

논술고사 문제지 (자연계열)

[논술고사 시간 16:00 ~ 18:00]

모집단위	학부·과	수험번호	성명
------	------	------	----

【 수험생 유의사항 】

1. 답안작성 시 제목은 달지 말 것.
2. 수험번호, 성명 등 자신의 신상과 관련된 사항을 답안에 드러낼 경우 부정행위로 간주함.
3. 답안지 작성 시 필기구는 반드시 흑색펜을 사용할 것.(청색/적색펜 및 연필은 사용 불가)
4. 문제지와 답안지의 문제번호가 일치하는지 반드시 확인할 것.(불일치 시 0점 처리)
5. 글자 수의 제한은 없으나 각 문항별 답안 작성 구역을 벗어날 경우 0점 처리함.
6. 답안지 수정은 두 줄로 긋고 새로 작성하여야 함.(수정테이프는 사용할 수 없음)



※ 풀이과정의 형식과 내용은 평가의 주요한 요소이므로 반드시 기술할 것.

[문제 1] (총 100점)

양의 실수 t 에 대하여 확률변수 X 의 확률밀도함수가 다음과 같다.

$$f(x) = (t+1)e^{-x} \quad (0 \leq x \leq a)$$

- (a) a 를 t 에 관한 식으로 나타내어라. (30점)
- (b) $E(X^2)$ 과 극한값 $\lim_{t \rightarrow \infty} E(X^2)$ 을 구하여라. (70점)

[문제 2] (총 100점)

자연수 n 에 대하여 $a_n = 10^n - 1$ 일 때, 연립부등식

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq a_n \\ 0 \leq y \leq \log x \end{cases}$$

를 만족시키는 두 정수 x 와 y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 S_n 이라 하자. (단, $\log x$ 는 x 의 상용로그이다.)

- (a) S_n 을 n 에 관한 식으로 나타내어라. (60점)
- (b) 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n \log a_n}$ 을 구하여라. (40점)

[문제 3] (총 100점)

행렬 $\begin{pmatrix} \sin\theta & 1 \\ \sin^2\theta & \sin\theta \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환에 의하여 점 $(1, 1)$ 이 영역 $\{(x, y) | (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 1\}$ 의 점으로 옮겨질 때 다음 물음에 답하여라.

- (a) $\sin\theta < 0.9$ 임을 보여라. (50점)
 (b) $17 - 4\cos 2\theta \sin\theta - 20\sin\theta - 9\cos 2\theta$ 의 최댓값을 구하여라. (50점)

[문제 4] (총 100점)

삼각형 ABC 에서 $a = \overline{BC}$, $b = \overline{AC}$, $c = \overline{AB}$ 이고 $a \leq b \leq c$ 이다. 삼각형 ABC 의 내부 또는 경계에 있는 점 P 에 대하여,

$$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PA}$$

의 최댓값과 최솟값을 a, b, c 에 관한 식으로 나타내어라.

이 면은 여백입니다.