

2012학년도 수시모집 논술시험(자연1) 문제 예시답안

▣ 자연계 1교시 ▣

□ 문제 1

수학에서 중요한 연구 분야 중 하나인 확률론 및 통계이론에 관한 기본이 되는 확률에 대한 기본 성질을 충실히 이해하고 있는지를 수학1 교과과정 수준에서 질문하고자 하였다. 사건이 일어날 확률을 간단한 경우에 계산을 하여 문제에서 주어진 상황을 수학적으로 올바르게 이해하고 있는지를 평가하고자 하였다. 또한 수학적 귀납법을 통해 이를 일반화하는 과정에서 주어진 문제를 수학적으로 공식화하여 해결할 수 있는 논리적 사고 능력에 대하여 평가하고자 하였다.

[문제 1-i] 문제에서 제기된 확률을 바르게 이해하여 특정한 경우에 계산할 수 있다.

[문제 1-ii] 일반적인 경우에 대하여 앞서의 논리적 사고를 일반화하여 관계점화식을 유도하고, 수학적 귀납법을 통해 문제의 결과를 유도할 수 있다.

[문제 1] 다음 <제시문 1-1>을 읽고 [문제 1-i]과 [문제 1-ii]에 대해 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문 1-1> n 개의 야구공이 한 상자 안에 들어있고, 이중에 p 개의 공은 결함이 있는 공이다. 야구공의 숫자와 같은 n 명의 사람들이 순서대로 공을 하나씩 뽑아서 자기 것으로 가진다고 한다. 한 번 공을 뽑은 사람은 그 공을 다시 상자 안에 넣을 수 없고, 공을 뽑기 전에는 그 공의 결함 여부를 확인할 수 없다. 이 n 명의 사람들 중에 민수가 포함되어 있다고 하자.

[문제 1-i] $n=7$, $p=4$ 이고, 민수가 세 번째로 공을 뽑는다고 하자. 첫 번째 사람이 결함이 있는 공을 뽑았을 때, 민수가 결함이 없는 공을 뽑을 확률이 얼마가 되는지 논하시오.

[문제 1-ii] 임의의 n 과 p 에 대해, 민수가 결함이 없는 야구공을 뽑기 위해서 몇 번째에 야구공을 뽑는 것이 더 유리한지 혹은 순서에 상관이 없는지를 수학적으로 논하시오.

【예시답안】

(1-i) 문제에서 구하고자 하는 확률은 $n=6, p=3$ 일 때, 민수가 두 번째로 야구공을 선택할 때 결함이 없는 야구공을 선택할 확률과 같다. 이 상황의 확률을 구하자. 첫 번째 사람이 결함이 있는 야구공을 선택하고 민수가 결함이 없는 야구공을 선택할 확률은 $\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5}$ 이고, 첫 번째 사람이 결함이 없는 야구공을 선택했을 경우에 확률은 $\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5}$ 이다. 이 둘의 합은 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 이다.

(1-ii) $A_{n,p}(k)$ 를 n 개의 야구공 중에서 p 개의 공에 결함이 있는 상황에서, k 번째 사람이 결함이 있는 공을 뽑을 확률이라고 하자. $A_{n,0}(k) = 0$ 이다.

이제 모든 n, p 에 대해, $A_{n,p}(k) = \frac{p}{n}$ 라는 사실을 k 에 대한 수학적 귀납법을 사용하여 증명하자.

(i) $k=1$ 인 경우, $A_{n,p}(1) = \frac{p}{n}$ 임은 자명하다.

(ii) $k=k_0$ 일 때, 위의 사실이 성립한다고 가정하자.

이때, $A_{n,p}(k_0+1)$ 는 첫 번째 사람이 결함이 있는 야구공을 뽑는 경우와 그렇지 않은 경우로 나뉜다. 각각의 경우가 발생할 확률은 $\frac{p}{n}$ 과 $\frac{n-p}{n}$ 이다.

첫 번째 경우에 남은 사람의 수는 $n-1$, 남은 결함을 가진 야구공은 $p-1$ 개, 그리고 원래 k_0+1 번째 뽑기로 한 사람은 k_0 번째 뽑게 된다. 이 때 그 사람이 결함이 있는 야구공을 뽑을 확률은 $A_{n-1,p-1}(k_0)$ 이다.

이와 마찬가지로, 두 번째 경우에 원래의 k_0+1 번째에 공을 뽑기로 한 사람이 결함이 있는 야구공을 뽑을 확률은 $A_{n-1,p}(k_0)$ 이다.

따라서, 아래의 식이 성립한다.

$$A_{n,p}(k_0+1) = \frac{p}{n}A_{n-1,p-1}(k_0) + \frac{n-p}{n}A_{n-1,p}(k_0)$$

가정에 의해 $A_{n-1,p-1}(k_0) = \frac{p-1}{n-1}$ 이고 $A_{n-1,p}(k_0) = \frac{p}{n-1}$ 이다.

따라서, $A_{n,p}(k_0+1) = \frac{p}{n} \frac{p-1}{n-1} + \frac{n-p}{n} \frac{p}{n-1} = \frac{p}{n}$ 이다.

이로부터 우리는 결함이 있는 야구공을 뽑을 확률이 순서에 상관없이 항상 일정함을 알 수 있다.

□ 문제 2

미분과 적분은 자연과학과 공학에서 요구되는 필수적인 수학적 요소이다. 고등학교 수학에서 접하게 되는 미적분의 내용으로도 실제 적용되는 분야의 폭은 매우 넓다. 그러나 개념적인 이해가 부족하다면, 문제를 수학적으로 표현하고 간단한 수식이더라도 이를 적용해서 실제 문제를 해결해 가는 과정이 매우 어렵게 느껴질 수 있다. 이 문제는 특정한 방식에 따라 움직이는 점들의 움직임을 수식화하여 간단한 미분을 통해 그 움직임에 대해 설명하는 과정에서, 미분을 올바르게 이해하고 문제를 해결할 수 있는지를 평가하고자 하였다.

[문제 2-i]는 다음 문제를 풀기 위한 기본 단계로, 간단한 미분을 통해 식의 성질을 이해하고 최대 또는 최소를 구할 수 있는지 묻는 질문이다.

[문제 2-ii]는 특정한 방식에 따라 다양한 좌표를 가지는 점들의 움직임을 앞서 구한 부등식을 이용하여 증명하는 과정에서 삼각함수에 대해 올바르게 이해하고 있는지와 문제의 해결능력을 평가하는 질문이다.

[문제 2] 다음 <제시문 2-1>를 읽고 [문제 2-i]와 [문제 2-ii]에 대해 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문 2-1> 음이 아닌 정수 n 에 대해 수열 θ_n 과 r_n 을 아래와 같이 정의하자.

$$\theta_0 = 0, \quad \theta_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} \quad (n \geq 1)$$

$$r_0 = 1, \quad r_n = r_{n-1} \cos\left(\frac{1}{n}\right) \quad (n \geq 1)$$

이 두 개의 수열을 이용하였을 때, xy -좌표평면 위의 점 z_n 은

$$(r_n \cos \theta_n, r_n \sin \theta_n)$$

의 좌표를 가진다.

[문제 2-i] 모든 실수 x 에 대해 다음의 부등식이 성립함을 증명하시오.

$$\cos^2 x - 1 + x^2 \geq 0$$

[문제 2-ii] 모든 음이 아닌 정수 n 에 대해 <제시문 2-1>에서 정의된 점 z_n 이 아래와 같이 정의된 영역 A 에 포함되어 있음을 [문제 2-i]를 이용하여 논하시오.

$$A = \left\{ (x, y) \mid \frac{1}{8} \leq x^2 + y^2 \leq 1 \right\}$$

[예시답안]

[문제 2-i]

$f(x) = \cos^2 x - 1 + x^2$ 이라고 하면, 이 함수는 y 축에 대칭이므로 $x \geq 0$ 이라고 가정할 수 있다. $f(0) = 0$ 이고 $f'(x) = -2\cos x \sin x + 2x = 2x - \sin(2x)$ 이다. 따라서 $f'(x) \geq 0$ 을 보이면 충분하다.

(혹은 $f(x) = x^2 - \sin^2 x$ 이므로 $x \geq \sin x$ 임을 보이면 충분하다.)
 $f'(0) = 0$ 이고 $f''(x) = 2 - 2\cos(2x) \geq 0$ 이므로 $f'(x) \geq 0$ 이다.

[문제 2-ii]

주어진 관계식에서 $r_n = \cos(1) \cos(\frac{1}{2}) \cdots \cos(\frac{1}{n})$ 임을 확인할 수 있다. 우선, $|\cos(x)| \leq 1$ 이므로 $r_n^2 \leq 1$ 이다.

그리고 $1 < \frac{\pi}{3} = 1.04 \cdots$ 이므로 $\cos(1) > \cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ 이다

[문제 2-i]의 결과를 이용하면

$$\begin{aligned} r_n^2 &\geq \cos^2(1) \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right) \cdots \left(1 - \left(\frac{1}{n}\right)^2\right) \\ &\geq \cos^2(1) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{1}{n}\right) \\ &= \cos^2(1) \frac{n+1}{2n} > \frac{1}{2} \cos^2(1) > \frac{1}{8} \end{aligned}$$

따라서 $r_n^2 \geq \frac{1}{8}$ 이고, 점 z_n 은 영역 A 에 포함되어 있다.

□ 문제 3

우리 주변에서 일어나는 자연현상은 규칙성이 별로 없어 보이지만, 그 속을 자세히 들여다 보면, 몇 가지의 기본 원리로부터 그 현상을 설명할 수 있는 실마리를 찾을 수 있는 경우가 있다. 자연 과학의 이러한 일반적인 경향이 특히 두드러지는 학문중의 하나가 물리학이며, 이는 자연현상의 기본이 되는 보편적인 원리를 다루는 학문이다. 올해 논술시험 물리 문제에서는 고교과정 물리1에서 배운 지식을 기반으로 물리적인 개념을 정확히 이해하고 있는가를 측정하고자 하였다. 특히 일상생활에서 쉽게 접할 수 있는 물리적인 현상이나 사례, 예를 들어 물체가 자유낙하 등의 등가속도 직선운동에 있어서의 물체의 운동, 물을 끓일 때 사용되는 전력과 전력량과의 상관관계, 그리고 굴절률과 굴절의 법칙을 이용한 빛의 경로길이 계산 등을 통하여 물리적인 기본 개념을, 어떻게 논리적으로 답할 수 있는지를 판단하기 위한 의도로 문제를 출제하였다.

[문제 3-i] 등가속도 직선운동에 있어 시구간별로 가속도가 다른 세 개의 구간이 주어졌을 때, 시간에 따른 속도 및 이동거리를 구할 수 있는가를 평가한다. 실례로 번지점프 또는 자이로드롭 등이 낙하하면서 속도가 일정하게 증가할 때와 같이, 일상 생활 속에서 쉽게 접할 수 있는 물리현상의 수학적 추론을 묻고 있다. 여기서 가속도가 양, 0, 또는 음의 상수가 무엇을 의미하는지를 정확히 이해한다면, 답을 쉽게 추론 할 수 있다.

[문제 3-ii] 전류, 전압, 저항은 고교물리1 전기의 이해 부분에 있어 가장 중요한 물리량이다. 이를 이용하여 일반 가정에서 사용하는 전열기의 전력과 전력량의 상관관계를 이해하고 있는지를 묻고 있다. 이를 통하여 전기 에너지가 어떻게 열 에너지로 바뀌는지를 생각해 보게 하고, 어떻게 논리적인 대답을 추론하는지를 평가하기 위한 문제이다.

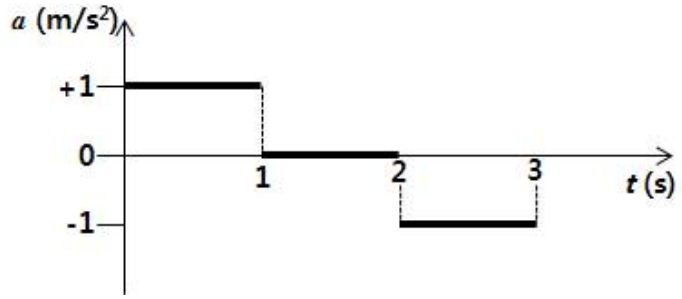
[문제 3-iii] 빛(광선)의 경우 매질에서의 빠르기를 굴절률이란 개념을 이용하여 표현할 수 있다. 굴절률이란 빛이 굴절하는 정도를 나타내는 값으로 굴절률이 큰 매질일수록 그 매질에서 빛의 속도가 느려진다. 이러한 상관관계는 굴절의 법칙(스넬의 법칙)에 의해 설명되며, 이를 이용하여 3 가지의 굴절률이 다른 매질에서의 실험을 이해하고, 물음에 대한 논리적인 추론이 가능한 지를 알아 보고자 하였다.

[문제 3] 다음 **[문제 3-i]**에서 **[문제 3-iii]**까지 문항별로 풀이와 함께 답하시오. 필요하다면 <제시문 3-1>과 <제시문 3-2>에 주어진 내용을 이용하시오.

<제시문 3-1> 우리 주변에서 속도가 일정하게 변하는 직선상 운동의 예를 쉽게 찾을 수 있다. 예를 들면, 놀이동산에 있는 자이로드롭(자유낙하기구)은 공기저항과 기계적인 마찰을 무시할 경우, 낙하하면서 속도가 일정하게 증가한다. 이와 같이 가속도가 일정한 직선상 운동을 등가속도 직선 운동이라고 한다.

<제시문 3-2> 전기 에너지는 운동 에너지나 열 에너지 등 여러 형태의 에너지로 전환될 수 있다. 어떤 전기 기구에서 1초 동안 소비한 전기 에너지의 양을 전력이라고 하고, 단위로는 일률의 단위와 같은 W(와트)를 쓴다. 가정에서 소비하는 전기 에너지는 전력과 사용한 시간의 곱으로 나타내며, 이를 전력량이라고 한다. 전력량의 단위는 Wh(와트시)이다.

[문제 3-i] 오른쪽 그림은 정지해 있던 물체가 일직선상에서 운동하는 동안, 가속도 a 와 시간 t 사이의 관계를 나타내는 그래프이다. 여기서 시간구간은 $0초 \leq t \leq 3초$ 이다.



(a) 이 그래프를 바탕으로 이 물체의 속도 v 와 시간 t 사이의 관계를 그래프로 나타내시오. (b) 이 물체의 이동거리 d 와 시간 t 사이의 관계를 그래프로 나타내시오.

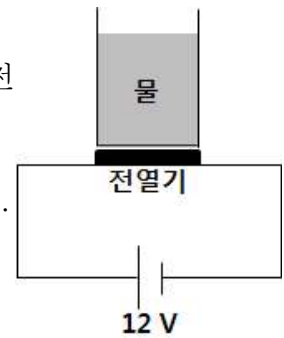
[문제 3-ii] 오른쪽 그림에서와 같이, 전열기가 12 V의 직류전원에 연결되어 있다.

이때 전열기는 24 W의 전력을 소비하는 것으로 측정되었다.

(a) 이 전열기에 흐르는 전류와 전열기의 전기저항을 구하시오.

(b) 이 전열기를 사용하여 물을 끓이는데 15분이 걸렸다.

이때 사용한 전력량을 구하시오.

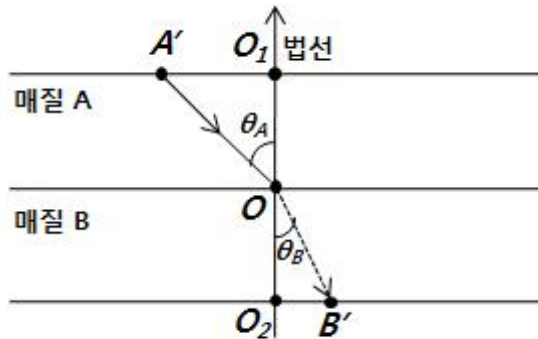


[문제 3-iii] 아래 그림의 빛(광선)에 대한 굴절실험에서, 입사광선, 굴절광선, 법선은 같은 평면상에 놓여 있다. 그림은 빛이 굴절률 n_A 인 위층 매질 A에서 굴절률 n_B (또는 n_C)인 아래층 매질 B (또는 매질 C)를 통과할 때, 빛의 경로를 나타내고 있다. 여기서 $n_C < n_A < n_B$ 이고, $n_B = \frac{3}{2}n_C$ 이다. 또한 선분의 길이 $\overline{OO_1}$ 는 $\overline{OO_2}$ 와 같다.

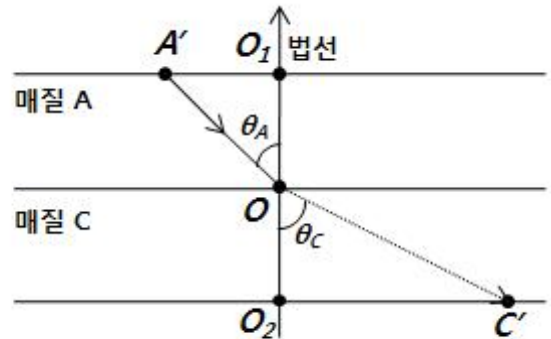
(a) 빛의 경로길이가 매질 C에서 매질 B보다 2배, 즉 $\overline{OC'} = 2\overline{OB'}$ 일 경우, $\frac{\overline{O_2C'}}{\overline{O_2B'}}$

을 구하시오.

(b) 각 매질에 대하여, 법선에 대한 입사각을 θ_A 로, 그리고 굴절각을 θ_B (또는 θ_C)로 나타낼 수 있다. θ_B 가 30° 일 경우 $\sin \theta_C$ 값을 구하시오.



빛이 매질 A에서 매질 B로 진행 할 경우



빛이 매질 A에서 매질 C로 진행 할 경우

【예시답안】

[문제 3-i] 등가속도 직선운동에서 시간에 따른 속도 및 이동거리는 각 구간별 등가속도, $a=+1, 0$, 또는 $-1(m/s^2)$ 를 이용하여 구할 수 있다. 일반식으로 속도와 이동거리는 각각 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$v(t) = v_0 + at, \quad d(t) = d_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

(a) 속도-시간 그래프를 각 구간별로 나타내면 다음과 같다.

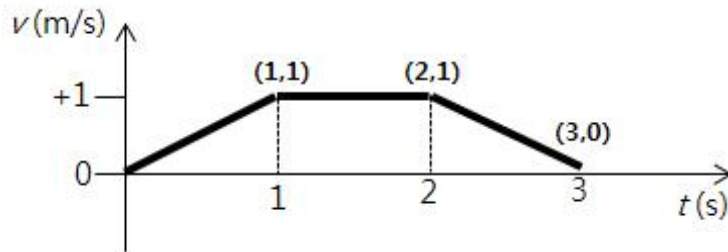
(a-1) 구간 $0초 \leq t \leq 1초$: $v_0(t=0s)$ 는 $0 (m/s)$ 이고, 가속도는 $a=+1(m/s^2)$ 이므로, 속도는 시간에 비례한다.

(a-2) 구간 $1초 \leq t \leq 2초$: $v_0(t=1s)$ 는 $1 (m/s)$ 이고, 가속도는 $a=0(m/s^2)$ 이므로, 등속도를 유지한다.

(a-3) 구간 $2초 \leq t \leq 3초$: $v_0(t=2s)$ 는 $1 (m/s)$ 이고, 가속도는 $a=-1(m/s^2)$ 이므로, 속도는 시간에 반비례한다.

종합하면, 다음과 같은 **속도-시간 그래프**를 얻을 수 있다.

[중요 좌표축을 나열하면 다음과 같다. (시간, 속도) = (t,v) = (0,0), (1/2,1/2), (1,1), (3/2,1), (2,1), (5/2, 1/2), (3,0)]



(b) 이동거리-시간 그래프를 각 구간별로 나타내면 다음과 같다.

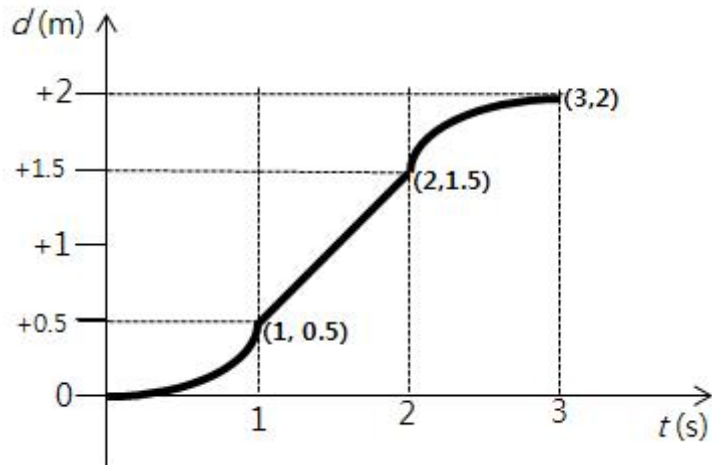
(b-1) 시간 $0초 \leq t \leq 1초$ 구간에서의 초기위치와 초기속도는 0 이며, 가속도가 $+1 m/s^2$ 이므로, 이동거리는 시간의 제곱에 비례하는 그래프를 얻을 수 있다.

(b-2) 시간 $1초 \leq t \leq 2초$ 구간에서의 시작위치는 $0.5 m$, 시작속도 $1 m/s$ 이나, 가속도가 $0 m/s^2$ 이므로, 등속도를 유지하며, 이동거리는 시간에 비례한다.

(b-3) 시간 $2초 \leq t \leq 3초$ 구간에서의 시작위치는 $1.5 m$, 시작속도 $1 m/s$ 이나, 가속도가 $-1m/s^2$ 이며, 이동거리의 크기는 시간의 제곱에 비례하나, 위로 볼록한 그래프를 얻는다.

종합하면, 다음과 같은 **이동거리-시간 그래프**를 얻을 수 있다.

[중요 좌표축을 나열하면 다음과 같다. (시간, 이동거리) = (t,d) = (0,0), (1/2,1/8), (1,1/2), (3/2,1), (2,3/2), (5/2, 15/8), (3,2)]



[문제 3-ii] (a) 일반적으로 전력 = 전력(전압, 전류) 즉, $P = P(V, I) = VI$ 또는 전력 = 전력(전압, 저항), 즉 $P = P(V, R) = \frac{V^2}{R}$ 형태로 나타낼 수 있다.

따라서, 전열기에 흐르는 전류는 $I = \frac{P}{V} = \frac{24W}{12V} = 2A$ 이고,

전열기의 전기저항은 $R = \frac{V^2}{P} = \frac{(12V)^2}{24W} = \frac{144V^2}{24W} = 6\Omega$ 이다.

(b) 전력량 = 전력 X 사용시간 임으로 $(24W) \times (\frac{1}{4}h) = 6Wh$ 이다.

[문제 3-iii] 굴절의 법칙 (스넬의 법칙)은 굴절률이 다른 매질에서의 입사각과 굴절각의 상관관계를 나타낸 식으로 다음과 같이 나타 낼 수 있다.

$$\text{매질 A에 대한 매질 B의 굴절률, } \frac{n_B}{n_A} = \frac{\sin \theta_A}{\sin \theta_B} = \frac{\frac{\overline{O_1A'}}{\overline{OA'}}}{\frac{\overline{O_2B'}}{\overline{OB'}}} \quad (1),$$

$$\text{매질 A에 대한 매질 C의 굴절률, } \frac{n_C}{n_A} = \frac{\sin \theta_A}{\sin \theta_C} = \frac{\frac{\overline{O_1A'}}{\overline{OA'}}}{\frac{\overline{O_2C'}}{\overline{OC'}}} \quad (2).$$

(a) 따라서, $\frac{(1)}{(2)}$ 를 구하면, $\frac{n_B}{n_C} = \frac{\sin \theta_C}{\sin \theta_B} = \frac{\overline{O_2C'}}{\overline{O_2B'}} \frac{\overline{OB'}}{\overline{OC'}}$ 이고,

$n_B = \frac{3}{2}n_C$, $\overline{OC'} = 2\overline{OB'}$ 를 이용하면, $\frac{\overline{O_2C'}}{\overline{O_2B'}} = 3$ 이된다.

(b) $\frac{n_B}{n_C} = \frac{\sin \theta_C}{\sin \theta_B} = \frac{3}{2}$ 이고, $\theta_B = 30^\circ$ 이면, $\sin \theta_C = \frac{3}{4}$ 가 된다.

□ 문제 4

고등학교 화학 I 과정을 성실하게 이수한 학생이 쉽게 풀 수 있는 문제로 출제하였으며, 화학 I 각 단원의 연결 고리를 이해하고 통합적으로 사고할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다. 일상생활에서 많이 사용되고 있는 계면활성제의 특성 및 작용에 대한 이해 및 이온들 사이의 상호작용을 통한 수용액 내 반응, 원소의 주기적인 성질을 바탕으로 금속 이온이 갖는 전하에 따른 화학양론, 자연계에서 쉽게 관찰할 수 있는 물리적 현상으로부터 추론을 통해 화학적 지식과의 접목 능력 및 화학반응식과 기체의 성질을 이용한 화학양론에 대한 이해하고 있는지 확인하고자 하였다

[문제 4-i] 계면활성제의 화학적 구조와 센물에 존재하는 2가 양이온과 계면활성제의 음이온이 만났을 때 발생할 수 있는 화학반응을 이해한다면 답을 쉽게 추론할 수 있다.

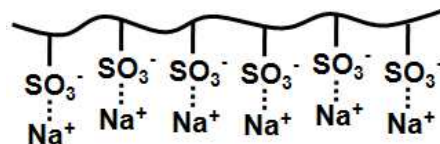
[문제 4-ii] 이온교환수지의 작용 원리와 금속의 주기적인 성질에 의해 금속 이온이 갖는 전하와 전하량에 따른 화학양론을 이해하고, 제시문에서 주어진 물속에 존재하는 이온의 양과 녹는점의 관계를 추론하여 답을 구할 수 있다.

[문제 4-iii] 이상기체의 온도, 압력, 분자 개수 간의 관계를 이해하고, 화학반응식으로부터 반응물과 생성물의 화학양론 계산을 통하여 답을 구할 수 있다.

[문제 4] 다음 [문제 4-i]에서 [문제 4-iii]까지 문항별로 풀이와 함께 답하시오. 필요하다면 <제시문 4-1>부터 <제시문 4-4>에 주어진 내용을 이용하시오.

<제시문 4-1> 비누 및 세제의 주성분인 계면활성제는 분자 안에 물과 친화성이 좋은 친수성 부분과 물을 싫어해서 물과 잘 섞이지 않는 친유성 부분을 함께 가지고 있다. 계면활성제는 물속에서 기름때와 만났을 때 친유성 부분이 기름때에 달라붙게 되고, 반대쪽에 위치하는 친수성 부분이 주위의 물 분자와 상호작용을 하여 옷이나 피부로부터 기름때를 떼어 내게 된다.

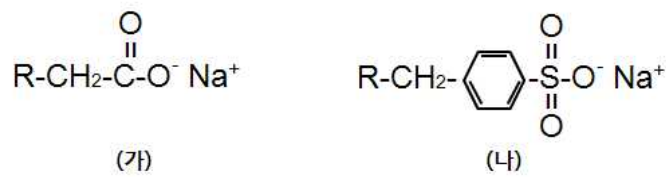
<제시문 4-2> 토양과 암석층을 통과하면서 칼슘 이온과 마그네슘 이온 등을 많이 함유하게 된 지표수와 지하수를 센물(경수)이라고 하고, 이들 금속 이온이 포함되어 있지 않은 빗물 등을 단물(연수)이라고 한다. 센물을 단물로 바꾸는 방법 중 하나는 아래 그림과 같이 나트륨 이온이 다량 함유되어 있는 이온교환수지를 통과시키는 것이다.



<제시문 4-3> 바닷물은 민물에 비해 겨울에 쉽게 얼지 않는데, 그 이유는 바닷물 속에 다량의 이온들이 함유되어 있어 녹는점(어는점)이 민물보다 낮아지기 때문이다. 염분의 농도가 아주 높은 사해는 보통의 바닷물보다도 어는점이 낮다.

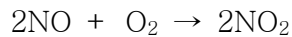
<제시문 4-4> 이상기체는 분자 사이의 인력이 작용하지 않으며 분자의 크기를 무시할 수 있는 가상적인 기체로, 모든 온도와 압력에서 보일-샤를의 법칙을 만족한다. 이상기체는 온도와 압력이 같을 때, 기체의 종류에 관계없이 단위부피 당 분자 개수가 동일하다.

[문제 4-i] 아래의 (가)와 (나)는 계면활성제의 구조를 간략하게 나타낸 것이다. 계면활성제 (가)와 (나)가 각각 포함되어 있는 두 종류의 세제를 쉼물에서 사용하였을 때, 어떤 세제가 더 큰 세척력을 보여주는지 쉼물 속에서 일어날 수 있는 화학반응식을 활용하여 논하시오.

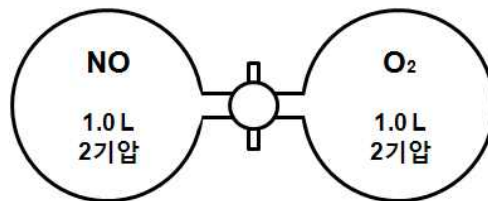


[문제 4-ii] 쉼물이 <제시문 4-2>의 이온교환수지를 통과하여 단물로 바뀌었을 때 녹는점(어는점)이 어떻게 변화할 것인지 근거를 제시하여 논하시오.

[문제 4-iii] 대기오염 물질 중 하나인 일산화질소(NO)는 다음 화학반응식과 같이 산소(O₂)와 반응하여 이산화질소(NO₂)를 생성한다.

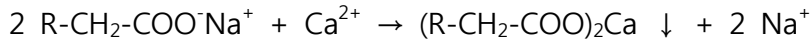


아래 그림과 같이 일산화질소와 산소를 반응 용기에서 서로 분리시켰다가 중간에 있는 밸브를 열어 혼합시키면, 두 기체 사이의 반응이 빠르게 진행된다. 두 기체를 완전히 반응시켰을 때, 반응 용기 내의 최종 압력이 어떻게 될 것인지 근거를 제시하여 논하시오. (단, 반응 전과 후의 온도는 25℃로 일정하며, 연결관의 부피는 무시한다. 또한, 각 기체를 이상기체로 가정한다.)



【예시답안】

【문제 4-i】 계면활성제 (가)를 칼슘이온이나 마그네슘이온이 많이 녹아있는 센물에 녹이면, 음이온인 R-CH₂-COO⁻가 2가 양이온과 아래의 화학반응식과 같이 불용성 염인 지방산칼슘(또는, 지방산마그네슘)이 된다. 즉, 양금생성 반응을 일으켜 (가)를 포함하는 세제는 센물에서 잘 풀어지지 않는다.



이에 비해 계면활성제 (나)는 2가 양이온을 만나도 양금생성이 거의 없어 넣어준 계면활성제가 제 역할을 할 수 있게 된다. 즉, 계면활성제 (나)가 포함된 세제의 세척력이 우수하다.

【문제 4-ii】 <제시문 4-3>으로부터 물속에 녹아있는 이온(또는 염분)의 양이 많을수록 어는점이 낮아진다는 것을 추론할 수 있다. 센물을 나트륨 이온이 많이 함유된 이온교환수지를 통과시키면, 센물 속에 존재하는 칼슘이나 마그네슘 이온이 나트륨 이온으로 교환되어 단물로 바뀐다. 이때, 칼슘이나 마그네슘 이온은 2가 양이온이고 나트륨 이온은 1가 양이온이기 때문에, 칼슘(또는 마그네슘) 이온 하나는 두 개의 나트륨 이온으로 교환된다. 즉, 센물이 이온교환수지를 통과하면 물속에 존재하는 이온의 총수가 증가하고, 이로 인해 어는점은 낮아질 것으로 예측된다.

【문제 4-iii】 보일의 법칙에 따라 온도가 일정할 때 PV는 일정하다. 제시된 화학반응식을 기반으로 아래와 같이 반응 전후의 PV값의 변화를 보면,

	$2\text{NO}(g) + \text{O}_2(g) \rightarrow 2\text{NO}_2(g)$		
처음(PV)	2	2	0
반응(PV)	2	1	2
결과(PV)	0	1	2

반응용기의 전체 부피가 2 L이기 때문에 반응 후 용기 안에는 산소의 압력은 0.5기압, 이산화질소의 압력은 1기압이고, 따라서 용기 내의 최종 압력은 1.5기압이 된다.

【또는 다음과 같이 설명해도 됨】 <제시문 4-4>에서 알 수 있듯이 기체는 같은 부피와 온도 하에 있을 때 압력은 분자의 개수와 비례한다. 밸브를 열면 부피가 반응용기의 전체 부피는 2 L가 되기 때문에 반응 직전 일산화질소와 산소의 압력은 각각 1기압이 된다. 반응이 진행된다면 2개의 일산화질소 분자가 1개의 산소 분자와 반응하여 2개의 이산화질소 분자를 생성한다. 반응 후에는 일산화질소는 모두 소모되고 용기 내에는 반응에 참여하지 않은 산소와 생성물인 이산화질소만 존재하게 된다. 반응용기의 전체 부피가 2 L이기 때문에 반응 후 용기 안에는 산소의 압력은 0.5기압, 이산화질소의 압력은 1기압이고, 따라서 용기 내의 최종 압력은 1.5기압이 된다.

□ 문제 5

생명현상은 일상생활 및 사회 현상과 밀접하게 연관되어 있어서 교과서에서 공부한 생명현상의 원리를 뉴스에서 접한 내용과 연관시켜 종합적으로 사고할 수 있다. 인체나 동물에서 관찰되는 바이러스 감염은 사회적으로 막대한 영향을 미치므로 이에 대한 현상적 이해와 과학적으로 다각도에서 분석할 수 있는지를 묻는 문제를 출제하였다. 질문 내용에는 다양한 종류의 바이러스의 출현 및 각 국가 간의 이동, 바이러스 유전체에 대한 이해, 동물의 체내에서 바이러스 검출을 위한 항원-항체 반응 및 바이러스 감염에 대처하는 과정에서 정책적/과학적 문제점 등을 포함시켜서 종합적이고 논리적으로 문제에 대한 해답을 제시하는지를 평가하고자 하였다.

[문제 5-i] 바이러스 유전체의 상호 유사성을 근거로 하여 바이러스의 전파 및 유입 경로를 추측할 수 있다.

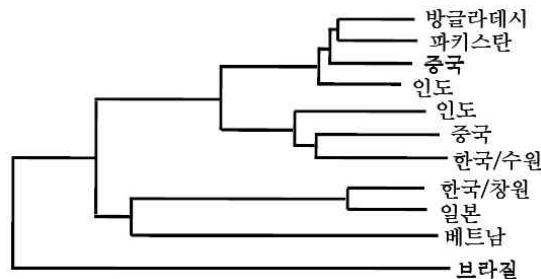
[문제 5-ii] 바이러스의 유전체 특성에 따라 바이러스의 감염 및 전파 등의 패턴이 결정된다. 유전체의 몇 가지 기본적 특징으로 유전체의 종류를 파악할 수 있다

[문제 5-iii] 바이러스의 동물 감염 여부를 분석하는 방법에는 장단점이 있어서 실제로 바이러스 감염 여부를 판단하는데 문제점으로 지적되기도 한다. 바이러스 감염 시 동물의 체내에서 일어나는 면역 반응을 종합적으로 고려하여 각 방법의 효율성을 판단할 수 있다.

[문제 5] 다음 <제시문 5-1>부터 <제시문 5-4>를 참고하여 [문제 5-i]에서 [문제 5-iii]까지 문항별로 답하시오.

<제시문 5-1> 바이러스는 세균보다 크기가 훨씬 작으며 단백질과 핵산으로 구성되어 있다. 바이러스는 유전 물질의 핵산 종류에 따라 DNA 바이러스 또는 RNA 바이러스로 구분하거나, 숙주의 종류에 따라 동물성 바이러스, 식물성 바이러스 및 세균성 바이러스로 분류한다.

<제시문 5-2> 각 지역에서 발견된 바이러스의 핵산 염기 서열을 상호 비교하여 유사한 정도를 아래 그림과 같이 나뉘는 모양으로 나타낼 수 있다. 같은 가지에서 갈라진 바이러스들은 공통 조상에서 유래한 것이므로 다른 가지의 바이러스보다 유전체의 유사성이 높다. 아래 그림은 수원과 창원에서 발견된 바이러스와 이 보다 먼저 국외 다른 지역에서 발견된 바이러스 사이의 유전체 유사성을 나타내고 있다. 이 바이러스는 국외에서는 관찰된 경우가 있으나 국내에서는 수원에서 처음 관찰되었으며, 2주 후에 창원에서 동일한 종의 바이러스가 관찰되었다.



<제시문 5-3> 위에서 언급한 바이러스는 쉽게 변이가 일어나서 많은 아형이 발견되며, 유전체의 구조를 분석한 결과 아래 그림과 같이 유전체의 5'에 VPg라는 단백질이 결합되어 있고, 3'에는 아데노신 뉴클레오티드가 100개 정도(그림에 Poly A로 표기) 연결되어 있다. 이 유전체는 L부터 3D까지 12 가지의 단백질을 생산하는 유전자들로 구성되어 있으며, 여기에서 바이러스 입자를 구성하는 구조 단백질, 단백질 분해효소, RNA-의존형 RNA 중합효소 등이 생성된다.



<제시문 5-4> 동물의 바이러스 감염 여부는 보통 세 가지 방법을 통해 확인이 가능하다. 방법 A는 동물의 혈액에서 바이러스에 대한 항체를 검출하는 방법이다. 항원이 포함되어 있는 간이 키트를 확보하고 있으면, 항원-항체 반응을 이용하여 손쉽게 혈액 내에 바이러스에 대한 항체가 형성되었는지 알 수 있다. 방법 B는 동물의 시료에서 항원을 검출하는 방법으로, 항체를 확보하고 있으면 역시 항원-항체반응을 이용하여 동물의 체내에 항원이 존재하는지 알 수 있다. 방법 C는 동물의 시료에서 바이러스 특이적 유전체를 검출하는 방법으로, 소량의 바이러스 입자만 있어도 검출할 수 있는 장점이 있다. 그러나 검사 과정에 높은 전문성이 필요하며, 시간과 노력이 많이 드는 단점이 있다.

[문제 5-i] <제시문 5-2>의 바이러스 중 한국의 수원과 창원에서 관찰된 바이러스가 어떠한 경로로 한국에 유입되었는지 추론하시오. 그리고 수원과 창원에서 발생한 바이러스가 상호 전파 되었을 가능성에 대해서도 기술하시오.

[문제 5-ii] <제시문 5-2>에서 언급한 바이러스는 DNA 또는 RNA 중에서 어떤 것을 유전물질로 가지고 있을지 <제시문 5-3>을 참고하여 3가지 근거를 제시하여 설명하시오.

[문제 5-iii] 소와 돼지를 키우는 농가에서 바이러스 감염이 의심되는 소를 발견하였다. 소의 혈액을 채취하여 1차로 바이러스 감염 여부를 조사하였으나 음성 판정이 나왔다. 따라서 농장주는 아무런 조치를 취하지 않았고, 초기에 소에서 발견된 증상은 수일 이내에 농장내의 다른 소와 주위 농장으로 확산되었다. 바이러스 감염이 의심되는 최초의 소의 혈액을 다시 채취하여 2차 검사를 실시한 결과 이번에는 양성 판정이 나왔다. 다음 (a), (b), (c) 각각의 경우에 1차 검사와 2차 검사에서 다른 결과가 나온 이유를 논하시오. (<제시문 5-4>에서 설명한 세 가지 방법을 참고하여 설명하되, 모든 검사 시 검사 과정상의 오류나 검사자의 실수는 없는 것으로 한다.)

- (a) 1차와 2차 검사 모두 방법 A를 사용하였을 경우
- (b) 1차와 2차 검사 모두 방법 B를 사용하였을 경우
- (c) 1차 검사에는 방법 A를, 2차 검사에서는 방법 C를 사용하였을 경우

【예시답안】

[문제 5-i] <제시문 5-2>에 나타난 계통수 그림에서 한국의 수원에서 발견된 바이러스는 중국에서 발견된 바이러스와 유연관계가 가장 가깝기 때문에 중국에서 유입되었을 가능성이 높고, 한국의 창원에서 발견된 바이러스는 일본에서 발견된 바이러스와 유연관계가 가깝기 때문에 일본에서 유입되었을 것이다. 창원에서 발견된 바이러스는 시기적으로 수원에서 발견된 바이러스 보다 2주 정도 늦게 발견되었다 하더라도 유연관계가 멀기 때문에 수원에서 전파되었다고 보기는 어렵다.

[문제 5-ii] <제시문 5-3>에서 다음과 같은 3가지 이유 때문에 이 바이러스는 RNA 유전체를 가지고 있을 것이다.

첫째는 이 바이러스는 쉽게 변이가 일어나서 많은 아형이 발견된다. 쉽게 변이가 일어나는 것은 RNA 바이러스의 대표적인 특징이다. RNA 유전체는 복제과정에서 RNA-의존형 RNA 중합효소의 정확도가 낮아서 많은 돌연변이가 일어나기 때문이다.

둘째는 유전체의 3'에 poly A 꼬리를 가지고 있는 특징이다. Poly A 꼬리는 DNA에서는 발견되지 않고 RNA의 3'에서만 발견된다.

세째는 이 바이러스의 유전체에서 RNA-의존형 RNA 중합효소를 생산한다는 사실이다. 동물세포는 DNA에서 RNA를 생성하기 위하여 RNA 중합효소를 가지므로 RNA를 유전체로 가지는 바이러스는 자신의 RNA 유전체의 복제를 위해서 RNA-의존형 RNA 중합효소를 가지고 있다. 위의 세 가지 사실을 종합하여 볼 때 이 바이러스의 유전체는 RNA 이다.

[문제 5-iii] (a) 1차와 2차 검사 모두 방법 A를 사용하였을 경우: 바이러스 감염 초기에는 동물의 체내에 아직 항체가 형성되지 않아서 음성으로 판정되다가 바이러스 감염이 상당히 진행된 시기에는 항체가 형성되어 나중에는 양성 판정이 나왔을 것이다.

(b) 1차와 2차 검사 모두 방법 B를 사용하였을 경우: 바이러스 감염 초기에는 동물의 체내에 아직 충분한 양의 바이러스 입자가 존재하지 않아서 음성으로 판정되다가 바이러스 감염이 상당히 진행된 시기에는 많은 양의 바이러스 입자가 형성되어 나중에는 양성 판정이 나왔을 것이다.

(c) 1차 검사에는 방법 A를, 2차 검사에서는 방법 C를 사용하였을 경우: 동물의 체내에 아직 항체가 형성되지 않아 음성 판정이 나왔다가, 두 번째 검사 시에는 좀 더 민감도가 높은 방법인 유전체 검사 방법을 통해 양성 판정이 나왔을 것이다.