

2012학년도 성균관대학교 모의논술 문제 해설

■ 자연계 ■

□ 문제 1

적분은 도형의 넓이, 입체 도형의 부피를 계산하는데 매우 유용한 도구이며 여러 물리적인 양들을 계산하는데 이용됨으로써 자연과학과 공학의 근간을 이루고 있다. 수학적 원리들은 현실에서 다양하게 이용되고 있으며 이러한 원리에 대한 이해는 자연과학과 공학을 대학에서 공부하는 바탕이 되고 있다. 지금까지 성균관대학교의 수리적 논술의 방향은 고교교육 정상화라는 목표 하에 고교 교육과정을 정상적으로 이수한 학생이면 논리전개가 가능하다고 판단되는 수학 관련 문제를 출제해왔다. 본 모의 논술의 수학 관련 문제도 같은 목표로 출제되었으며 이전 논술고사와 마찬가지로 문제의 난이도는 고등학교 교과서 기본 예제 수준으로 출제하기 위해 노력하였다.

[문제 1-i]은 비스듬한 입체의 부피역시 그 공식이 밑면의 넓이와 높이의 형태로 나타난다는 사실을 인식하고 있는지 알고자 하였다. 그러한 이유는 입체의 부피는 단면의 넓이의 합이기 때문이다. 그 증명은 적분으로 할 수 있으며 이는 수학의 기본원리를 다루고 있다. 개정된 교과서의 <적분과 통계>를 공부한 학생이면 누구나 알 수 있는 원리이다.

[예시답안]

(1-i) 밑면의 넓이는 4π 높이는 2인 비스듬한 원뿔이므로 부피는 $\frac{8\pi}{3}$ 이다.

(별해) z 축에 수직인 평면으로 잘랐을 때, 그 단면의 넓이는 문제에서 주어진 바와 같이 $(2-z)$, $(0 \leq z \leq 2)$ 를 반지름으로 갖는 원판이 되고 <제시문 1-1>에 의하여 입체의

부피는 $V = \int_0^2 \pi(2-z)^2 dz = \frac{8}{3}\pi$ 가 된다.

□ 문제 2

입체도형 중 가장 많이 공부하는 것이 직선의 방정식이라고 할 수 있다. 직선의 방정식을 이용하여 여러 가지 유용한 계산을 할 수 있다. 문제 2번 역시 기본적인 수학적 원리를 잘 이해하고 있는지를 판별하고자 하였으며 예년 논술고사와 마찬가지로 고등학교 교과서의 기본 예제 수준을 크게 넘지 않도록 노력하였다.

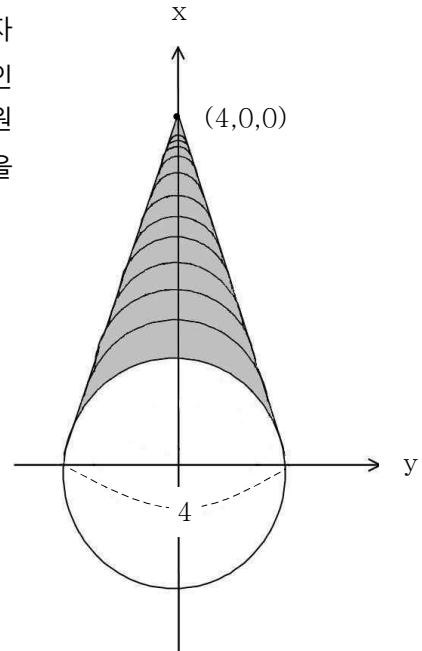
[문제 2-i]은 <제시문 2-1>의 빛의 직진성을 고려한다면 <기하와 벡터> 등에서 배운 직선의 방정식을 이용하여 그림자의 모양을 유추할 수 있다. 실제로 원뿔의 그림자의 모양은 단순히 삼각형을 사영시킨 모양이 아니라는 것이 이 문제의 핵심이라고 할 수 있다. 그리고 단계적으로 사고하는 법을 배우는 수학의 큰 장점인 논리적인 사고능력을 판별하고자 하였다.

【예시답안】

(2-i) 먼저 빛이 직선을 따라 움직이므로 xy -평면에 평행한 원의 xy -평면으로의 그림자가 원이 됨을 알 수 있다.

① 원 $(x - \frac{z_0}{3})^2 + y^2 = (2 - z_0)^2$, $z = z_0$ 위의 점 (x_1, y_1, z_0) 를 지나며 주어진 직선과 평행한 방정식은 $z - z_0 = -\frac{3}{5}(x - x_1)$, $y = y_1$ 이 된다. 이 직선이 xy -평면과 만나는 점들을 구하면 $x = x_1 + \frac{5}{3}z_0$, $y = y_1$, $z = 0$ 이 되고 이를 원의 방정식에 대입하면 $(x - 2z_0)^2 + y^2 = (2 - z_0)^2$, $z = 0$ 이 된다.

② 원뿔꼴의 꼭지점은 $z_0 = 2$ 인 경우이므로 이 그림자는 $(4, 0, 0)$ 이 되고 원뿔꼴의 그림자는 각각의 단면인 원에 의해 생기는 그림자, 즉 반원 $(x - 2z_0)^2 + y^2 = (2 - z_0)^2$, $z = 0$, $x \geq 2z_0$ 을 $0 \leq z_0 \leq 2$ 범위에서 그린 모양이 된다.



□ 문제 3

우리는 매일 야구경기를 구경하고 직접 하기도 한다. 야구공을 치는 순간의 과학적 원리는 간단한 고교 수준 물리만으로 이해가 가능하다. 다만 이런 간단해 보이는 현상도 물리로 설명하려면 몇가지 법칙과 식을 이용하여야 한다. 이런 간단한 물리 응용 능력을 평가하고자 한다.

【예시답안】

[문제 3-i] 충격량은 충돌전후 운동량의 변화량과 같고 공이 반대 방향으로 날아 갔으므로
 운동량의 변화 = $0.3\text{kg} \times 30\text{m/s} - 0.3\text{kg} \times (-40\text{m/s}) = \underline{\underline{21\text{kgm/s}}}$
 [문제 3-ii] 평균 힘 곱하기 작용한 시간의 곱이 충격량이므로

$$\begin{aligned} \text{평균 힘} &= \text{충격량} \div \text{작용한 시간} \\ &= 21\text{kgm/s} \div 0.01\text{s} \\ &= \underline{\underline{2,100\text{N}}} \end{aligned}$$

[문제 3-iii] 운동에너지는 질량 \times (속력)² \div 2이므로

$$\text{충돌 전 운동에너지} = 0.3\text{kg} \times (30\text{m/s})^2 \div 2 = 135\text{J}$$

$$\text{충돌 후 운동에너지} = 0.3\text{kg} \times (40\text{m/s})^2 \div 2 = 240\text{J}$$

$$\text{따라서 치기 전후 운동에너지의 차는 } 240\text{J} - 135\text{J} = \underline{\underline{105\text{J}}}$$

[문제 3-iv] 야구공을 치기 직전과 직후의 위치에너지 변화는 거의 없으므로 [문제 3-iii]의 운동에너지 차만 보면 역학적 에너지 보존 법칙이 성립하지 않아 보인다.

그러나 야구방망이에서 가해진 에너지도 고려하여야 하고 야구방망이에 야구공이 접촉한 시간이 0.01초라는 것은 방망이와 공사이 마찰열도 고려가 가능하다. (따라서 다양한 형태의 답안이 물리의 범주에서 논술되고 이를 평가할 수 있다.)

□ 문제 4

수용액 반응의 기초인 산/염기에 관련된 문제이다. 화학반응에서 많이 활용되는 산/염기의 기본 개념과 화학평형의 관계를 이해하고 있는지 평가하고자 하는 문제이다. 고등학교 수리적 능력을 활용하여, 완충 용액의 pH 값을 결정하는 Henderson-Hasselbalch 방정식을 유도할 수 있는지 평가하고자 하였으며, 이들 수학식이 어떻게 화학적 물리량 "pH"값과 연결 될 수 있는지에 대한 논리적 이해 정도를 평가하고자 하였다. 혈액의 pH가 일정하게 유지되는 이유를 주어진 탄산 화합물의 짝산-짝염기 화학식과 평형 논리를 이용하여 논리적으로 설명이 가능한지 평가하고자 하였다.

【예시답안】

(4-i)

$$pH = pK_a + \log \frac{[A^-]}{[HA]}$$

$$pH = 5 + \log \frac{100}{1}$$

$$pH = 5 + 2 = 7$$

(4-ii) 아래 주어진 화학반응식에 산을 첨가하면 H⁺의 농도가 증가된다. 그러면 역반응이 발생하여 증가된 H⁺가 HCO₃⁻와 반응하여 H₂CO₃가 생성이 되게 된다. 따라서 H⁺의 감소가 발생하는 것이며, pH는 일정하게 유지된다.



□ 문제 5

지질은 탄수화물, 단백질, 핵산과 함께 생체를 구성하는 주요 고분자이다. 생체 구성 물질에 대한 정확한 이해는 자연현상을 분자적 수준에서 설명하는데 근간이 된다. 지질은 대사 과정, 에너지 저장, 세포막의 구성, 호르몬에 의한 세포간의 신호 전달 등의 생체 기능에 중요한 역할을 한다. 본 문제에서는 지방산의 단일결합 또는 이중결합이 지방산의 구조에 어떻게 영향을 미치는지, 더 나아가 이중결합이 시스 또는 트랜스 이성질체가 되었을 때 지방산의 구조와 성질이 어떻게 변하는지 정확히 이해하고 있는지 묻고자 하였다. 또한 일상생활에서 마스크를 통해 트랜스지방의 과다 섭취가 우리의 건강에 해로운 영향을 미친다는 사실을 자주 접하게 되는데 그 이유를 생물I 교과 과정에서 배운 내용과 연결하여 이해하고 있는지 묻고자 하였다.

【문제 5-i】은 식물성 기름에서 트랜스지방이 만들어지는 과정을 지방산의 이중결합의 형태와 연결하여 이해하고 있는지 묻는 질문이다.

【문제 5-ii】는 트랜스지방이 인체에 해롭다는 보편적인 사실을 교과서에서 배운 지질의 성질과 연결하여 종합적으로 이해하고 있는지, 이를 논리적으로 설명할 수 있는지 묻고자 하였다.

【예시답안】

(5-i) 중성지방은 글리세롤과 지방산으로 구성되며 지방산의 용해도는 탄소사슬의 길이와 탄소사이의 이중결합의 숫자에 영향을 받는다. 일반적으로 탄소 사슬의 길이가 길수록, 이중결합의 수가 적을수록 용해도는 낮다. 따라서 같은 길이의 지방산도 이중결합이 하나도 없는 포화지방산은 용해도가 낮은 반면 불포화지방산은 하나 이상의 이중결합을 가지므로 더 높은 용해도를 보이며 따라서 상온에서 액체 상태로 존재한다. 식물성기름의 지방산에서 관찰되는 이중 결합은 시스 형태(cis-configuration)이며, 그 결과 이중 결합으로 인해 지방산의 꺾인 구조가 만들어진다. 이러한 구조적 특징이 식물성기름의 용해도를 결정지으며 보통 상온에서 액체 상태이다. 이에 반해 트랜스지방은 이중 결합이 트랜스 형태(trans-configuration)이므로 지방산이 직선 모양을 이루고, 지방산 사이의 상호 결합이 용이하여 시스 형태에 비해 좀 더 안정된 지방산 구조를 이루므로 상대적으로 용해도가 낮아지고 따라서 상온에서 고체 상태로 존재한다. 포화지방산으로 구성된 동물성기름이 용해도가 낮아서 상온에서 고체 상태로 존재하는 것과 비슷한 현상이다.

(5-ii) 생체 내에 존재하는 불포화지방산은 거의 대부분 시스(cis-configuration) 형태이다. 시스 형태의 이중결합은 지방산의 구조를 꺾이게 해서 그 결과 지방이 밀집되어 배열하지 못하게 되며, 그 결과 유동성이 증가하고 녹는점이 낮아진다. 그러나 식물성기름에 인위적으로 수소를 첨가하는 공정을 거치면 시스 형태의 이중결합이 트랜스 형태로 변하기 때문에 이를 트랜스지방이라 부른다. 트랜스 지방은 지방산이 직선 모양을 이루기 때문에 지방산 사이의 상호 결합이 용이하여 시스 형태에 비해 좀 더 안

정된 구조를 가지며, 생체 내에 자연적으로 존재하는 형태의 지방산이 아니기 때문에 리파제(lipase)에 의한 대사 및 분해에 오랜 시간이 소요된다. 따라서 과도한 양을 섭취할 경우 많은 트랜스지방이 혈액 내에 남아 있다가 혈관에서 혈전을 생성할 확률이 높아지며 이는 바로 동맥경화나 심장병으로 이어지기 때문에 인체에 해로운 영향을 미치게 된다.