논술시험 (자연계)

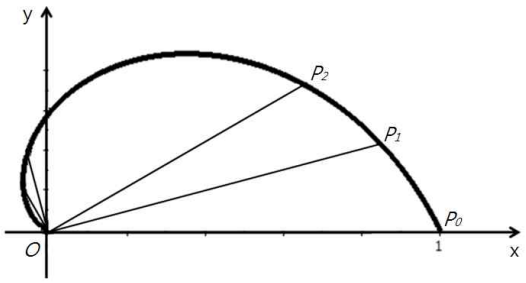
[문제 1] 다음 **<제시문 1-1>**과 **<제시문 1-2>**를 읽고 **[문제 1-i]**부터 **[문제 1-iii]**을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문 1-1> 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$이 수렴하고, $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$, $\lim_{n\to\infty} b_n = \beta$ 일 때, 수열 $\{c_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $a_n \le c_n \le b_n$이고, $\alpha = \beta$이면 $\lim_{n\to\infty} c_n = \alpha$이다.

<제시문 1-2> 매개변수 θ로 나타낸 곡선 C가 다음과 같이 주어졌다.

$$C : \begin{cases} x = \left(1-\sin\frac{\theta}{2}\right)\cos\theta \\ y = \left(1-\sin\frac{\theta}{2}\right)\sin\theta \end{cases} \qquad (0 \le \theta \le \pi)$$

닫힌 구간 $[0, \pi]$를 $n\,(n \ge 2)$등분했을 때 각 분점을 $\theta_k\,(k = 0, 1, 2, \cdots, n)$라 하고, θ_k에 대응하는 곡선 위의 점을 P_k라 하자. (단, $\theta_0 = 0, \theta_n = \pi$)



[문제 1-i] 삼각형 OP_kP_{k+1}의 넓이 $A_k(k = 0, 1, \cdots, n-2)$를 구하시오. (단, O는 원점)

[문제 1-ii] $0 \le k \le n-2$일 때 다음 부등식을 증명하시오.

$$\left(1-\sin\frac{k+1}{2n}\pi\right)^2 \le \left(1-\sin\frac{k\pi}{2n}\right)\left(1-\sin\frac{k+1}{2n}\pi\right) \le \left(1-\sin\frac{k\pi}{2n}\right)^2$$

[문제 1-iii] 점 $P_0, P_1, \cdots, P_n$ 의 순서대로 연결한 선분들과 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n이라 할 때, **[문제 1-i]**과 **[문제 1-ii]**의 결과를 이용하여 $\lim_{n\to\infty} S_n$을 구하시오.

논술시험 (자연계)

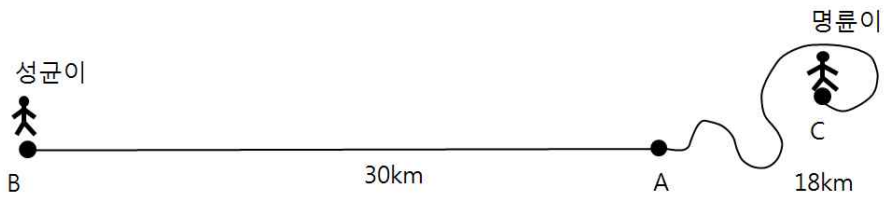
[문제 2] 다음 **<제시문 2-1>**부터 **<제시문 2-5>**를 읽고 **[문제 2-i]**과 **[문제 2-ii]**를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문 2-1> 중간값 정리.
함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$일 때, $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 실수 k 에 대하여 $f(c) = k$인 c가 열린 구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.

<제시문 2-2> 함수 $f(x)$가 어떤 구간에서 미분가능하고, 이 구간의 모든 x에 대하여
(1) $f'(x) > 0$이면 $f(x)$는 이 구간에서 증가한다.
(2) $f'(x) < 0$이면 $f(x)$는 이 구간에서 감소한다.

<제시문 2-3> 두 점 사이의 최단거리는 두 점을 연결하는 선분의 길이이다.

<제시문 2-4> 아래의 그림과 같이 지점 A와 지점 B는 30km의 곧은 도로로 연결되어 있고, 지점 A와 지점 C는 18km의 구부러진 도로로 연결되어 있다. (단, 도로는 평탄하다.)



<제시문 2-5> 성균이는 지점 B를 출발하여 도로를 따라 시속 15km/h의 속력으로 지점 A로 달려가고, 명륜이는 성균이와 동시에 지점 C를 출발하여 도로를 따라 시속 6km/h의 속력으로 지점 A로 걸어간다.

[문제 2-i] 지점 A와 성균이 사이의 최단거리와 지점 A와 명륜이 사이의 최단거리가 같아지는 순간이 출발 후 2시간 이내에 적어도 한번 존재함을 보이시오.

[문제 2-ii] 지점 C와 지점 A를 연결하는 도로가 18km의 곧은 도로라고 하면, 지점 A와 성균이 사이의 최단거리와 지점 A와 명륜이 사이의 최단거리가 같아지는 순간이 출발 후 2시간 이내에 오직 한번 존재함을 보이시오.

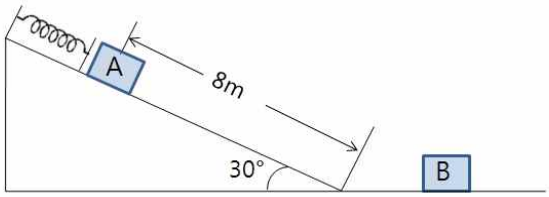
논술시험 (자연계)

[문제 3] 다음 **<제시문 3-1>**과 **<제시문 3-2>**를 읽고 **[문제 3-i]**과 **[문제 3-ii]**를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

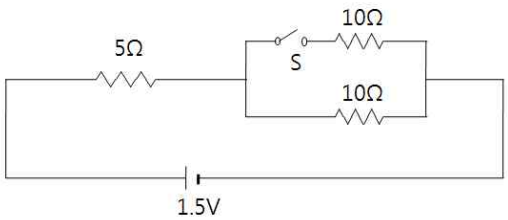
<제시문 3-1> 물체의 역학적 에너지는 운동에너지와 위치에너지의 합으로 정의된다. 두 물체가 충돌할 때 외부의 힘이 없으면 그들의 운동량의 합은 항상 일정하다.

<제시문 3-2> 도체에 흐르는 전류 I, 전압 V, 저항 R은 $V=IR$의 관계가 있다. 이때 전원에 의해 1초 동안 공급되는 전기에너지를 전력(P)이라고 하며 $P=VI$이다.

[문제 3-i] 아래 그림과 같이 30°의 경사각을 가지는 빗면 위의 물체 A를 용수철에 접촉한 상태에서 10cm 압축한 후 정지 상태에서 놓았다. 이 물체는 경사면을 8m 미끄러져 내려와서 정지해 있던 물체 B와 충돌하여 한 덩어리가 되어 운동하였다. 충돌 직후 물체의 속력을 구하시오. 두 물체의 질량은 100g으로 동일하며 용수철의 용수철 상수는 200N/m이다. (물체와 접촉면 사이의 마찰력은 무시하며 계산의 편의상 중력가속도를 10m/s^{2}로 한다.)



[문제 3-ii] 세 개의 저항이 1.5V의 전지에 아래 그림과 같이 연결되어 있다. 스위치 S를 닫은 상태에서 전지가 완전히 방전되기까지 8시간이 걸렸다. 스위치 S를 연 상태에서는 동일한 전지를 사용할 경우 완전 방전되기까지 얼마의 시간이 걸리는지 구하시오. (전지가 완전히 방전될 때까지 전지의 전압은 1.5V로 일정하게 유지된다고 가정하시오.)



논술시험 (자연계)

[문제 4] 다음 **<제시문 4-1>**부터 **<제시문 4-4>**를 읽고 **[문제 4-i]**부터 **[문제 4-iii]**을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

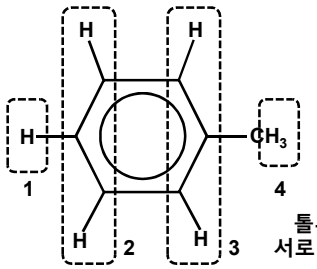
<제시문 4-1> 물질이 물에 용해되면 물 분자들이 이온이나 분자 주위를 둘러싸는데, 이러한 상태를 수화되었다고 한다. 이때 용질의 물에 대한 용해도는 물 분자와 용질의 상호작용에 따라 달라진다.

<제시문 4-2> 벤젠 고리의 수소 원자가 여러 가지 작용기로 치환된 화합물을 방향족 탄화수소 유도체라고 한다. 이 중 방향족 탄화수소의 수소 원자가 니트로기($-NO_2$)로 치환된 화합물을 방향족 니트로 화합물이라 한다. 니트로벤젠은 대표적인 방향족 니트로 화합물 중 하나이다. 방향족 탄화수소의 수소 원자가 아미노기($-NH_2$)로 치환된 화합물을 방향족 아민이라 하고 아닐린($C_6H_5NH_2$)은 대표적인 방향족 아민이다.

<제시문 4-3> 어떤 물질이 산소를 잃거나 전자를 얻는 것을 환원이라고 하고, 다른 물질을 환원시키는 물질을 환원제라고 한다. 다음은 질소 및 질소 산화물이 암모니아로 변환하는 환원 반응의 예이다.

$N_2 + 8H^+ + 8e^- \rightarrow 2NH_3 + H_2$
$NO_2^- + 7H^+ + 6e^- \rightarrow NH_3 + 2H_2O$

<제시문 4-4> 벤젠 고리에 여러 가지 작용기가 도입되면 수소 원자의 화학적 환경이 변하게 된다. 예로 벤젠 고리의 수소 원자 대신 1개의 메틸기($-CH_3$)를 가지는 화합물을 톨루엔($C_6H_5CH_3$)이라 한다. 톨루엔의 경우, 아래의 그림과 같이 메틸기에 있는 수소 원자를 포함하여 화학적 환경이 서로 다른 4종류의 수소 원자를 가진다.



톨루엔의 화학적 환경이
서로 다른 4종류의 수소 원자

[문제 4-i] 아닐린은 물에 거의 녹지 않지만 묽은 염산에는 잘 녹는다. 이러한 용해도 차이의 이유를 논하시오.

[문제 4-ii] 아닐린은 니트로벤젠의 환원으로 합성할 수 있는데 이 반응에서 환원제인 주석(Sn) 가루를 염산 용액과 혼합하여 사용할 수 있다. 이때 주석은 원자 1개당 4개의 전자를 내어놓을 수 있다. 이 방법으로 니트로벤젠으로부터 아닐린을 합성하고자 할 때, 6×10^{23}개의 니트로벤젠 분자를 아닐린으로 환원하기 위해서 최소 몇 개의 주석 원자가 필요한 지 논하시오.

[문제 4-iii] 아닐린의 방향족 탄화수소 고리에 있는 2개의 수소 원자를 2개의 염소 원자로 치환하였다. 얻어진 생성물은 질소에 결합한 수소 원자를 포함하여 화학적 환경이 서로 다른 4종류의 수소 원자를 가지고 있음이 밝혀졌다. 이를 만족시키는 모든 가능한 생성물들의 구조식을 그리시오.

논술시험 (자연계)

[문제 5] 다음 **<제시문 5-1>**과 **<제시문 5-2>**를 읽고 **[문제 5-i]**부터 **[문제 5-iii]**을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문 5-1> 흥분이 신경의 축색 돌기 말단에 도달하면 말단에 있는 시냅스 소포에서 신경 전달 물질이 시냅스 틈으로 분비된다. 신경 전달 물질은 시냅스 틈으로 확산되어 다음 뉴런 혹은 골격근 세포막을 탈분극 시킨다. 운동신경의 소포에는 아세틸콜린이라 불리는 신경 전달 물질이 함유되어 있으며, ① 운동신경 말단에 흥분이 도달하면 아세틸콜린이 시냅스 틈으로 분비되어 골격근 세포의 세포막을 탈분극 시켜 궁극적으로 근수축을 유도한다.

<제시문 5-2> 말초 신경계는 중추 신경에서 나와 온몸의 말단부까지 분포되어 있는 신경으로 체성 신경계와 자율 신경계로 구분된다. 자율 신경계는 그 말단이 각종 내장과 혈관에 분포되어 있으며 생명 유지에 필수적인 기능을 가지고 있다. 자율 신경계는 서로 길항적으로 작용하는 교감 신경과 부교감 신경으로 구성되어 있으며 같은 내장 기관에 작용하여 그 내장의 기능을 촉진하거나 억제함으로서 일정하게 조정한다. 예를 들어 교감신경에서 분비되는 노르에피네프린은 심장 박동을 촉진하는 반면 ② 부교감신경에서 분비되는 아세틸콜린은 심장 박동을 억제한다.

[문제 5-i] **<제시문 5-1>**과 **<제시문 5-2>**에서 나타나듯이 우리 몸 안에서는 자극에 대한 반응 및 항상성 유지에 필요한 정보의 전달이 이루어지고 있다. 이러한 정보의 전달을 담당하고 있는 대표적인 것 중의 하나가 위의 제시문에서 언급된 신경계이고 또 다른 하나로 내분비계가 있다. 신경계와 내분비계는 자극에 대한 반응 속도, 반응 지속 기간 및 작용 범위 등에 있어서 차이를 보인다. 내분비계에서 정보의 전달을 담당하는 물질은 무엇이며 신경계와 비교하였을 때 자극의 반응 속도, 반응의 지속 기간 및 작용 범위에서 어떠한 차이를 보이는가?

[문제 5-ii] 사린(Sarin)이라 불리는 신경가스는 아세틸콜린에스테라아제(acetylcholinesterase)라고 불리는 효소의 작용을 억제한다. 아세틸콜린에스테라아제는 방출된 아세틸콜린을 시냅스 틈에서 분해시키는 효소이다. 인간이 사린 신경가스에 노출되었을 때 예측되는 골격근과 심장의 반응을 유추하고 그 이유를 논하시오.

[문제 5-iii] **<제시문 5-1>**의 ①과 **<제시문 5-2>**의 ②에서 보여주듯이 아세틸콜린은 골격근에서는 근수축을 유도하고 심장에서는 심장 박동을 억제시킨다. 이처럼 같은 아세틸콜린이 다른 조직에서 아주 상이한 영향을 나타내는 이유를 추론하여 논하시오.