2013학년도 성균관대학교 모의논술 문제 해설

▣ 자연계 ▣

□ 문제 1

'수학 1'에서 기본적으로 다루어지고 있는 2×2 행렬에 관련된 문제이다. 매우 기본적인 행렬의 곱셈에 대한 문제가 [문제 1-i]과 [문제 1-ii]이며 [문제 1-iii]은 2×2행렬 A를 R^2에서 R^2로의 함수로 보았을 때, 함수로서의 A의 성질에 대한 문제이다. [문제 1-iii]은 [문제 1-i]과 [문제 1-ii]의 결론들을 이용하여 R^2상의 주어진 두 점을 연결하는 선분이 행렬 A에 의하여 어떤 선분으로 이동한다는 사실을 보이는 문제로서, 주어진 두 점을 연결하는 선분의 방정식을 알고 있는지와 행렬의 성질을 이해하고 있는지를 평가하려고 하였다.

【예시답안】

[1-i]

$A(X+Y)=\begin{bmatrix}1&2\\4&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\15\end{bmatrix}$,

$A(X)+A(Y)=\begin{bmatrix}1&2\\4&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&2\\4&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\10\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\15\end{bmatrix}$

[1-ii]

임의의 실수 c에 대하여

$A(cX)=\begin{bmatrix}1&2\\4&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}c\\2c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5c\\10c\end{bmatrix}$, $cA(X)=c\begin{bmatrix}1&2\\4&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}=c\begin{bmatrix}5\\10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5c\\10c\end{bmatrix}$

[1-iii]

$A(X)=\begin{bmatrix}1&2\\4&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\10\end{bmatrix}$이고 $A(Y)=\begin{bmatrix}1&2\\4&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\5\end{bmatrix}$이다.

L이 두 점 X와 Y를 연결하는 선분이므로 $L: cX+(1-c)Y,\ (0\le c\le 1)$이며,

$A(L)=A(cX+(1-c)Y)=cA(X)+(1-c)A(Y)$이다. 즉 $A(X)$와 $A(Y)$를 연결하는 선분이다.

따라서 $(5,10)$와 $(0,5)$를 연결하는 선분이다.

□ 문제 2

[문제 2-i]은 '수학 1'에서 기본적으로 다루고 있는 삼각함수와 관련된 문제이다. 원에서 삼각함수의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있는지, 또한 부채꼴의 중심각에 대한 호의 길이를 구할 수 있는지를 알아보려고 하였다. 그리고 시간, 거리와 속력사이의 관계를 이해하여 시간을 각에 대한 함수로 만들 수 있는가를 평가하려고 하였다. [문제 2-ii]에서는

함수의 최댓값과 미분의 관계를 이해하고 있는지를 알아보려고 하였다. 또한 ‘수학 2’에서 다루고 있는 기본적인 삼각함수의 미분을 알고 있는지를 평가하려고 하였다.

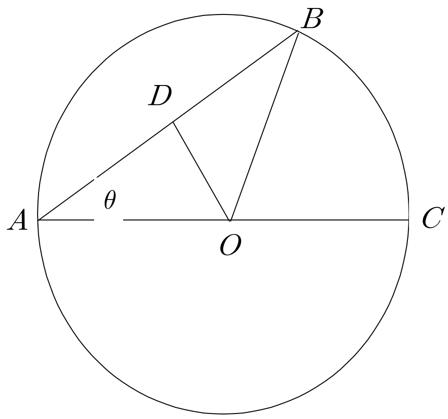
【예시답안】

[2-i]

원의 중심 O에서 선분AB에 내린 수선의 발을 D라 하자. 반지름의 길이가 2이므로 선분 AD의 길이는 $2\cos\theta$이다. 따라서 선분AB의 길이는 $4\cos\theta$이다. 그리고 원주각과 중심각의 성질에 의하여 각BOC는 2θ이므로 호BC의 길이는 4θ이다.

따라서 성균이가 A에서 반대지점 C까지 가는데 걸리는 시간은

$f(\theta)=\frac{4\cos\theta}{5}+\frac{4\theta}{10}=\frac{4\cos\theta+2\theta}{5}$ 이다.



[2-ii]

성균이가 A에서 가능한 한 늦게 반대지점 C까지 가려면 $f(\theta)$의 최댓값을 구하면 된다. 따라서

$f'(\theta)=\frac{1}{5}(-4\sin\theta+2)$이므로 $f'(\theta)=0$이 되는 θ의 값은 30° 이다.

□ 문제 3

우리는 일상생활에서 전기난로, 보온 밥솥 등 다양한 종류의 전열기를 사용하여 생활의 편이를 도모한다. 이러한 전열기의 전기 사용량에 대한 이해를 높여 생활의 편이는 도모하되 에너지를 아껴 사용하는 습관을 가져야 한다. 이러한 이해를 높이기 위해 [문제 3-i]에서는 전열기에 사용되는 전선의 저항이 어떻게 결정되며 [문제 3-ii]에서는 이것이 전력에 미치는 효과를 이해하고 있는지 알아보려고 출제한 문제이다. 모든 문제는 고등학교 ‘물리 1’의 범위를 벗어나지 않는 평이한 문제로 출제하였으나 단순한 암기에 의한 답을 도출하는 것보다는 답을 구하기 위한 과정에서 사용하는 다양한 개념들을 얼마나 충실히 이해하고 있는지 판단하려고 하였다.

【예시답안】

[3-i]

동일한 구리막대의 길이를 늘였으므로 막대의 부피는 변하지 않았다. 그러나 길이가 두 배로 늘어났으므로 단면적은 반으로 줄었다. 그런데 구리 막대의 길이에 비례하고 단면적에 반비례하므로 길이가 두 배로 늘어나 저항을 두 배로 늘이고 단면적이 반으로 줄어 저항을 두 배로 늘이므로 저항이 모두 네 배로 늘어나게 된다. 따라서 길이가 늘어난 막대의 저항은 400 Ω이 된다.

[3-ii]

물을 끓이는데 필요한 열을 빠른 시간에 공급하려면 전열기의 전력이 커야 한다. 그런데 전열기의 전력은 (전류)^2×(저항) 또는 (전류)×(전압) 또는 (전압)^2/(저항) 으로 나타낼 수 있는데 문제에서 가정용 전원에 연결한다고 하였으므로 전압이 일정하다. 따라서 세 번째 전력 = (전압)^2/(저항)을 이용하면 저항이 작아야 전력이 크다는 것을 알 수 있다. 따라서 길이가 짧은 막대를 사용해야 빨리 물을 끓일 수 있다.

□ 문제 4

'화학 1'에서 기본적으로 다루어지고 있는 산화/환원 반응에 관련된 문제이다. 산화/환원 반응의 기본 개념을 이용하여, 주변에서 쉽게 관찰할 수 있는 화학반응을 설명할 수 있는지 평가하고자 하는 문제이다. 금속의 이온화 경향성의 본 의미를 잘 이해하여 철의 녹 생성 방지를 위해 많이 이용되는 금속의 활용 이유를 설명할 수 있는지 평가하고자 하였다. 또한 '화학 1'에서 다루는 간단한 유기물의 이름과 이들의 산화력/환원력에 대한 기본 지식을 많이 알려진 은거울 반응 실험을 통해 평가하고자 하였다.

【예시답안】

[4-i]

양철의 경우 표면에 흠이 생기면 철이 더 쉽게 산화된다. 왜냐하면 철의 이온화 경향성이 주석보다 더 좋기 때문이다. 철의 산화반응이 가속화 된다. 함석의 경우 흠이 생겨도 아연의 반응성이 철보다 커서 아연이 먼저 부식되므로 철을 보호한다. 철의 산화 반응이 지연된다.

[4-ii]

아세트알데히드는 산화가 쉽게 되어 아세트산으로 변한다. 이 때 발생하는 전자가 은 이온에게 전달되어 은 이온이 환원될 수 있기 때문에 은이 석출되는 것이다. 이와는 반대로, 아세톤을 넣게 되면, 아세톤은 산화가 쉽게 되지 않기 때문에 은 이온에게 전달할 수 있는 전자가 발생하지 않는다. 따라서 은 이온이 환원되지 않고, 은이 석출되지 않는다.

□ 문제 5

'생물 1'의 생식과 유전 분야에서 다루어지는 내용을 기초로 하여 개체의 다양성이 어떤 원리에 의해 나타나는지 그리고 멘델 유전법칙의 원리를 이용하여 성염색체의 유전 양상과 멘델 법칙의 개념을 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다. 개체의 다양성은 감수분열시 염색체가 독립적으로 선택됨으로써 다양한 조합의 생식세포가 만들어질 수 있음을 이해하고 있는지를 평가하는 문제이며, 성염색체의 유전 양상에서는 수컷의 X 염색체는 모계로부터 유래된다는 사실에 기초하여 특정 성염색체 조합이 나타날 가능성을 예측하는 문제이다. 또한 멘델 유전법칙의 가장 기본적인 우성과 열성의 개념을 이해하고 있는지를 평가하고자 하였다.

【예시답안】

[5-i]

이배체인 외계 생명체는 부모로부터 각각 한 개씩의 염색체를 받게 된다. 감수분열 과정에서 염색체가 배열되는 형태에 따라 각각의 염색체는 2가지 경우의 수가 존재하게 된다. 외계 생명체는 6쌍의 염색체를 가졌기 때문에 수컷의 경우 $2\times2\times2\times2\times2\times2=2^6=64$가지가 된다.

[5-ii]

정상 암컷과 색맹인 수컷이 교배하여 태어난 자손 중에서 수컷은 한 명은 색맹이고 다른 한 명은 정상이므로 모계의 정상 암컷은 반드시 열성유전자를 가지고 있다. 태어난 자손 중 정상 암컷은 모계에서 정상유전자를, 부계에서 열성유전자를 받은 이형접합체이다. 이러한 색맹 열성 유전자를 가진 암컷이 정상인 수컷과 교배하였을 때 멘델 법칙에 의해 색맹인 수컷의 비율은 전체 자손 중 25% 즉 1/4이다. 수컷을 기준으로 수컷 중 50% 비율로 나타난다.

[5-iii]

외계 생명체 B의 경우 정상유전자와 열성유전자를 동시에 가지고 있다. 정상유전자를 가지고 있음에도 불구하고 모두 정상유전자를 가진 C의 경우와 비교하여 표현형인 고지혈증 증세가 나타난다. 멘델 법칙의 우성과 열성의 개념에 따르면 우성유성자가 존재하므로 B의 경우도 C의 경우와 같이 정상 표현형을 보여야 한다. 따라서 B의 경우는 멘델의 유전법칙인 우성과 열성의 개념으로 설명이 불가능하며, 일종의 불완전 우성(혹은 수용체 양의 반으로 감소함)에 의해 표현형이 나타난 것이다.