

논술고사 문제지 (자연계열)

[논술고사 시간 14:00 ~ 17:00]

모집단위	학부·과	수험번호	성명
------	------	------	----

【 수험생 유의사항 】

1. 답안작성 시 제목은 달지 말 것.
2. 수험번호, 성명 등 자신의 신상과 관련된 사항을 답안에 드러낼 경우 부정행위로 간주함.
3. 답안지 작성 시 필기구는 반드시 흑색펜을 사용할 것. (청색/적색펜 및 연필은 사용 불가)
4. 문제지와 답안지의 문제번호가 일치하는지 반드시 확인할 것.(불일치시 0점 처리)
5. 글자수의 제한은 없으나 각 문항별 답안 작성 구역을 벗어날 경우 0점 처리합니다.
6. 답안지 수정은 두줄로 긋고 새로 작성하여야 함.(수정테이프는 사용할 수 없음)



※ 풀이과정을 반드시 기술할 것, 기술의 형식과 내용은 평가의 주요한 요소임.

[문제 1]

매개변수 t 로 나타내어진 두 함수 $x(t), y(t)$ 가 다음 관계식을 만족시킬 때 아래 물음에 답하여라.

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\cos x}{y}, \quad \frac{dy}{dt} = -2x \cos x - \sin x \quad \left(\text{단, } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}, y > 0\right)$$

(a) $\frac{d(\ln y)}{dx}$ 를 x 에 대한 식으로 나타내어라. (20점)

(b) $x = 0$ 일 때 $y = 3$ 이다. y 를 x 에 대한 식으로 나타내어라. (80점)

[문제 2]

좌표평면에서 x 축 위의 점 $P(t, 0)$ 과 y 축 위의 점 $Q(0, 1)$ 에 대하여, 두 점 $R_i (i = 1, 2)$ 가 다음 두 조건을 모두 만족시킨다.

- (1) $\overrightarrow{QR_i} \cdot \overrightarrow{QP} = 0$
- (2) 점 R_i 와 x 축 사이의 거리가 벡터 $\overrightarrow{QR_i}$ 의 크기보다 1만큼 작다.

(a) 두 벡터의 내적 $\overrightarrow{PR_1} \cdot \overrightarrow{PR_2}$ 의 값을 t 에 대한 식으로 나타내어라. (30점)

(b) 두 점 R_1, R_2 중 x 좌표의 값이 작은 점을 R 라 하고, R 를 y 축에 대하여 대칭이동시킨 점을 S 라고 하자. 세 점 $O(0,0), R, S$ 를 지나는 원의 반지름의 길이를 t 에 대한 식으로 나타낸 식을 $r(t)$ 라 하자. $r(t)$ 를 구하고 극한값 $\lim_{t \rightarrow \infty} r(t)$ 를 구하여라. (70점)

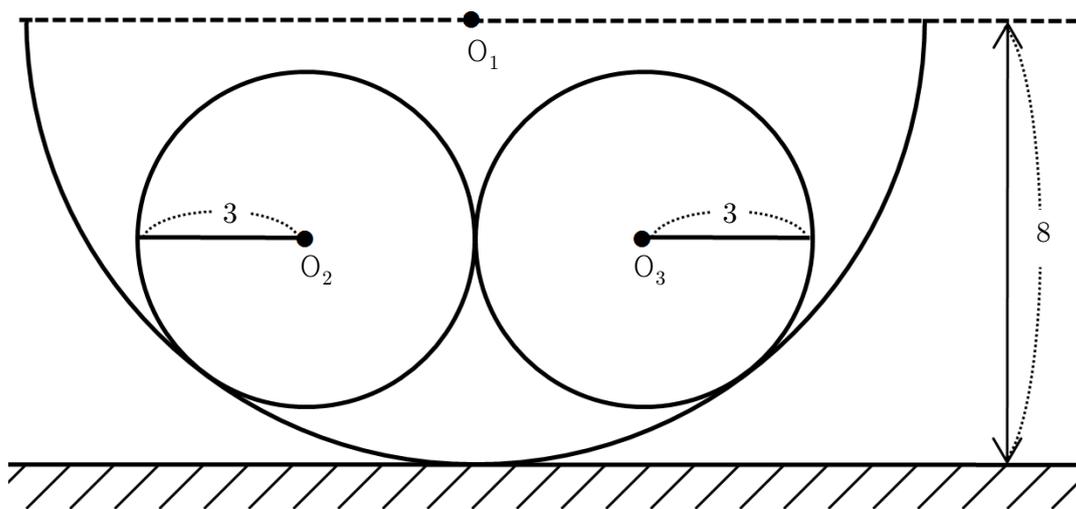
[문제 3]

각 자리의 숫자로 1, 2, 3, 4, 5 만이 사용된 2014자리 자연수 전체집합을 A 라고 하자.

- (a) 집합 A 에 속하는 자연수 중에서 자리의 숫자에 쓰인 1의 개수가 홀수인 것의 개수를 m 이라 할 때, $2m$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라. (50점)
- (b) 집합 A 에 속하는 자연수 중에서 자리의 숫자에 쓰인 1과 2의 개수가 각각 홀수인 것의 개수를 n 이라 할 때, $4n$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라. (50점)

[문제 4]

- (a) 원 $x^2 + (y-r)^2 = r^2$ 과 직선 $y=h$ ($0 < h < 2r$)로 둘러싸인 도형 중 아랫부분 도형을 y 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를 구하여라. (30점)
- (b) 반지름의 길이가 8cm인 반구 모양의 용기에 반지름의 길이가 3cm인 쇠공 2개가 접하면서 놓여있다. O_1 을 용기 반구의 중심, O_2 와 O_3 를 두 쇠공의 중심이라 하자. 세 중심을 포함하는 평면으로 잘랐을 때 생기는 용기 단면의 모양은 다음과 같다.



이 용기에 초당 $21\pi\text{cm}^3$ 의 일정한 비율로 물을 넣기 시작하여 채워진 물이 $105\pi\text{cm}^3$ 가 되는 순간의 수면 높이와 그 때 수면 높이의 속력을 구하여라. (70점)

(단, 용기의 윗면과 $\overline{O_2O_3}$ 는 바닥면과 평행하며, 물을 채울 때 쇠공은 움직이지 않는다.)

이 면은 여백입니다.

