 ㈏ 시공간의 새로운 이해- ① 행성의 운동에 대한 케플러 법칙이 뉴턴의 중력 법칙을 만족하는 것을 이해한다.
		교육과정 해설서	- 시간을 측정하는 다양한 방법을 알고, 시간 표준의 의미와 확립과정을 이해한다. - 거리와 위치 측정에 대한 다양한 방법을 알고, 길이 표준의 의미와 확립과정을 이해한다. - 속도, 가속도의 개념을 이해하고, 이를 바탕으로 1차원 등가속도 운동을 이해한다. - 행성의 운동에 대한 케플러 법칙이 뉴턴의 중력 법칙을 만족하는 것을 이해한다.
	제시문 2	교육과정 문서	(4) 에너지 ㈏ 힘과 에너지의 이용 ④ 베르누이 법칙을 이용하여 양력과 마그누스 힘을 이해하고, 항공기와 구기 운동에 대한 이용을 안다.
		교육과정 해설서	- 유체에서 아르키메데스 법칙과 파스칼 법칙을 이해하고, 실생활과 산업에 대한 이용을 안다. - 베르누이 법칙을 이용하여 양력과 마그누스 힘을 이해하고, 항공기와 구기 운동에 대한 이용을 안다.
	문제 Ⅰ-ⅰ	교육과정 문서	(1) 시공간과 우주 ㈏ 시공간의 새로운 이해- ① 행성의 운동에 대한 케플러 법칙이 뉴턴의 중력 법칙을 만족하는 것을 이해한다.
		교육과정 해설서	- 시간을 측정하는 다양한 방법을 알고, 시간 표준의 의미와 확립과정을 이해한다. - 거리와 위치 측정에 대한 다양한 방법을 알고, 길이 표준의 의미와 확립과정을 이해한다. - 속도, 가속도의 개념을 이해하고, 이를 바탕으로 1차원 등가속도 운동을 이해한다. - 행성의 운동에 대한 케플러 법칙이 뉴턴의 중력 법칙을 만족하는 것을 이해한다.

	문제 Ⅰ-ii	교육과정 문서	(4) 에너지 ㈏ 힘과 에너지의 이용 ④ 베르누이 법칙을 이용하여 양력과 마그누스 힘을 이해하고, 항공기와 구기 운동에 대한 이용을 안다.
		교육과정 해설서	- 유체에서 아르키메데스 법칙과 파스칼 법칙을 이해하고, 실생활과 산업에 대한 이용을 안다. - 베르누이 법칙을 이용하여 양력과 마그누스 힘을 이해하고, 항공기와 구기 운동에 대한 이용을 안다.

나) 자료 출처

교과서 내				
도서명	**저자**	**발행처**	**발행연도**	**쪽수**
물리 Ⅰ	김영민 외	교학사	2016	62-65
물리 Ⅰ	곽성일 외	천재교육	2016	47-52
물리 Ⅰ	김영민 외	교학사	2016	329-333
물리 Ⅰ	곽성일 외	천재교육	2016	286-290

5. 문항 해설

고등학교 교과 과정 [물리Ⅰ]의 “시공간과 우주”단원에서 케플러 법칙과 만유인력 법칙이, 그리고 “에너지” 단원에서 유체의 압력, 밀도, 흐름 속력의 상관 관계식인 베르누이 법칙에 관한 문제를 출제하였다. 행성 운동의 규칙을 케플러의 3가지 법칙으로 설명할 수 있고, 뉴턴의 만유인력 법칙으로 케플러 법칙을 유도할 수 있는지에 대한 문제, 그리고 베르누이 법칙의 실생활에 적용한 응용문제를 정량적으로 계산 할 수 있는 있는지에 대한 학습능력정도를 묻는 문제를 출제하였다. 교과과정에서 배운 자연현상인 행성의 운동과 유체의 운동을 기본적인 물리법칙들을 이용하여 설명하고자 한 것으로, [물리Ⅰ]과정에서 배우는 주제의 이해도를 다각도로 평가하고자 하였다. 특히, 구체적인 물리현상에서 문제를 구성함으로서, 고교 교과과정 [물리Ⅰ]에서 배운 물리지식을 바탕으로 자연현상의 원리에 대한 기본적인 이해와 논리적인 사고를 배가시키고자 문항을 구성하였다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준		배점
[물리Ⅰ-i] (가)	A = $\frac{4\pi^2}{GM_S}$	(i) 구심력 = 중력임을 제시 $M_E\frac{v^2}{R_E} = G\frac{M_S M_E}{R_E^2}$ (+5점)	10점

		(ii) 지구 공전 주기의 이해 $T_E = \frac{2\pi R_E}{v}$ (+2점) (iii) 케플러 제3법칙 유도하고 정답 제시 $T_E^2 = \frac{4\pi^2}{GM_S} R_E^3$ = A R_E^3 (+3점)	
[물리I-i] (나)	$\frac{M_S}{M_E} = \left(\frac{R_E}{R_M}\right)^3 \left(\frac{T_M}{T_E}\right)^2$	(i) $v = \frac{2\pi R_E}{T_E}$ 를 이용하여 구심력 = 중력임을 제시 $\frac{M_E}{R_E}\left(\frac{2\pi R_E}{T_E}\right)^2 = G\frac{M_S M_E}{R_E^2}$, $\frac{M_M}{R_M}\left(\frac{2\pi R_M}{T_M}\right)^2 = G\frac{M_E M_M}{R_M^2}$ (+5점) (ii) 정답 제시 $\frac{M_S}{M_E} = \left(\frac{R_E}{R_M}\right)^3 \left(\frac{T_M}{T_E}\right)^2$ (+5점) 또는 (i) 케플러 제3법칙 이용하여, 태양 질량과 지구 질량 제시 $M_S = \frac{4\pi^2}{G}\frac{R_E^3}{T_E^2}$, $M_E = \frac{4\pi^2}{G}\frac{R_M^3}{T_M^2}$ (+5점) (ii) 정답 제시 $\frac{M_S}{M_E} = \left(\frac{R_E}{R_M}\right)^3 \left(\frac{T_M}{T_E}\right)^2$ (+5점)	10점
[물리I-i] (다)	$\frac{M_S}{M_E} \approx 4.4 \times 10^5$	(i) 수치 단순 대입: $\frac{M_S}{M_E} = (400)^3\left(\frac{1}{12}\right)^2$ (+3점) (ii) 정확한 $\frac{M_S}{M_E}$ 값 제시 ($4.4 \times 10^5 \approx 4.5 \times 10^5 \approx 4 \times 10^5$) (+2점) ※ $\frac{M_S}{M_E} \approx 5 \times 10^5$ (+1점)	5점
[물리I-ii] (가)	$y = \frac{\rho_A}{2\rho_M}\frac{v_1^2}{g}\left(\frac{r_1^4}{r_2^4} - 1\right)$	(i) 베르누이 관계식 옳게 적용 $P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho_A(v_2^2 - v_1^2)$ (+4점) (ii) 연속 방정식 적용	10점

		$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho_A v_1^2\left(\frac{r_1^4}{r_2^4}-1\right)$ (+2점) (iii) 압력 차와 높이 차의 상관 관계 이해 $P_1 - P_2 = \rho_M g y$ (+2점) (iv) 정답 제시 $y = \frac{\rho_A}{2\rho_M}\frac{v_1^2}{g}\left(\frac{r_1^4}{r_2^4}-1\right)$ (+2점) ※ $y = \frac{\rho_A}{2\rho_M g}(v_2^2 - v_1^2)$으로 정답을 표기한 경우 (10점 만점에서 6점)	
[물리I-ii] (나)	$y = 0.03\,\mathrm{m} = 3\,\mathrm{cm}$	(i) 수치 단순 대입 $y = \frac{1}{2}\frac{1.3}{1.3\times10^4}\frac{(20\,\mathrm{m/s})^2}{10\,\mathrm{m/s^2}}(2^4-1)$ (+3점) (ii) 정확한 y값 제시 (+2점)	5점

7. 예시 답안

[물리 I-i]

(가) 태양 주위를 원운동 하는 지구의 구심력($F_{구심력} = M_E\frac{v^2}{R_E}$. 단, v는 지구의 원궤도 접선 방향의 속도)이 지구와 태양 사이에 작용하는 중력($F_{중력} = G\frac{M_S M_E}{R_E^2}$) 이므로, $M_E\frac{v^2}{R_E} = G\frac{M_S M_E}{R_E^2}$ (i) 이다.

따라서 $v^2 = \frac{GM_S}{R_E}$ (ii)이다. 또한 지구가 태양 주위를 원 운동하며 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간이 지구의 공전 주기이므로 $T_E = \frac{2\pi R_E}{v}$ (iii) 이다.

여기서 양변을 제곱하고 v^2에 대한 (ii)식을 대입하면 케플러 제3법칙 $T_E^2 = \frac{4\pi^2}{GM_S}R_E^3$ = A R_E^3 (iv)을 얻을 수 있다. 즉, A는 $\frac{4\pi^2}{GM_S}$ 이다.

(나) 지구가 태양 주위를 원운동 하는 경우,

(iii)에서 $v = \frac{2\pi R_E}{T_E}$ 로 나타낼 수 있으므로, 이를 (i)에 대입하면

$\frac{M_E}{R_E}\left(\frac{2\pi R_E}{T_E}\right)^2 = G\frac{M_S M_E}{R_E^2}$ (v)이다. 또한, 달이 지구 주위를 원운동 하는 경우,

$\frac{M_M}{R_M}\left(\frac{2\pi R_M}{T_M}\right)^2 = G\frac{M_E M_M}{R_M^2}$ (vi)로 나타낼 수 있다.

따라서 (v)를 (vi)으로 나누면, 태양과 지구의 질량의 비 $\underline{\frac{M_S}{M_E} = \left(\frac{R_E}{R_M}\right)^3\left(\frac{T_M}{T_E}\right)^2}$ 이다.

※ 다른 풀이: 케플러 제3법칙 (iv)를 이용하면, 태양의 질량과 지구의 질량을 각각 $M_S = \frac{4\pi^2}{G}\frac{R_E^3}{T_E^2}$, $M_E = \frac{4\pi^2}{G}\frac{R_M^3}{T_M^2}$으로 나타낼 수 있으므로, 태양과 지구의 질량의 비 $\underline{\frac{M_S}{M_E} = \left(\frac{R_E}{R_M}\right)^3\left(\frac{T_M}{T_E}\right)^2}$ 이다.

(다) 주어진 값을 대입하면 $\underline{\frac{M_S}{M_E} = \left(\frac{R_E}{R_M}\right)^3\left(\frac{T_M}{T_E}\right)^2 = (400)^3\left(\frac{1}{12}\right)^2 \approx 4.4\times10^5}$ 이다.

[물리 I-ii]

(가) 베르누이 관계식은 $P_1 + \frac{1}{2}\rho_A v_1^2 + \rho_A g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho_A v_2^2 + \rho_A g h_2$ 이다. 넓은 원통관과 좁은 원통관의 중심축 위치 h_1, h_2가 같으므로 베르누이 관계식은 $P_1 + \frac{1}{2}\rho_A v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho_A v_2^2$ 이다. 따라서 $P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho_A(v_2^2 - v_1^2)$ (i) 이다. 이때 비압축성 공기의 흐름 속력은 넓은 원통관에서 보다 좁은 원통관에서 크며($v_1 < v_2$), 결과적으로 넓은 원통관에서의 압력이 좁은 원통관에서 보다 크다($P_1 > P_2$)는 것을 알 수 있다.

그리고 연속 방정식 $v_1 A_1 = v_2 A_2$ 을 이용하면 $v_2 = v_1\frac{A_1}{A_2} = v_1\frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2}$ 이므로 (i)식은 최종적으로 $P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho_A v_1^2\left(\frac{r_1^4}{r_2^4} - 1\right)$ (ii) 이 된다. (단, A_1, A_2는 넓은 원통관과 좁은 원통관의 단면적이다.)

또한 넓은 원통관과 좁은 원통관에서의 압력 차를 수은이 들어 있는 유리관에서의 수은기둥의 높이 차 y로 나타내면 $P_1 - P_2 = \rho_M g y$ (iii)이다.

따라서 (ii)과 (iii)을 이용하면, $\underline{y = \frac{\rho_A}{2\rho_M}\frac{v_1^2}{g}\left(\frac{r_1^4}{r_2^4} - 1\right)}$ 이 된다.

(나) 주어진 값을 대입하면 $\underline{y = \frac{1}{2}\frac{1.3}{1.3\times10^4}\frac{(20\,\mathrm{m/s})^2}{10\,\mathrm{m/s^2}}(2^4 - 1) = 0.03\,\mathrm{m} = 3\,\mathrm{cm}}$ 이다.

5-❹ [화학 I]

1. 일반정보

유 형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목)/문항번호	<자연계> : 2교시 / 화학 I	
출제범위	**교육과정 과목명**	화학 I
	핵심개념 및 용어	산화/환원, 루이스 전자점식, 전자쌍 반발 원리, 몰과 부피, 산/염기, 브뢴스테드-로우리 정의
답안 작성 시간	40분 / 전체 100분	

2. 문항 및 자료

[화학 I]

다음 <제시문 1> ~ <제시문 5>를 읽고 [화학 I -ⅰ] ~ [화학 I -ⅴ]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문 1>

산화수는 어떤 물질을 구성하는 원소가 어느 정도로 산화되었는지를 나타내는 가상적인 값이다. 공유 결합 물질에서 공유 전자쌍이 그것을 더 세게 끌어당기는 원자에 속해 있다고 가정할 때, 각 원자에 할당된 전하수가 산화수가 된다.

<제시문 2>

원자들이 비활성 기체의 전자 배치를 가져 안정화되려는 경향을 옥텟 규칙이라고 하고, 원자가 전자를 점으로 표시하여 나타낸 식을 루이스 전자점식이라고 한다.

<제시문 3>

전자쌍 반발 원리는 한 분자 내에서 중심 원자를 둘러싸고 있는 전자쌍들이 전기적 반발력 때문에 가능하면 멀리 떨어져 있으려고 한다는 이론이다. 이 원리는 비금속 원자들 사이의 공유 결합으로 만들어진 분자의 구조를 예측하는 데 매우 유용하다.

<제시문 4>

아보가드로는 기체의 종류에 관계없이 같은 온도와 압력에서 같은 부피의 기체는 같은 수의 분자를 포함하고 있다고 하였다. 따라서 기체의 종류에 관계없이 같은 온도와 압력에서 기체 1몰이 차지하는 부피는 일정하다.

<제시문 5>

브뢴스테드-로우리 정의에 따르면 산-염기 반응에서 산은 H^+을 내놓는 물질이고, 염기는 H^+을 받아들이는 물질이다. 예를 들어, NH_3와 H_2O이 반응하여 NH_4^+과 OH^-을 생성하는 반응에서 NH_3는 염기이고, H_2O은 산이다.

[화학 I - ⅰ]

마그네슘(Mg)이나 아연(Zn)이 묽은 염산과 반응할 때 생성되는 물질 **A**는 분자식 X_2로 나타낼 수 있으며, 아래와 같은 반응을 한다. <제시문1>을 참조하여, 각 반응에서 **A**가 산화제인지 환원제인지, 산화수의 변화

를 이용하여 논하시오. 또한 X에 해당하는 원소를 제시하고 그 근거를 논하시오. (단, X는 임의의 원소 기호이다.)

(1) $2Na(s) + X_2(g) \rightarrow 2NaX(s)$ (2) $CuO(s) + X_2(g) \rightarrow Cu(s) + X_2O(l)$

(3) $C_2X_2(g) + X_2(g) \rightarrow C_2X_4(g)$

[화학 Ⅰ-ⅱ]

물질 B는 분자식 Y_2로 나타낼 수 있으며, Y는 2주기 원소이다. XCY 분자에서, Y 와 중심 원자 탄소(C)는 옥텟 규칙을 만족한다. <제시문2>를 참조하여 Y에 해당하는 원소를 제시하고 그 근거를 논하시오. 또한 화합물 Y_2F_2의 루이스 전자점식을 그리시오. (단, Y는 임의의 원소 기호이고, X는 [화학 Ⅰ-ⅰ]의 원소 X이다.)

[화학 Ⅰ-ⅲ]

분자식 YX_3으로 나타낼 수 있는 화합물 D가 2주기 원소 Z를 포함하는 ZCl_3과 아래와 같이 반응하여 Cl_3Z-YX_3를 생성한다고 할 때, Z에 해당하는 원소를 제시하고 그 근거를 논하시오. 또한 <제시문3>을 참조하여 결합각 ∠ClZCl과 ∠XYX이 각각 반응 전과 비교하여 어떻게 달라지는지 논하시오. (단, Z는 임의의 원소 기호이고, X와 Y는 [화학 Ⅰ-ⅰ]과 [화학 Ⅰ-ⅱ]의 원소 X와 Y이다.)

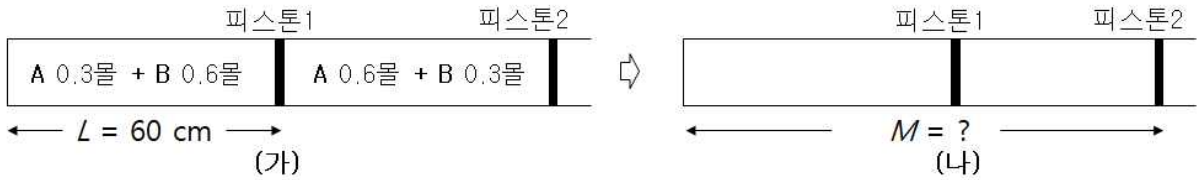
$$ZCl_3 + YX_3 \rightarrow Cl_3Z-YX_3$$

[화학 Ⅰ-ⅳ]

다음은 [화학 Ⅰ-ⅰ] ~ [화학 Ⅰ-ⅲ]의 물질 A와 B가 반응하여 화합물 D를 생성하는 반응이다.

$$aA(g) + bB(g) \rightarrow dD(g)\ (a,\ b,\ d\text{는 반응 계수})$$

그림 (가)는 반응 전 실린더에 A와 B가 채워져 있는 모습을, 그림 (나)는 반응 후의 모습을 나타낸 것이다. 반응 전 피스톤1의 위치(L)는 60 cm이다. <제시문4>를 참조하여 반응 후 피스톤2의 위치(M)를 구하고 그 근거를 논하시오. (단, 피스톤의 질량, 부피 및 마찰은 무시하고, 온도와 압력은 일정하다.)



[화학 Ⅰ-ⅴ]

[화학 Ⅰ-ⅲ]의 화합물 D는 어떤 반응을 통하여 단백질의 기본 구성 단위인 화합물 E를 만든다고 알려져 있다. E를 산성 수용액에 녹인 후 전기장을 걸어주면 E가 (-)극으로 이동하고, 염기성 수용액에 녹인 후 전기장을 걸어주면 E가 (+)극으로 이동한다. <제시문5>를 참조하면 E의 특성을 알 수 있는데, 만약 E를 중성 용액에 녹였을 경우 어떤 형태로 존재할 지 예측하고 그 근거를 논하시오.

3. 출제 의도

화학 Ⅰ 교과서 내용에 기반하여 화학의 언어, 아름다운 분자 세계, 닮은꼴 화학 반응 단원에 대한 기본적인

이해에 대해 묻고자 하였다. 특히, 루이스 구조와 전자쌍 반발 이론을 통해 분자구조를 예측하고, 산화·환원 반응 및 산화수를 잘 이해하고 있는지, 산·염기 및 브뢴스테드-로우리 개념을 파악할 수 있는지, 마지막으로 화학 반응식을 올바르게 세우고 반응물과 생성물간의 물질의 양적 관계를 잘 이해하고 있는지에 대해 묻고자 하였다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호[별책9] "과학과 교육과정"	
성취기준 / 영역별 내용	제시문 1	(4) 닮은꼴 화학반응 ㈎ 광합성과 호흡, 철광석의 제련과 철의 부식이 산소에 의한 화학적 산화·환원 반응임을 이해한다. ㈐ 이산화탄소, 물, 메탄, 암모니아에서 화학 결합을 하고 있는 원자들 사이의 전기 음성도 차이로부터 각 원소의 산화수를 설명할 수 있다.
	제시문 2	(3) 아름다운 분자 세계 ㈑ 간단한 분자들의 루이스 구조를 통해 공유 결합의 성질과 쌍극자 모멘트와 관련된 결합의 극성을 설명할 수 있다.
	제시문 3	(3) 아름다운 분자 세계 ㈒ 전자쌍 반발 이론을 통해 분자의 구조를 설명하고, 분자의 극성과 끓는점 등 물리적, 화학적 성질이 분자 구조와 관계가 있다는 사실을 이해한다.
	제시문 4	(1) 화학의 언어 ㈑ 아보가드로 수와 몰의 의미를 이해한다.
	문제 Ⅰ-ⅰ	(4) 닮은꼴 화학반응 ㈎ 광합성과 호흡, 철광석의 제련과 철의 부식이 산소에 의한 화학적 산화·환원 반응임을 이해한다. ㈐ 이산화탄소, 물, 메탄, 암모니아에서 화학 결합을 하고 있는 원자들 사이의 전기 음성도 차이로부터 각 원소의 산화수를 설명할 수 있다.
	문제 Ⅰ-ⅱ	(3) 아름다운 분자 세계 ㈐ 비활성 기체의 전자 구조를 통해 옥텟 규칙을 이해하고, 옥텟 규칙으로 화학 결합을 설명할 수 있다. ㈑ 간단한 분자들의 루이스 구조를 통해 공유 결합의 성질과 쌍극자 모멘트와 관련된 결합의 극성을 설명할 수 있다.
	문제 Ⅰ-ⅲ	(3) 아름다운 분자 세계 (4) 닮은꼴 화학반응 ㈒ 전자쌍 반발 이론을 통해 분자의 구조를 설명하고, 분자의 극성과 끓는점 등 물리적, 화학적 성질이 분자 구조와 관계가 있다는 사실을 이해한다. ㈓ 암모니아, 아미노산, 핵산과 같은 산과 염기의 화학적 특성을 이해한다.
	문제 Ⅰ-ⅳ	(1) 화학의 언어 ㈑ 아보가드로 수와 몰의 의미를 이해한다. ㈒ 여러 가지 화학 반응을 화학 반응식으로 나타낼 수 있고, 원자량과 분자량 등을 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 알 수 있다.
	문제 Ⅰ-ⅴ	(4) 닮은꼴 화학반응 ㈒ 산과 염기의 중화 반응을 이해한다.

		㈐ 암모니아, 아미노산, 핵산과 같은 산과 염기의 화학적 특성을 이해한다.

나) 자료 출처

교과서 내				
도서명	**저자**	**발행처**	**발행연도**	**쪽수**
화학 I	노태희 외	천재교육	2016	27-29, 41-49, 102, 133, 142-144, 151, 171, 186, 203, 217-218, 235-236
화학 I	박종석 외	교학사	2016	24-25, 40-41, 94, 158-159, 161-162, 177, 207, 213-217, 225-226, 245-246, 258
화학 I	김희준 외	상상아카데미	2016	33-35, 49-50, 95, 124, 137, 140, 143, 155, 185, 189, 205-207
화학 I	류해일 외	비상교육	2016	39-40, 46, 136, 141, 143, 158, 169, 193, 200, 208, 223-224, 226

기타				
도서명	**저자**	**발행처**	**발행연도**	**쪽수**
수능특강 화학 I	박은미 외	EBS	2017	13, 20-21, 72, 112, 121, 138, 153, 170, 187-188, 206
수능완성 화학 I	임재항 외	EBS	2017	25, 46, 73, 75, 76, 86, 92, 105, 120

5. 문항 해설

[문제 I - i]

각 화합물에서 원자들의 전기음성도를 고려하여 산화수에 대한 변화를 이해하고, 산화제와 환원제를 구분

할 수 있는지를 묻는 문제이다.

[문제 Ⅰ-ⅱ]
옥텟 규칙을 이해하고 루이스 전자점식을 그리는 규칙을 잘 적용할 수 있는지, 또한 이를 통해 가장 적당한 원소를 제시할 수 있는지를 묻는 문제이다.

[문제 Ⅰ-ⅲ]
루이스 산-염기 반응을 통해 화합물의 특성을 이해하고, 전자쌍 반발 원리를 이용하여 분자의 구조를 예측할 수 있는지 묻는 문제이다.

[문제 Ⅰ-ⅳ]
암모니아 생성 반응에서 반응물 및 생성물 간의 양적 관계를 이해하는지, 일정한 온도와 압력에서 몰수와 부피와의 관계를 이해하는지 묻는 문제이다.

[문제 Ⅰ-ⅴ]
아미노산이 산-염기 및 중성 조건의 수용액에서 보이는 이온 형태의 변화를 이해하고 있는지 묻는 문제이다.

6. 채점 기준

<table>
<tr><th>하위 문항</th><th>채점 기준</th><th>배점</th></tr>
<tr><td>Ⅰ-ⅰ</td><td>
[채점요소]
산화수의 변화를 바르게 예측하였는가? 적당한 원소를 잘 제시하였는가?

[예시답안]
묽은 염산에서 Zn(혹은 Mg)이 반응하면 수소 기체가 생성되므로,
원소 X = H이다.
Zn + 2HCl → $ZnCl_2$ + H_2 (혹은 Mg + 2HCl → $MgCl_2$ + H_2)

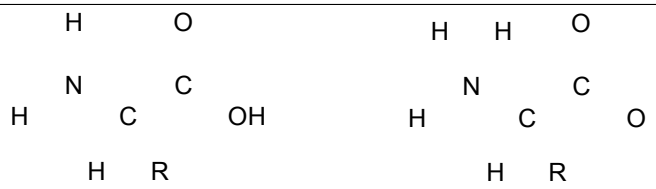
<table>
<tr><th></th><th colspan="2">상대쪽 산화수 변화</th><th>X(H)의
산화수 변화</th><th>A의
산화/환원</th><th>A의
산화제/환원제</th></tr>
<tr><td>반응 (1)</td><td>Na</td><td>0 → +1</td><td>0 → -1</td><td>환원</td><td>산화제</td></tr>
<tr><td>반응 (2)</td><td>Cu</td><td>+2 → 0</td><td>0 → +1</td><td>산화</td><td>환원제</td></tr>
<tr><td>반응 (3)</td><td>C</td><td>-1 → -2</td><td>0 → +1</td><td>산화</td><td>환원제</td></tr>
</table>

[채점준거]
• 수소로 제안한 이유가 타당하면 3점.
• X의 산화수 값 변화와 산화제/환원제 다 맞으면 각 2점씩 6점.

[유의사항]
- Zn나 Mg 하나만 가지고 설명해도 맞음.
</td><td>9점</td></tr>
</table>

	- 산화수 변화만 쓰거나 산화제/환원제만 쓰면 부분점수(6점 중 최대 3점).	
I - ii	**[채점요소]** 루이스 전자점식과 옥텟 규칙을 잘 이해하였는가? **[예시답안]** X = H이므로, HCY의 중심 원자 C와 Y가 옥텟 규칙을 만족하려면, HCY는 H-C≡Y 형태이어야 한다. 2주기 원소 중 탄소와 3중 결합을 할 수 있고 옥텟을 만족하는 원소는 N 밖에 없으므로 Y = N이다. 이 때 N_2F_2의 루이스 전자점식은 다음과 같다. N F F N **[채점준거]** • 질소의 이유가 타당하면 3점. • 루이스 점자식이 맞으면 4점. **[유의사항]** - 2주기 원소 모두 그려보고 질소를 예측해도 맞음. - 루이스 전자점식에서 선 대신 점을 두 개 그려도 맞음. - 루이스 전자점식이 틀리면 0점.	7점
I - iii	**[채점요소]** 루이스 산,염기 반응을 잘 이해하고 있는가? 전자쌍 반발 원리에 의해 결합각을 잘 예측하였는가? **[예시답안]** X = H, Y = N 이므로 YX_3은 NH_3이다. 반응식을 보아 NH_3는 비공유 전자쌍을 가진 루이스 염기로 작용하고, ZCl_3은 루이스 산으로 작용한다. 따라서 2주기 원소 중에, ZCl_3 형태로 루이스 산으로 작용할 수 있는 원소 Z는 B이다. BCl_3는 B 주위로 3개의 공유 전자쌍을 가지므로 전자쌍 반발 원리에 의해 120°의 결합각을 가진다. NH_3와 반응하면서 B 주위로 4개의 공유 전자쌍을 가지게 되므로 결합각이 109.5°에 가까워진다. 따라서 반응 후 ∠ClBCl(∠ClZCl) 결합각은 반응 전보다 감소한다. NH_3는 N 주위로 공유 전자쌍 3개, 비공유 전자쌍 1개로 4개의 전자쌍을 가지는데, 비공유 전자쌍의 더 큰 반발력으로 인해 결합각이 107°에 가깝다. 하지만 반응 후 4개의 공유 전자쌍을 가지므로 결합각이 109.5°에 가깝게 되므로, 반응 후 ∠HNH(∠XYX) 결합각은 반응 전보다 증가한다. **[채점준거]** • 붕소(B)의 이유가 타당하면 3점. • ∠ClZCl 결합각 감소와 그 이유가 맞으면 2점. • ∠XYX 결합각 증가와 그 이유가 맞으면 2점.	7점

	[유의사항] - 결합각 감소와 그 이유가 모두 맞아야 점수(2점)를 얻을 수 있음.	
I - iv	**[채점요소]** 화학반응식에 따라 반응물과 생성물의 양적 관계를 올바르게 예측하였는가? 기체의 몰 수와 부피의 관계를 잘 적용하였는가? **[예시답안]** A, B, D는 각각 H_2, N_2, NH_3이므로 주어진 반응식은 $3H_2 + N_2 \rightarrow 2NH_3$ 이다. **(왼쪽)** $3H_2$ + N_2 → $2NH_3$ 반응전(몰) 0.3 0.6 (이전 0.9몰) 반응(몰) -0.3 -0.1 +0.2 최종(몰) 0 0.5 0.2 (최종 0.7몰) **(오른쪽)** $3H_2$ + N_2 → $2NH_3$ 반응전(몰) 0.6 0.3 (이전 0.9몰) 반응(몰) -0.6 -0.2 +0.4 최종(몰) 0 0.1 0.4 (최종 0.5몰) 같은 온도와 압력에서 기체의 부피는 몰수에 비례하는데, 반응 전 피스톤1의 왼쪽 기체의 전체 몰수는 0.9몰이고, 반응 후 전체 기체 몰수는 (0.7+0.5) = 1.2몰이다. 따라서 비례식 L : M = 60 : M = 0.9 : 1.2 = 3 : 4가 성립되므로 M = 80 cm가 된다. **[채점준거]** • 전체 반응식이 맞으면 2점. • 반응물 A를 이용, 몰 수 계산이 맞으면 각 2점씩 4점. • 부피비와 M이 맞으면 4점. **[유의사항]** - 반응물과 생성물의 몰 수 계산이 틀리면 0점. - 비례식 2L : M = 3 : 2 로 풀어도 맞음. - 부피비 혹은 M 중 하나만 맞으면 2점.	10점
I - v	**[채점요소]** 아미노기와 카복시기가 산성, 염기성 혹은 중성 용액에서 어떤 형태가 되는지 잘 이해하고 있는가? **[예시답안]** 화합물 E는 단백질의 구성 단위인 아미노산의 한 종류이며, 아미노기(-NH_2)와 카복시기(-COOH)를 동시에 갖고 있다. 따라서 산성 용액에서는 대부분 양전하를 띠고, 염기성 용액에서는 대부분 음전하를 띠게 된다. 아미노산과 같이 산과 염기로 다 작용할 수 있는 물질은 중성 용액에서 양전하와 음전하를 동시에 띤 형태로 존재할 가능성이 크다.	7점



[채점준거]
- 산성/염기성 용액에서 전하 형태 또는 아미노기/카복시기를 동시에 갖고 있다는 것이 맞으면 4점.
- 중성에서 양전하와 음전하 동시에 그리거나 설명하면 3점.

[유의사항]
- 구조를 그리지 않아도 설명이 타당하면 맞음.

7. 예시 답안

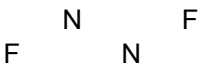
[문제 I-1]

묽은 염산에서 Zn(혹은 Mg)이 반응하면 수소 기체가 생성되므로, 원소 X = H이다.
$Zn + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2$ (혹은 $Mg + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2$)

반응 (1)에서 X(H)의 산화수가 0 → -1로 감소되므로 A는 환원된다. 따라서 A는 산화제이다.
반응 (2)에서 X(H)의 산화수가 0 → +1로 증가되므로 A는 산화된다. 따라서 A는 환원제이다.
반응 (3)에서 X(H)의 산화수가 0 → +1로 증가되므로 A는 산화된다. 따라서 A는 환원제이다.

[문제 I - ii]

X = H이므로, HCY의 중심 원자 C와 Y가 옥텟 규칙을 만족하려면, HCY는 H-C≡Y 형태이어야 한다. 2주기 원소 중 탄소와 3중 결합을 할 수 있고 옥텟을 만족하는 원소는 N 밖에 없으므로 Y = N이다. 이 때 N_2F_2의 루이스 전자점식은 다음과 같다.



[문제 I - iii]

X = H, Y = N 이므로 YX_3은 NH_3이다. 반응식을 보아 NH_3는 비공유 전자쌍을 가진 루이스 염기로 작용하고, ZCl_3은 루이스 산으로 작용한다. 따라서 2주기 원소 중에, ZCl_3 형태로 루이스 산으로 작용할 수 있는 원소 Z는 B이다.

BCl_3는 B 주위로 3개의 공유 전자쌍을 가지므로 전자쌍 반발 원리에 의해 120°의 결합각을 가진다. NH_3와 반응하면서 B 주위로 4개의 공유 전자쌍을 가지게 되므로 결합각이 109.5°에 가까워진다. 따라서 반응 후 ∠ClBCl(∠ClZCl) 결합각은 반응 전보다 감소한다.

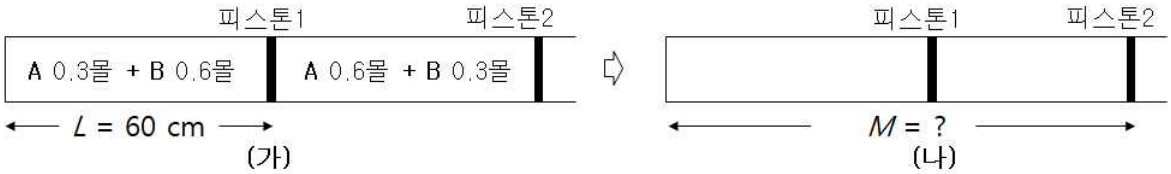
NH_3는 N 주위로 공유 전자쌍 3개, 비공유 전자쌍 1개로 4개의 전자쌍을 가지는데, 비공유 전자쌍의 더 큰 반발력으로 인해 결합각이 107°에 가깝다. 하지만 반응 후 4개의 공유 전자쌍을 가지므로 결합각이 109.5°

에 가깝게 되므로, 반응 후 ∠HNH(∠XYX) 결합각은 반응 전보다 증가한다.

[문제 Ⅰ-ⅳ]

A, B, D는 각각 H_2, N_2, NH_3이므로 주어진 반응식은 $3H_2 + N_2 \rightarrow 2NH_3$ 이다.

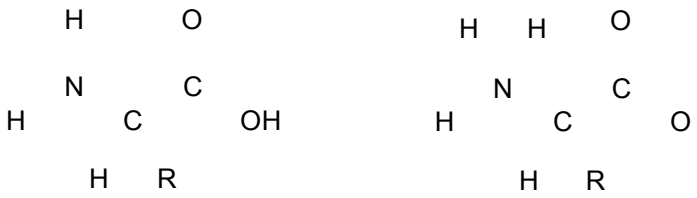
피스톤1의 왼쪽에서는 H_2 0.3몰, N_2 0.1몰 반응하여 N_2 0.5몰이 남고, NH_3 0.2몰이 생성되므로, 반응 후 전체 기체 몰수는 0.7 몰이다.
피스톤1의 오른쪽에서는 H_2 0.6몰, N_2 0.2몰 반응하여 N_2 0.1몰이 남고, NH_3 0.4몰이 생성되므로, 반응 후 전체 기체 몰수는 0.5 몰이다.



같은 온도와 압력에서 기체의 부피는 몰수에 비례하는데, 반응 전 피스톤1의 왼쪽 기체의 전체 몰수는 0.9몰이고, 반응 후 전체 기체 몰수는 (0.7+0.5) = 1.2몰이다. 따라서 비례식 L : M = 60 : M = 0.9 : 1.2 가 성립되므로 M = 80 cm가 된다.

[문제 Ⅰ-ⅴ]

화합물 E는 단백질의 구성 단위인 아미노산의 한 종류이며, 아미노기(-NH_2)와 카복시기(-COOH)를 동시에 갖고 있다. 따라서 산성 용액에서는 대부분 양전하를 띠고, 염기성 용액에서는 대부분 음전하를 띠게 된다. 아미노산과 같이 산과 염기로 다 작용할 수 있는 물질은 중성 용액에서 양전하와 음전하를 동시에 띤 형태로 존재할 가능성이 크다.



5-❺ [생명과학1]

1. 일반정보

유 형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목)/문항번호	<자연계> : 2교시 / 생명과학 I	
출제범위	**교육과정 과목명**	생명과학 I
	핵심개념 및 용어	세포와 생명의 연속성, 유전, 사람의 유전 현상
답안 작성 시간	40분 / 전체 100분	

2. 문항 및 자료

[생명과학1]

다음 <제시문1> ~ <제시문4>를 읽고 [생명과학 I-i] ~ [생명과학 I-iv]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>

생물이 지니는 고유한 특징을 형질이라 하고, 형질이 부모로부터 자손에게 전달되는 현상을 유전이라고 한다. 이러한 유전 현상에 대한 과학적 설명은 멘델의 유전법칙을 통하여 최초로 제시되었다. 멘델은 완두콩 실험을 통해 우성과 열성, 순종과 잡종, 대립 형질의 개념을 제시하였고, 유전 현상을 설명하는 분리의 법칙과 독립의 법칙에 대한 이론을 정립하였다. 추후 수많은 유전학자들은 멘델 법칙이 적용되지 않는 복잡한 유전 현상들이 있음을 알게 되었다. 이러한 유전 현상의 예로는 연관 유전, 중간 유전(불완전 우성), 복대립 유전 등이 있다.

<제시문2>

사람의 형질이 모두 2개의 대립 형질로 구분되는 것은 아니다. 예를 들어 혈액형은 네 가지의 표현형으로 나타나고, 피부색, 키, 몸무게 등은 표현형이 매우 다양하게 나타난다. 이러한 표현형의 차이는 형질에 관여하는 대립 유전자 수가 다르기 때문이다. 유전 현상은 형질에 관여하는 유전자의 수에 따라 단일 인자 유전과 다인자 유전으로 구분할 수 있다. 또한 형질에 관여하는 유전자가 어느 염색체 상에 있느냐에 따라 상염색체에 의한 유전과 성염색체에 의한 유전으로 구분할 수 있다.

<제시문3>

유전자는 유전 물질인 DNA에 존재한다. 유전자에 있는 유전 정보는 단백질을 합성함으로써 발현된다. 유전자에 이상이 생기면 단백질의 아미노산의 변화로 인해 단백질 기능에 이상이 생긴다. 그 결과 형질 변화가 일어나는 돌연변이가 발생하게 된다.

<제시문4>

호르몬은 내분비샘에서 생성되는 생리 활성 조절 물질이다. 호르몬은 혈액을 통하여 온몸에 전달되지만 그 호르몬과 결합하는 막단백질을 가지고 있는 표적 세포에만 작용하여 세포 내의 반응을 유도한다.

[생명과학 Ⅰ - ⅰ]

가상의 외계 초파리의 노란색 몸통, 뭉툭한 날개, 그리고 막대 모양의 눈은 각각 정상 몸통, 정상 날개, 정상 눈에 대해 열성 형질이다. 성균이는 노란색 몸통과 뭉툭한 날개, 그리고 막대 모양의 눈을 동시에 가지고 있는 수컷 초파리를 정상 초파리 암컷과 교배하여 자손(F1)을 얻었다. 자손(F1)에서는 정상 수컷과 정상 암컷 초파리만 관찰되었다. 표는 자손(F1)의 암컷 초파리와 수컷 초파리를 교배하여 얻은 자손(F2) 3200 마리의 표현형에 따른 개체수를 나타낸다. (단, 초파리의 몸통 색, 날개 모양, 눈 모양은 각각 한쌍의 대립 유전자에 의해 결정되며, 돌연변이와 교차는 고려하지 않는다.)

그룹	개체수 (F2)	표현형
1	1200	정상 몸통, 정상 날개, 정상 눈을 가진 암컷
2	600	정상 몸통, 정상 날개, 정상 눈을 가진 수컷
3	600	노란색 몸통, 정상날개, 막대 모양의 눈을 가진 수컷
4	400	정상 몸통, 뭉툭한 날개, 정상 눈을 가진 암컷
5	200	정상 몸통, 뭉툭한 날개, 정상 눈을 가진 수컷
6	200	노란색 몸통, 뭉툭한 날개, 막대 모양의 눈을 가진 수컷

(가) <제시문1>과 <제시문2>를 기반으로 초파리의 몸통 색, 날개 모양, 눈 모양을 나타내는 유전 현상의 특징을 논하시오.

(나) 성균이는 상기 표에 제시된 <그룹 3>의 임의의 초파리와 <그룹 4>의 임의의 초파리를 교배하였다. 이때 나온 자손 중에서 정상 몸통, 정상 날개, 정상 눈을 가진 암컷 초파리와 정상 몸통, 뭉툭한 날개, 정상 눈을 가진 수컷 초파리가 나올 확률을 각각 구하고 그 근거를 논하시오.

[생명과학 Ⅰ - ⅱ]

성균이는 가상의 외계 초파리 교배 실험 도중 비정상적인 흔적 더듬이를 가지는 돌연변이 암컷 초파리를 발견하였다. 성균이는 흔적 더듬이를 가지고 있는 암컷 초파리와 정상 더듬이를 가지고 있는 수컷 초파리를 교배하였다. 교배를 통해 나온 3000마리의 자손(F1) 초파리의 표현형을 분석하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

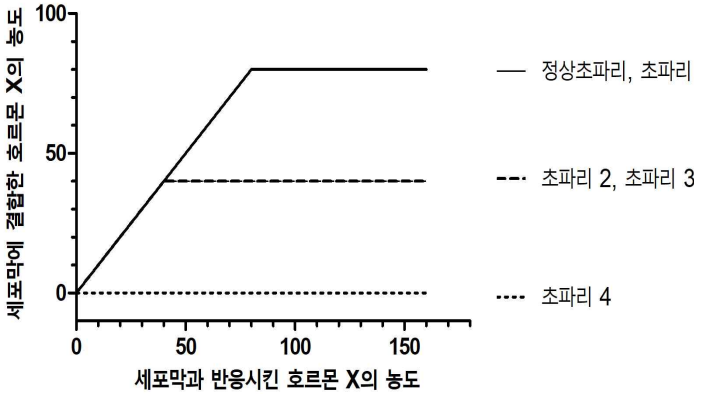
개체수(F1)	표현형
1000	흔적 더듬이를 가진 암컷
1000	정상 더듬이를 가진 암컷
1000	정상 더듬이를 가진 수컷

<제시문1>과 <제시문2>에 근거하여 이 유전 현상의 특징을 논하시오.

[생명과학 Ⅰ - ⅲ]

가상의 외계 초파리의 뒷다리 길이는 호르몬 X와 표적 세포의 막에 존재하는 단백질 A의 반응에 의해 결정되며 단백질 A에 대한 유전 정보는 한 쌍의 대립 유전자에 존재한다. 정상 대립 유전자 A는 막단백질 A를 정상적으로 발현하여 초파리의 뒷다리 길이가 정상적으로 만들어지도록 한다. 정상 대립 유전자 A의 돌

연변이가 발생하면 표적 세포와 호르몬 X의 반응에 문제가 생겨 뒷다리의 길이에 이상이 생기는 유전병이 나타난다(<제시문3>과 <제시문4> 참고). 성균이는 정상 초파리와 유전병이 있는 <초파리 1>부터 <초파리 4>까지의 표적 세포에서 각각 세포막을 추출한 후, 호르몬 X의 농도를 증가시키면서 세포막과 결합하는 호르몬 X의 상대적 농도를 측정하여 그래프를 그렸다. 또한 실험에 사용한 초파리들의 뒷다리 길이를 측정하여 아래와 같은 표를 만들었다.(단, 단위는 무시하며 모두 상대적 값이다. 뒷다리의 길이의 표현형은 표에 제시된 3가지만 관찰된다.)



	뒷다리의 길이
정상초파리	10
초파리 1	5
초파리 2	5
초파리 3	0
초파리 4	0

(가) 성균이는 외계 초파리의 정상 대립 유전자 A에 대하여 유전병을 일으키는 돌연변이 유전자가 두 종류 있음을 알게 되었다. <초파리 1>에서 발견된 돌연변이 유전자를 a1, <초파리 2>에서 발견된 돌연변이 유전자를 a2라 할 때, <초파리 3>과 <초파리 4>의 유전자형을 기술하고 그 이유를 논하시오.(단, 각 돌연변이 유전자에 의해 만들어지는 막단백질은 정상 대립유전자 A로부터 만들어지는 막단백질의 크기와 동일하다.)

(나) <제시문1>과 표의 결과를 참고하여 이 유전병을 가장 잘 설명할 수 있는 유전 현상을 모두 기술하고 그 근거를 논하시오.

[생명과학 Ⅰ-ⅳ]

사람의 키는 3쌍의 유전자에 의해 결정되며 사람의 키에 관여되는 3쌍의 유전자는 독립적으로 유전되면서 각 유전자는 동일한 정도로 사람의 키에 영향을 미친다고 가정한다. 키가 150 cm인 여성(유전자형:aabbdd)이 키가 198 cm인 남성(유전자형:AABBDD)과 결혼하였다. 이때 나온 자손 중 키가 174 cm인 남성이, 자신과 동일한 유전자형을 가진 여성과 결혼하였다. 자손 중 키가 166 cm인 자손이 나올 확률은 얼마인지 구하고 근거를 논하시오. (단, 사람의 키에 관계되는 대립유전자 A, B, D는 a, b, d에 대하여 완전 우성이다. 그리고 환경 요인과 성별의 영향은 없다고 가정한다.)

3. 출제 의도

유전은 모든 생명체가 생명 현상을 유지하는데 필요하다. 멘델 법칙을 바탕으로 유전의 기본 원리를 이해하고, 이 원리를 사람의 유전 현상을 설명하는데 적용할 수 있다. 본 문제에서는 하나의 염색체에 여러 유

전자가 연관되어 있는 경우에 자손에 전달되는 유전 양식과 상염색체 유전, 성염색체 유전 현상을 이해하고 논리적으로 설명할 수 있는지 묻고 있다. 또한 유전자의 수와 대립 유전자의 조합에 따라 다양한 형질이 나올 수 있다는 것을 정확히 이해하고 설명할 수 있는지 묻고자 하였으며 멘델 법칙이 적용되지 않는 중간 유전, 복대립 유전, 다인자 유전의 개념을 이해하고 논리적으로 설명할 수 있는지를 묻고자 하였다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호[별책9] “과학과 교육과정”	
성취기준 / 영역별 내용	제시문 1	멘델 법칙을 바탕으로 유전의 기본 원리를 이해하고 사람의 여러 가지 유전 현상을 설명할 수 있다.
	제시문 2	멘델 법칙을 바탕으로 유전의 기본 원리를 이해하고 사람의 여러 가지 유전 현상을 설명할 수 있다.
	제시문 3	유전자의 전달을 통한 생명의 연속성을 세포분열, 염색체 행동, 유전 현상과 관련지어 이해한다. 멘델 법칙을 바탕으로 유전의 기본 원리를 이해하고 사람의 여러 가지 유전 현상을 설명할 수 있다
	제시문 4	세포가 생명활동을 하는데 필요한 물질 및 에너지의 출입과 관련하여 우리 몸의 각 기관계의 작용을 통합적으로 이해한다.
	문제 I - i	멘델 법칙을 바탕으로 유전의 기본 원리를 이해하고 사람의 여러 가지 유전 현상을 설명할 수 있다
	문제 I - ii	멘델 법칙을 바탕으로 유전의 기본 원리를 이해하고 사람의 여러 가지 유전 현상을 설명할 수 있다
	문제 I - iii	멘델 법칙을 바탕으로 유전의 기본 원리를 이해하고 사람의 여러 가지 유전 현상을 설명할 수 있다.
	문제 I - iv	멘델 법칙을 바탕으로 유전의 기본 원리를 이해하고 사람의 여러 가지 유전 현상을 설명할 수 있다

나) 자료 출처

교과서 내				
도서명	**저자**	**발행처**	**발행연도**	**쪽수**
생명과학 Ⅰ	심규철 외 5명	비상교육	2016	29, 78, 84, 89, 92, 94, 164
생명과학 Ⅰ	박희송 외 4명	교학사	2016	87-88, 90, 91, 96, 98, 105-108, 165
생명과학 Ⅰ	이준규 외 5명	천재교육	2016	22, 65-73, 78-83, 86, 145
생명과학 Ⅰ	이길재 외 7명	상상아카데미	2016	37, 77-85, 88-92, 153

5. 문항 해설

유전 양식 중 상염색체와 성염색체에 의한 우성 또는 열성 형질 유전을 구분하고, 서로 다른 염색체에 있는 유전자들의 독립 유전과 동일한 염색체에 있는 유전자들의 연관 유전을 이해하고 있는지 묻는 문제이다. 또한 멘델의 유전법칙이 적용되지 않는 유전 현상인 중간 유전, 복대립 유전, 다인자 유전 현상을 이해하고 해답을 추론할 수 있는지를 알아보는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
Ⅰ- ⅰ (가)	몸통 색과 눈 모양을 결정하는 유전자는 X 염색체(성염색체)에 존재한다(몸통 색과 눈 모양 유전자는 반성유전한다). **(1점)** 몸통 색과 눈 모양을 결정하는 유전자는 연관되어 있다. **(1점)** 날개 모양를 결정하는 유전자는 상염색체 유전을 한다. **(1점)**	3점
Ⅰ- ⅰ (나)	정상 몸통, 정상 날개, 정상 눈의 암컷이 나올 확률을 계산한 후 각각의 확률을 더하면 $\frac{1}{12}+\frac{1}{24}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=\frac{1}{4}$이다.	5점
	정상 몸통, 뭉툭한 날개, 정상 눈 모양을 가진 수컷 초파리가 나올 확률은 임의로 뽑는 확률을 고려하여 각 교배에서의 확률을 계산한 후 각각의 확률을 더 하면 $\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=\frac{1}{8}$ 이다.	5점
Ⅰ- ⅱ	흔적 더듬이를 유발하는 돌연변이는 우성 돌연변이이다. **(2점)** 더듬이를 결정하는 유전자는 X 염색체상에 존재(반성 유전) 한다. **(1점)** 흔적 더듬이를 유발하는 돌연변이를 가지고 있는 수컷은	4점

	사망한다(흔적 더듬이를 유발하는 돌연변이는 치사 유전자이다). **(1점)**	
I-iii (가)	<초파리 3>은 호르몬 X가 결합하는 부위가 아닌 다른 곳에 돌연변이가 일어난 a1 대립 유전자와 호르몬 X가 결합하는 부위에 돌연변이가 생긴 a2 대립유전자로 이루어진 a1a2의 유전자형을 가질 것이다. **(5점)** <초파리 4>의 세포막은 전혀 호르몬 X와 결합하지 않기 때문에 유전자형은 a2a2 이다. **(5점)**	10점
I-iii (나)	이형접합형 초파리의 경우에도 유전병 증상이 나타나기 때문에 정상 유전자 A가 돌연변이 유전자 a1, a2 에 대해 완전 우성이 아니다(우열관계가 명확하지 않다)을 알 수 있다. 이러한 유전 현상의 특징은 중간 유전 현상(불안정 우성)과 유사하다. **(4점)** 하나의 정상 유전자(A)에 서로 다른 두가지 돌연변이(a1,a2)가 생겨 세 개의 대립 유전자에 의해 유전병이 나타나므로 복대립 유전과 유사하다. **(4점)**	8점
I-iv	대립 유전자 A, B, D가 하나씩 늘어날수록 키가 8cm 씩 커지므로 166cm의 자손은 대립유전자 A, B, D 중 2개를 가지고 있어야 한다. **(2점)** 166cm인 자손이 나올 확률은 $\frac{15}{64}$이다. **(3점)**	5점

7. 예시 답안

[생명과학 I-i]

(가) 정상 몸통 색 대립 유전자를 B라 하면 노란색 몸통 대립 유전자는 b, 정상 날개 대립 유전자를 W라 하면 뭉툭한 날개 대립유전자는 w, 정상 눈을 가진 유전자를 E라 하면 막대 모양의 눈 대립 유전자는 e라 하자. 몸통 색과 날개 모양의 표현형의 비율을 보면 B_W_:bbW_:B_ww:bbww = 1800:600:600:200 = 9:3:3:1 이다. 따라서 **몸통 색(B)과 날개 모양(W)을 결정하는 유전자는 서로 다른 염색체에 존재한다.** 몸통 색(B)과 눈 모양(E)에 대한 표현형의 비율을 보면 B_E_:bbee =2400:800=3:1 이다. 따라서 **몸통 색과 눈 모양을 결정하는 유전자는 동일한 염색체(연관)**에 존재한다.

또한 정상 몸통 색과 정상 눈 모양을 가진 수컷과 노란색 몸통과 막대 모양의 눈을 가진 수컷의 비율은 800:800=1:1 이다. 이는 **몸통과 눈 모양을 결정하는 유전자는 X 염색체에 존재함을 의미한다.**

몸통 색과 눈 모양을 결정하는 유전자는 성염색체 유전 (반성 유전, X 염색체 유전)을 하며, 날개 모양를 결정하는 유전자는 상염색체 유전을 한다.

(나) 몸통 색깔과 눈 모양은 상기 (가)의 결과에 따라 X 염색체에 있다. 노란색 몸통과 뭉툭한 날개 막대 모양의 눈을 동시에 가지고 있는 수컷 초파리($wwX^{b/e}Y$)와 정상 암컷 초파리를 교배하여 얻은 자손(F1)에서 정상 수컷과 정상 암컷 초파리만 관찰되었고 돌연변이와 교차는 고려하지 않기 때문에, 부모 세대의 정상 암컷 초파리는 세 가지 형질에 대해 동형 접합자인 정상 암컷 초파리(WWXX)임을 알 수 있다. 따라서 자손(F1)에서 나온 암컷 초파리의 유전형은 $WwX^{b/e}X$이고 수컷 초파리의 유전자형은 WwXY 임을 알 수 있다.

이 둘을 교배하여 나온 그룹 3의 수컷들은 정상 날개의 유전자형인 WW와 Ww에 따라 $WWX^{b/e}Y$: $WwX^{b/e}Y$=1:2의 비율을 가지게 된다. 그룹 4의 암컷들은 정상 몸통과 정상 눈 모양의 유전자형에 따라 wwXX;$wwX^{b/e}X$ = 1:1의 비율을 가지게 된다.

그룹 3과 그룹 4의 수컷과 암컷을 임의로 뽑아서 교배를 하는 경우는 총 4가지의 경우의 수가 존재한다: (1) 초파리 수컷($WWX^{b/e}Y$) x 초파리 암컷(wwXX), (2) 초파리 수컷($WWX^{b/e}Y$) x 초파리 암컷($wwX^{b/e}X$), (3) 초파리 수컷($WwX^{b/e}Y$) x 초파리 암컷(wwXX) (4) 초파리 수컷($WwX^{b/e}Y$) x 초파리 암컷($wwX^{b/e}X$).

따라서 그룹 3과 그룹 4에서 임의로 뽑는 확률을 고려하여 각각의 교배에서 **정상 몸통, 정상 날개, 정상 눈의 암컷이 나올 확률을 계산 한 후 각각의 확률을 더 하면** $\frac{1}{12}+\frac{1}{24}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=\frac{1}{4}$ 이다.

정상 몸통, 뭉툭한 날개, 정상 눈 모양을 가진 수컷 초파리가 나올 확률은 임의로 뽑는 확률을 고려하여 각 교배에서의 확률을 계산한 후 각각의 확률을 더 하면 $\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=\frac{1}{8}$ 이다.

[생명과학 I-ⅱ]

흔적 더듬이를 가지는 암컷 초파리와 정상 더듬이를 가지고 있는 수컷 초파리의 교배 시 정상 더듬이를 가지는 수컷 초파리와 암컷 초파리가 나오는 것으로 보아 흔적 더듬이를 가지는 암컷 초파리는 이형접합형 유전자형을 가질 것이다. 흔적 더듬이에 대한 유전 양식은 상염색체 유전과 성염색체 유전의 가능성이 있다. 상염색체 유전의 경우 흔적 더듬이의 돌연변이를 a라고 한다면 흔적 더듬이를 가진 암컷은 Aa, 정상 수컷은 AA (열성일 경우 Aa)일 것이다. 따라서 이들의 자손은 AA, Aa, Aa가 나오지만 문제의 암컷과 수컷의 비율을 설명하지 못한다.

성염색체 유전인 경우 흔적 더듬이를 가지지는 돌연변이가 X 염색체 상에 있는 경우 흔적 더듬이를 가진 돌연변이 암컷은 XX^a로 표시할 수 있고 정상 날개의 수컷은 XY로 표시할 수 있다. 이들을 교배 시 XX, XY, X^aX, X^aY로 표시 할 수 있다. 암컷 초파리의 유전자형이 X^aX의 경우, 대립유전자 중 하나의 돌연변이가 흔적 더듬이 표현형을 나타내므로 돌연변이는 우성으로 작용할 것이다. 또한 자손 중 흔적 더듬이를 가진 수컷은 태어나지 않으므로 수컷의 경우 흔적 더듬이 돌연변이는 수컷의 사망을 유도하여 표현형이 나타나지 않는 것이라 생각할 수 있다.

따라서 **더듬이를 결정하는 유전자는 X 염색체상에 존재하고(반성 유전), 흔적 더듬이를 유발하는 돌연변이는 우성 돌연변이이다**. 또한 흔적 더듬이를 유발하는 돌연변이가 발생한 수컷의 경우 자손에서 관찰되지 않으므로 또한 문제에서 제시한 암컷 초파리는 모두 이형접합성인 것을 보아 **흔적 더듬이를 유발하는 돌연변이를 가지고 있는 수컷은 사망**하는 것으로 설명할 수 있다.

[생명과학 I-ⅲ]

(가) 이 유전병은 표적 세포의 세포막 단백질 A에 대한 유전 정보를 가지고 있는 정상 유전자인 A에 돌연변이가 발생하여 초파리의 뒷다리 길이에 이상이 생기는 유전병이다. 따라서 이 유전병은 돌연변이가 발생한 막단백질 A에 세포 밖에 존재하는 호르몬 X가 정상적으로 작용하지 못하여 뒷다리 길이에 이상이 생긴 것이라 생각할 수 있다. 유전병이 나타난 <초파리 1>과 <초파리 2>의 경우 정상 뒷다리에 비해 뒷다리의 길이가 반으로 줄어 들어 있는 공통적인 성질을 보이고 있는 반면 <초파리 3>과 <초파리 4>의 경우 뒷다리가 생기지 않았다. 따라서 이를 통해 <초파리 1>과 <초파리 2>의 경우는 유전자 A에 대한 정보를 가지고 있는 한 쌍의 대립유전자 중 하나에 돌연변이가 생긴 이형접합자 초파리로 예측할 수 있고 <초파리 3>과 <초파리 4>는 한 쌍의 돌연변이 유전자에 모두 돌연변이가 생긴 동형접합자 초파리로 생각할 수 있다.

따라서 <초파리 1>에 대한 유전자형은 Aa1, <초파리 2>의 경우 Aa2로 표시할 수 있다. 돌연변이 대립 유전자 a1을 가진 <초파리 1>의 경우 호르몬 X와 표적 세포막의 결합은 정상 초파리와 동일하고, 돌연변이 대립 유전자 a2를 가진 <초파리 2>의 경우 호르몬 X와의 결합은 1/2로 줄어 들어 있음을 알 수 있다. 이러한 결과를 종합하면 **돌연변이 유전자 a1의 경우 호르몬 X와 결합하는 부위가 아닌 곳에 돌연변이가 일어난 것이며 돌연변이 유전자 a2의 경우 호르몬 X와 결합하는 부위에 돌연변이가 일어난 것**으로 예측할 수 있다. 즉 <초파리 1>의 경우 돌연변이 대립 유전자 a1이 호르몬 X와 결합하는 부위가 아닌 다른 곳에 돌연변이가 일어난 것이므로 호르몬 X와는 정상 초파리 만큼 결합하지만 정상 초파리에서 나타나는 호르몬 X의 활성이 1/2으로 줄어들어 뒷다리가 짧아진 것으로 생각할 수 있다. <초파리 2>의 경우 돌연변이 유전자 a2가 호르몬 X와의 결합 부위에 돌연변이가 일어난 것이므로 정상 초파리에 비해 세포막에 결합하는 호르몬 X의 양이 반으로 줄어들어서 뒷다리의 길이가 1/2로 줄어든 것이다.
이러한 결과를 종합하면 뒷다리가 생기지 않는 **<초파리 3>은 호르몬 X가 결합하는 부위가 아닌 다른 곳에 돌연변이가 일어난 a1 대립 유전자와 호르몬 X가 결합하는 부위에 돌연변이가 생긴 a2 대립유전자로 이루어진 a1a2의 유전자형**을 가질 것이다. 또한 **<초파리 4>의 세포막은 전혀 호르몬 X와 결합하지 않기 때문에 유전자형은 a2a2**일 것이다.

(나) <제시문1>을 참고하였을 때 문제의 유전병의 경우는 중간 유전(불완전 우성)과 복대립 유전이라고 할 수 있다. **이형접합형 초파리의 경우에도 유전병 증상이 나타남으로서 정상 유전자 A가 돌연변이 유전자 a1, a2 에 대해 완전 우성이 아님(우열관계가 명확하지 않음)을 알 수 있다. 이러한 유전 현상의 특징은 불완전 우성 즉 중간 유전 현상과 유사하다.** 그리고 **하나의 정상 유전자(A)에 서로 다른 두가지 돌연변이(a1,a2)가 생겨 세 개의 대립유전자에 의해 유전병이 나타나므로 복대립 유전과 유사하다**.

[생명과학 I-iv]
사람 키는 3가지 유전자에 의해 결정되는 다인자 유전으로서 대립 유전자 A, B, D의 숫자에 따라 총 7가지의 표현형을 가질 수 있다. 즉 대립유전자 A, B, D가 하나도 없는 경우부터 1개인 경우, 2개인 경우, 3개인 경우, 4개인 경우, 5개인 경우, 6개인 경우로 나눌 수 있다. 키가 198cm인 남성의 경우 6개의 대립유전자 A, B, D를 가진 경우이고 150cm인 여성의 경우 대립유전자 A, B, D를 하나도 가지고 있기 않다. 문제에서 각 유전자는 동일한 정도로 사람의 키에 영향을 미친다고 기술되어 있기 때문에 **대립 유전자 A, B, D가 하나씩 늘어날수록 키가 8cm씩 커진다고 예측**할 수 있다.
150cm인 여성과 198cm인 남성이 결혼하여 나타나는 자손의 유전자형은 AaBbDd이고 174cm이다. 동일한 유전자형을 가진 여성과 결혼하므로 여성의 유전자형도 AaBbDd이다. 이 남성과 여성이 결혼해서 **166cm인 자손을 낳을 경우 166cm의 자손은 대립유전자 A, B, D 중 2개를 가지고 있어야 한다.**
AaBbDd인 유전자형을 가진 남성과 여성이 결혼한 경우 64개의 유전자형을 가진 자손이 태어나고 이 중 대립유전자 A, B, D 중 2개를 가지는 자손은 총 15개가 가능하다. 따라서 **166cm인 자손이 나올 확률은** $\frac{15}{64}$이다.