

2015학년도 모의논술 문제 해설

수학 1

삼각형과 사각형의 넓이 그리고 고등학교 수학과 교과 중 함수의 극한 부분에서 출제되었다. 기후, 화학반응 등과 같이 시간의 흐름에 따라 변화하는 자연현상들을 이해하고 해결하는 데 함수의 극한이 이용된다. 본 문제는 수험생들이 기본적인 도형의 넓이와 함수의 극한을 잘 이해하고 있는지 평가하고자 하는 문제이다. 이러한 개념들에 대한 이해가 충분하다면 매우 쉽게 설명할 수 있다.

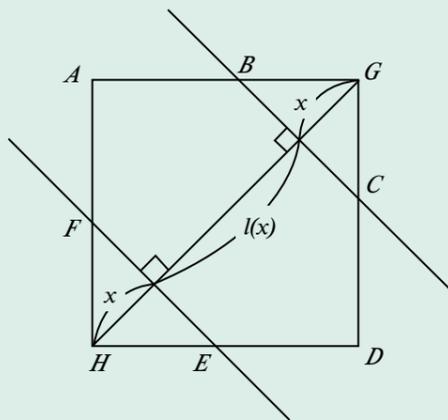
[수학 1-i] 삼각형과 사각형의 넓이를 구하고, 이를 이용하여 육각형의 넓이를 구할 수 있는가를 평가하고자 한다.

[수학 1-ii] 문제의 내용을 제대로 이해하고 논리적으로 답을 구할 수 있는가를 평가하고자 한다.

[수학 1-iii] 함수의 극한을 이해하고 극한값을 구할 수 있는가를 평가하고자 한다.

예시 답안

[수학 1-i]



대각선의 길이가 $2a$ 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}a$ 이므로 정사각형 AGDH의 넓이는 $2a^2$ 이다. 또한 삼각형 BGC의 넓이는 x^2 이다. 따라서 육각형 ABCDEF의 넓이 $S(x)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$S(x) = 2a^2 - 2x^2 = 2(a^2 - x^2)$$

[수학 1-ii]

정사각형 AGDH의 넓이가 삼등분되기 위해서는 삼각형 BGC의 넓이가 정사각형 AGDH의 넓이의 $\frac{1}{3}$ 이 되어야 한다. 따라서

$$\frac{2a^2}{3} = x^2 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{3}a.$$

[수학1-iii]

대각선의 길이가 $2a$ 이므로 $l(x) = 2a - 2x$. 따라서

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{s(x)}{l(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{2(a^2 - x^2)}{2(a-x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{2(a-x)(a+x)}{2(a-x)} = \lim_{x \rightarrow a} (a+x) = 2a.$$

수학 2

고등학교 수학과 교과 중 포물선, 접선의 방정식, 함수의 최댓값과 최솟값에 관한 문제이다. 포물선은 수학 및 여러 다른 분야에 많이 응용되고 있는 중요한 이차곡선이다. 본 문제는 수험생들이 포물선에 대한 이해를 바탕으로 주어진 문제를 수학적으로 표현하고 정적분을 이용하여 도형의 넓이를 구하는 능력을 평가하고자 하는 문제이다.

[수학 2-i] 미분법을 이용하여 주어진 곡선의 접선의 방정식을 구할 수 있는지 평가하고자 한다.

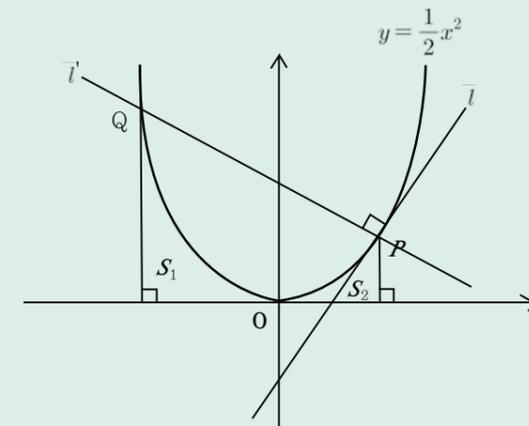
[수학 2-ii] 직선과 포물선의 교점을 구할 수 있는지 평가하고자 한다.

[수학 2-iii] 정적분을 이용하여 도형의 넓이를 구하는 능력을 평가하고자 한다.

[수학 2-iv] 자신의 주장을 논리적으로 표현하는 능력을 평가하고자 한다.

예시 답안

[수학 2-i]



$y = \frac{1}{2}x^2$ 이므로 $y' = x$ 이다. 따라서 <제시문 1>에 의하여 접선 l' 의 방정식은

$$y - \frac{1}{2}a^2 = a(x - a) \Rightarrow y = ax - \frac{1}{2}a^2.$$

[수학 2-ii]

두 직선 l 과 l' 는 서로 수직이므로 <제시문 2>에 의하여 직선 l' 의 기울기는 $-\frac{1}{a}$ 이다. 직선 l' 가 점 $P(a, \frac{1}{2}a^2)$ 를 지나므로 직선 l' 의 방정식은

$$y - \frac{1}{2}a^2 = -\frac{1}{a}(x - a) \Rightarrow y = -\frac{1}{a}x + 1 + \frac{1}{2}a^2.$$

따라서 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 과 직선 l' 의 교점은

$$\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{a}x + 1 + \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow x^2 + \frac{2}{a}x - a^2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x - a)\left(x + \left(a + \frac{2}{a}\right)\right) = 0 \quad (P(a, \frac{1}{2}a^2) \text{는 하나의 교점})$$

$$\Rightarrow Q \text{의 좌표는 } \left(-\left(a + \frac{2}{a}\right), \frac{1}{2}\left(a + \frac{2}{a}\right)^2\right).$$

[수학 2-iii]

$$S_1 \text{의 넓이} = \int_{-(a+\frac{2}{a})}^0 \frac{1}{2}x^2 dx = \frac{1}{6}(a+\frac{2}{a})^3.$$

$$S_2 \text{의 넓이} = \int_0^a \frac{1}{2}x^2 dx = \frac{1}{6}a^3.$$

[수학 2-iv]

$$S_1 \text{과 } S_2 \text{의 넓이는 같다} \Leftrightarrow \frac{1}{6}(a+\frac{2}{a})^3 = \frac{1}{6}a^3$$

$$\Leftrightarrow (a+\frac{2}{a})^3 = a^3$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{a} = 0,$$

이는 모순이다. 따라서 모든 $a > 0$ 에 대하여 S_1 과 S_2 의 넓이는 같지 않다.

별해

포물선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 은 y 축에 대칭이므로

$$S_1 \text{과 } S_2 \text{의 넓이는 같다} \Leftrightarrow a + \frac{2}{a} = a$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{a} = 0,$$

이는 모순이다. 따라서 모든 $a > 0$ 에 대하여 S_1 과 S_2 의 넓이는 같지 않다.

물리 I

천체의 운동에 대한 이해는 물리학 발전에 지대한 영향을 미쳤으며 현대 물리학에서도 여전히 그 중요성이 대단히 크다고 하겠다. 이번 모의논술에서는 '물리 I' 1단원 '시공간과 우주' 단원에서 배우는 운동에 대한 기본적 이해와 같은 단원에서 언급하고 있는 암흑물질에 대하여 물리적 상황을 논리적으로 이해하고, 구체적인 추론을 할 수 있는지를 묻는 문제로 출제하였다. 문제들은 모두 고등학교 '물리 I'의 범위에서 출제하였으며, 단순한 암기에 의한 답을 도출하는 것보다는 답을 구하기 위한 과정에서 사용하는 다양한 개념들을 얼마나 충실히 이해하고 적용할 수 있는지 평가하려 하였다.

예시 답안

[물리 I - i]

그림을 참조하여 운동을 이해할 수 있다. 은하중심-태양 운동

에서, 원운동 궤도의 길이는 $2\pi R$ 이고, 주기 T 라고 할 때 태양

$$\text{의 원운동 속력은 } v = 2\pi R / T = \frac{2\pi \times 2.7 \times 10^4 \text{Ly}}{2.4 \times 10^8 \text{y}} \approx 7.1 \times 10^{-4} c$$

이므로 대략 210km/sec이다. 태양-지구 운동에서, 지구의 태양에

대한 상대 속력을 비슷한 방법으로 구하면,

$$2\pi \times 1.5 \times 10^8 \text{km} / 1\text{yr} \approx 30 \text{km/sec.}$$

따라서 태양 운동 방향과 일치

할 때 최대 초속 240킬로미터이고, 반대일 때 최소 초속 180킬로

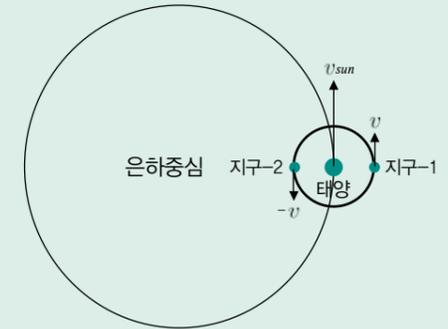
[물리 I - ii]

$$\text{암흑물질의 개수밀도는 밀도/질량로, } n = \rho / M = \frac{5 \times 10^{-23} \text{g/cm}^3}{1.7 \times 10^{-24} \text{g}} \approx 30 \text{개/cm}^3.$$

1초 동안 단위면적 1제곱미터인 면이 끌고 지나가는 부피에 들어 있는 암흑물질의 개수는

$$n \times v \times A = 30 / \text{cm}^3 \times (180 - 240) \text{km/sec} \times 1\text{m}^2 \approx (5 - 7) \times 10^{12} / \text{sec}.$$

이로부터 물체와 암흑물질이 만나는 횟수는 초당 최소 5조 번, 최대 7조 번임을 알 수 있다.



양자역학의 기본 원리인 불확정성 원리는 근본적으로 고전역학의 한계를 뛰어넘는 중요한 개념이라고 하겠다. 문제 [물리 II - i]과 [물리 II - ii]는 '물리 II' 4단원에서 배우는 양자 물리의 기본을 이해하고, 전파 망원경이라는 실제 물리적 상황에 논리적으로 적용할 수 있는지 묻는다. 이 문제들은 모두 고등학교 '물리 II'의 범위에서 출제하였으며, 단순한 암기에 의한 답을 도출하는 것보다는 답을 구하기 위한 과정에서 사용하는 다양한 개념들을 얼마나 충실히 이해하고 적용할 수 있는지 평가하려 하였다.

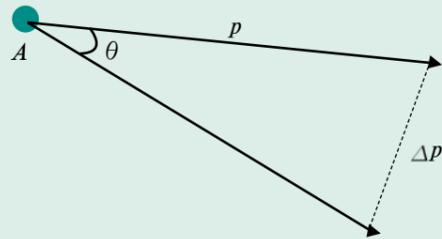
예시 답안

[물리 II - i]

A점에서 출발한 광자의 위치에 대한 불확정성 Δx 가 전파 망원경의 지름 R로 주어지므로, 불확정성의 원리로부터 $\Delta p \geq \frac{h}{\Delta x} = \frac{h}{R}$. 따라서 광자의 운동량의 불확정성의 최솟값은 $\frac{h}{R}$ 이다.

[물리 II - ii]

전파 망원경에 광자가 들어오는 과정을 그림처럼 도식화하여 이해할 수 있다.



옆 그림에서 운동량의 불확정도는 $\Delta p = p \theta$ 이다.

[물리 II - i]에서 구한 결과를 이용하여 $\Delta p = p \theta \geq \frac{h}{R}$ 에서 분해능은 $\theta \geq \frac{h}{pR} = \frac{h}{\frac{h}{\lambda} R} = \frac{\lambda}{R}$.

즉, 망원경이 클수록 분해능이 좋다. 따라서 <제시문 2>에서 주어진 것처럼 분해능을 좋게 하기 위해서는 망원경의 지름을 크게 하여야 한다.

고등학교 '화학 I'에서 기본적으로 다루어지고 있는 원자의 구조, 주기적 성질에 관련된 문제이다. 주기율표에서 같은 그룹에 속한 원자들의 화학적 성질이 유사함을 이해하고, 이온화 에너지를 현대적 원자 모형에 따른 바닥상태에서의 전자 배치를 이용하여 해석할 수 있는지 평가하고자 하는 문제이다. 또한 보어의 원자 모형을 이용하여, 고등학교 '화학 I'에서 다루어지는 빛에 관련된 기본적인 수식을 이해하고 있는지 평가하고자 하였다. 본 문제는 '화학 I'에서 다루는 간단한 기본 지식을 묻는 것으로 필요한 지식은 대부분 제시문에 주어졌으며, 이를 읽고 이해할 수 있으면, 쉽게 풀 수 있도록 평이하게 문제를 출제하였다.

예시 답안

[화학 I - i]

<제시문 1>의 내용을 참조하면, 이온화 에너지는 전자를 하나 떼어 내는 데 필요한 에너지이다. 3주기에 있는 인(P)과 황(S)은 2주기에 있는 질소(N)와 산소(O)보다 각각 전자껍질의 수가 많아져서 원자가 전자가 원자핵으로부터 멀어지므로 원자핵과 전자 사이의 인력이 감소하여, 1404kJ/mol, 1314kJ/mol보다 낮은 이온화 에너지 값을 가질 것이다. 또한 인(P)의 이온화 에너지 값이 황(S)의 이온화 에너지 값보다 클 것으로 예측된다. 인(P)의 원자가 전자는 $3S^2 3P^3$ 의 전자 배치를 갖고, 황(S)은 $3S^2 3P^4$ 의 전자 배치를 갖는데, p오비탈에 전자가 짝으로 채워져, 이들의 전자 반발력이 증가하여, 황(S)에서 전자를 떼어 내기가 인(P)보다 쉬울 것으로 예측되기 때문이다.

[화학 I - ii]

<제시문 2>와 <제시문 3>의 내용을 참조로 바닥상태에 있는 수소 원자로부터 전자를 제거하는 데 필요한 수식을 세운다. 바닥상태에 있는 수소 원자로부터 전자를 제거하여 양이온으로 만드는 것은 전자를 $n_{\text{초기}}=1$ 에서 $n_{\text{나중}}=\infty$ 로 보내는 것이다.

따라서 <제시문 3>에 주어진 수식을 이용하면, $\Delta E_n = R \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{1^2} \right) = -R$

그리고 에너지와 파장에 관한 다음 관계식을 이용하면, $\Delta E = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$ 이다.

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E}$$

$$= -\frac{hc}{R}$$

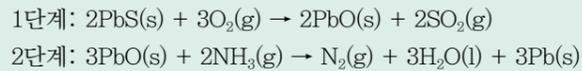
즉 $\lambda = -\frac{hc}{R}$ 이다.

고등학교 교육과정 '화학 II'에서 기본적으로 다루어지고 있는 산화-환원 반응, 화학전지와 전기 분해에 관한 문제이다. 제시문에 문제 풀이를 위한 기본적인 내용을 제시하여, 학생들에게 '화학 II'에서 다루는 관련 내용을 정리하도록 유도하였고, 주어진 정보를 이용하여 논리적으로 화학 균형 반응식을 세우고, 간단한 화학양론적 고려를 할 수 있는지 평가하고자 하는 문제이다. 또한 반쪽 반응의 표준 환원 전위와 표준 자유에너지 변화와의 관계를 이해하여, 반응의 진행 여부를 판단할 수 있는지 알아보하고자 하였다. '화학 II'에서 다루는 간단한 기본 지식을 이해하고 있고, 기본적인 수리적 연산 능력이 있으면 쉽게 풀 수 있도록 평이하게 문제를 출제하였다.

예시 답안

[화학 II - i]

문제에서 주어진 정보를 바탕으로 다음과 같은 반응식을 세울 수 있다.



황화납(PbS) 126g은 2몰에 해당하므로, 필요한 산소 기체는 3몰이다. 따라서 모든 산소 기체가 반응하고, 2몰의 산화납(PbO)이 생성되고, 이산화황(SO₂) 기체 2몰이 생성된다. 2단계 반응식을 이용하면, 2몰의 산화납을 환원시키기 위해 필요한 암모니아 가스는 4/3몰이다. 따라서 2몰의 암모니아 가스 중 4/3몰이 반응하여 2/3몰이 남고, 질소 기체 2/3몰이 형성되게 된다. 반응 후 용기 안에 존재하는 기체는 이산화황 : 2몰, 암모니아 가스 : 2/3몰, 질소 기체 : 2/3몰, 기체의 총 몰수는 10/3몰이다.

이상 기체로 가정하여, $PV=nRT$ 의 공식을 이용하여 압력을 계산한다.

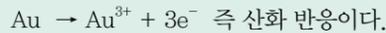
$$P = \frac{nRT}{V}$$

$$= \frac{\frac{10}{3} \text{ mol} \times 0.082 \text{ atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K} \times 300 \text{ K}}{1 \text{ L}}$$

$$= 82 \text{ atm}$$

[화학 II - ii]

금이 녹는 반응은 다음과 같다.



금을 녹이기 위해서 나머지 반쪽 반응은 환원 반응이 되어야 한다.



<제시문 4>에서 전지 전위는 $E^0_{\text{전지}} = E^0_{\text{환원전극}} - E^0_{\text{산화전극}}$ 이므로,

$E^0_{\text{전지}} = 0.96 - 1.50 = -0.54 \text{ V}$

<제시문 4>에서 $\Delta G^0 = -nFE^0_{\text{전지}}$ 이므로, $\Delta G^0 = 0.54nF > 0$ 이다.

즉 위 반응은 발생하지 않는다. 금이 녹지 않는다.

고등학교 교육과정 '생명과학 I'의 '세포와 생명의 연속성' 단원은 세포 분열과 유전 현상의 기본 개념을 다루고 있다. 이 단원에서 멘델의 유전 법칙을 통해 유전의 기본 원리 및 염색체 이상을 이해해야 한다. '항상성과 건강' 단원은 생체의 항상성 유지와 방어 작용에 대해 다루고 있다. 혈액형으로 수혈 가능 여부를 판단하며, 혈액은 다양한 질병의 진단에도 사용되므로 이와 관련된 기본 개념의 이해가 필수적이다.

본 문제는 우리가 일상에서 친숙한 ABO식 혈액형과 Rh식 혈액형을 유전 현상과 접목하여 잘 이해하고 있는지 평가하는 문제이다. 또한 항원에 의한 항체의 생성과 항원-항체 반응이 어떻게 적아 세포증이라는 질병을 일으키는지 종합적으로 판단할 수 있는지 평가하고자 하였다. 멘델의 유전 법칙만 잘 이해하고 있으면 다음 세대에서 나타나는 혈액형을 예측할 수 있도록 평이하게 문제를 출제하였으며, 우리 주위에서 관찰할 수 있는 질병을 교과서에서 배우는 기본 지식으로 충분히 설명할 수 있다는 메시지를 전달하고자 하였다.

예시 답안

[생명과학 I - i]

멘델의 분리의 법칙에 의해서 이형접합 A형이면서 이형접합 Rh+인 아버지가 생산할 수 있는 정자의 종류는 아래 푸넷표와 같이 4가지 종류이다. 이형접합 B형이면서 Rh-인 어머니가 생산할 수 있는 난자의 종류는 2가지 종류이다. 이들을 조합하면 유전형과 표현형 모두 서로 다른 8가지 조합이 가능하다.

유전형	Rh+, A	Rh-, A	Rh+, O	Rh-, O
Rh-, B	Rh+/Rh-, AB	Rh-/Rh-, AB	Rh+/Rh-, BO	Rh-/Rh-, BO
Rh-, O	Rh+/Rh-, AO	Rh-/Rh-, AO	Rh+/Rh-, OO	Rh-/Rh-, OO
표현형	Rh+, A	Rh-, A	Rh+, O	Rh-, O
Rh-, B	Rh+, AB형	Rh-, AB형	Rh+, B형	Rh-, B형
Rh-, O	Rh+, A형	Rh-, A형	Rh+, O형	Rh-, O형

- a. Rh-, AB형 자식이 태어날 확률 : 위의 표와 같이 Rh-, AB형 자식이 태어날 확률은 1/8이다.
- b. Rh+, AB형 자식이 태어날 확률 : 위의 표와 같이 Rh+, AB형 자식이 태어날 확률은 1/8이다.
- c. 첫 번째 아이가 적아 세포증으로 사망할 확률 : 적아 세포증은 Rh-인 어머니가 Rh+인 첫 번째 아이를 출산할 경우에 어머니의 몸속에서 Rh 항체가 생성되고, 두 번째 아이도 Rh+ 아이일 경우에 일어나는 현상이므로 첫 번째 아이가 적아 세포증으로 사망할 확률은 0%이다.
- d. 두 번째 아이가 적아 세포증으로 사망할 확률 : 적아 세포증으로 사망하기 위해서는 첫 번째 아이와 두 번째 아이가 모두 Rh+이어야 하므로 첫 번째 아이가 Rh+일 확률 1/2과 두 번째 아이가 Rh+일 확률 1/2을 곱하여 1/4이다.

[생명과학 I - ii]

문제에서 제시한 수혈을 받을 첫 번째 아이는 Rh-, A형이다. Rh-형은 Rh-형 피를 수혈받아야 한다. 그리고 A형은 A형 또는 O형에게서 수혈을 받을 수 있다. 이때 Rh- 어머니에게서 태어난 첫 번째 아이는 Rh-형이므로 두 번째 아이가 적아 세포증으로 사망할 확률은 없다. 문제에서 제시한 아버지는 이형접합 Rh+인지, 동형접합 Rh+인지 명시하지 않았지만, 첫 번째 아이가 Rh-인 것으로 보아 아버지는 이형접합 Rh+임을 알 수 있다. 따라서 두 번째 아이가 Rh-형일 확률은 1/2이며, A형 또는 O형일 확률은 1/2이다. 따라서 이 두 가지 조건을 모두 만족하는 확률은 1/4이다.

고등학교 교육과정 '생명과학 II'의 '유전자와 생명공학' 단원에는 여러 분야에서 널리 사용되고 있는 유전자 재조합 기술에서부터 인간 유전체 연구, 줄기 세포, 장기 이식 등 다양한 생명공학 기술이 소개되어 있다. 최근에도 빠른 속도로 새로운 기술들이 개발되고 있으며, 인간의 질병 진단과 치료를 위해서 이러한 기술들은 매우 유용하게 사용되고 있다.

[생명과학 II - i]과 [생명과학 II - ii] 문제는 공통적으로 DNA 중합 효소를 사용하는 유전 공학 기술인 'DNA 염기 서열 결정 방법'과 'DNA 중합 연쇄 반응'에서 DNA 중합 효소에 의한 반응들을 이해하고 있는지 묻는 문제이다. 두 가지 방법 모두 유전공학 기술의 근간을 이루는 매우 중요한 기술임과 동시에 세포에서 DNA 복제 과정을 이해하는 데 있어서도 필수적인 개념이다. DNA 복제가 일어나는 원리를 잘 이해하고 있으면 쉽게 논술할 수 있도록 문제를 출제하였으며, 세포에서 일어나는 생명 현상을 원리적으로 잘 이해하고 있으면 이를 공학적으로 적용하여 인류의 복지 증진과 질병의 진단 및 치료에 활용할 수 있는 가능성이 충분히 열려 있다는 메시지를 전달하고자 하였다.

예시 답안

[생명과학 II - i]

DNA 염기 서열을 결정하는 실험에서 DNA 중합 효소에 의해 새로 합성되는 DNA에는 dNTP와 ddNTP가 무작위로 사용된다. dNTP가 사용되면 dNTP의 3'-OH에 계속해서 새로운 DNA가 합성되지만 ddNTP가 사용되면 뉴클레오타이드에 3'-OH가 없기 때문에 더 이상 DNA 합성이 일어나지 않고 중단된다.

만일 ddATP의 농도가 dATP의 약 1%인 경우 100개의 아데닌당 하나의 ddATP가 사용된다. 이 조건에서 약 700개 뉴클레오타이드의 염기 서열을 읽을 수 있었다면, 이보다 10배 정도 높은 농도인 ddNTP, 즉 dNTP의 10%가 있는 조건에서는 더 높은 비율로 ddNTP가 DNA 합성에 사용된다. ddNTP가 사용되면 DNA 합성이 중단되기 때문에 훨씬 짧은 길이의 염기 서열만을 읽을 수 있다. 이와 반대로 더 낮은 농도의 ddNTP를 사용하면 상대적으로 긴 길이의 염기 서열을 읽을 수 있다. 따라서 약 500-1000 뉴클레오타이드의 염기 서열을 읽기 위해서는 dNTP와 ddNTP의 농도 비율을 잘 조절하여야 한다.

[생명과학 II - ii]

a 실험 조건에서 프라이머 결합 온도를 55°C에서 70°C로 15°C 올리면 프라이머 결합이 감소한다. 프라이머는 일반적으로 55°C에서 65°C 사이에서 DNA에 가장 잘 결합한다. 또한 프라이머 결합 시간도 1분에서 30초로 감소하였으므로 프라이머 결합은 더욱 감소한다. 그 결과 DNA 증폭 효율도 감소한다.

b 실험 조건에서는 대장균에서 분리한 DNA 중합 효소를 사용하였다. 중합 효소 연쇄 반응에 사용하는 DNA 중합 효소는 72°C에서 가장 높은 활성을 가지는 중합 효소를 사용해야 한다. 그러나 대장균에서 분리한 DNA 중합 효소는 72°C에서 거의 활성을 가지지 못한다. 그 결과 DNA 증폭은 거의 일어나지 않는다.

c 실험 조건에서 DNA 합성 시간을 2분에서 30초로 단축하였다. 일정 길이의 DNA를 합성하기 위해서는 길이에 비례해서 합성 시간을 늘려야 한다. 그러나 합성 시간이 단축되면 충분히 합성되지 않은 짧은 길이의 DNA 절편이 생겨나고, 이 DNA는 다음 주기의 DNA 합성에는 사용될 수 없으므로 합성 시간 단축에 비례해서 DNA 합성량도 감소한다.

Blank writing area with horizontal lines for student answers.