4.3 자연계열 논술고사 3

4.3.1 문항 및 제시문

[제시문]

[가] 두 함수 $f(x), g(x)$가 미분가능할 때,

$$[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

이다.

[나] 서로 다른 n개에서 순서를 생각하지 않고 $r(0 \le r \le n)$개를 택하는 것을, n개에서 r개를 택하는 조합이라 하며, 이 조합의 수를 기호로

$${}_n\mathrm{C}_r = \frac{{}_n\mathrm{P}_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

와 같이 나타낸다.

[다] 이산확률변수 X의 확률질량함수 $\mathrm{P}(X = x_i) = p_i\,(i = 1, 2, \cdots, n)$에 대하여

$$\sum_{i=1}^{n} x_i p_i = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \cdots + x_n p_n$$

를 확률변수 X의 기댓값이라고 한다.

[문제]

제시문을 참고하여 다음 물음에 답하여라.

【3-1】 $x > 0$에서 정의된 함수 $f(x)$가

$$f(x) + xf'(x) = \int_1^x \frac{2\ln t}{t}\,dt$$

를 만족하고 $f(1) = 2$일 때 $f(x)$를 구하여라. (제시문 [가] 참고)

【3-2】 함수 $f(x) = x^n$ (n은 1보다 큰 자연수)라 하자. 임의의 $a > 0$에 대해 $f(x) = x^n$의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}(a, a^n)$에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q, 점 P에서의 접선에 수직인 직선이 x축과 만나는 점을 R이라 하자. 삼각형 PQR의 넓이를 $A(a)$, 삼각형 PQR에 내접하는 원의 둘레의 길이를 $B(a)$라 할 때, 극한값

$$\lim_{a \to 0+} \frac{A(a)}{a \cdot B(a)}$$

을 n에 대한 식으로 나타내어라.

아래 그림과 같이 점 O를 중심으로 원의 둘레가 12등분된 원 위의 점 P에 바둑돌이 있다. 동전을 던져서 앞면이 나오면 시계 방향으로 1칸, 뒷면이 나오면 시계 반대 방향으로 1칸 바둑돌을 이동시킨

다. 한 개의 동전을 n번 던졌을 때, 바둑돌이 위치한 점을 Q라 하고 두 선분 OP, OQ가 이루는 각의 크기를 θ $\left(\theta = 0,\ \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{6}, \cdots, \frac{6\pi}{6}\right)$라 하자.

P

θ

O

Q

【3-3】 동전을 14번 $(n = 14)$ 던졌을 때 $\theta = 0$이 되는 경우의 수를 구하여라.

【3-4】 동전을 5번 $(n = 5)$ 던졌을 때, $\sin\theta$의 값을 확률변수 X라 하고 확률변수 X의 기댓값을 구하여라.

4.3.2 교육과정 근거 및 자료 출처

< 표 4-15 > 문항카드 3번 - 화공생명공학전공/기계공학전공/물리학전공

모집단위			화공생명공학전공/기계공학전공/물리학전공			
문항번호			3번			
출제범위				교과 과목명	교과별 교육과정	교육과정 준수 여부
계열 및 교과	인문 사회	국어				
		사회				
		도덕				
	수학		○	미적분 I, 미적분II, 확률과 통계	교육과학기술부 고시 제2011-361호	준수
	기타					
교과 외						
핵심개념 및 용어			· 함수의 곱의 미분법 · 함수의 치환적분법 · 함수의 부분적분법	· 접선의 방정식 · 함수의 극한 · 삼각함수	· 조합 · 이산확률변수 · 기댓값	
답안작성(예상소요)시간			40분			/ 100 분

제시문	가		
▶ 교육과정 근거			
과목명	미적분I	교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호
		성취기준	· (다) 다항함수의 미분법 - 2 도함수 ② 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.

▶ 자료 출처

교과서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성여부
미적분I	황선욱 외	좋은책신사고	2014	103		X
미적분I	류희찬 외	천재교과서	2014	110		X

제시문	나		
▶ 교육과정 근거			
과목명	확률과 통계	교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호
		성취기준	· (가) 순열과 조합 - 2 순열과 조합 ② 조합의 뜻을 알고, 조합의 수를 구할 수 있다.

▶ 자료 출처

교과서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성여부

확률과통계	우정호 외	동아출판	2014	50		X
확률과통계	이강섭 외	미래엔	2014	30		X

제시문	다

▶ 교육과정 근거

과목명	확률과 통계	교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호
		성취기준	· ㈐ 통계 - [1] 확률분포 ① 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다. ② 이산확률변수의 기댓값(평균)과 표준편차를 구할 수 있다.

▶ 자료 출처

교과서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성여부
확률과 통계	이강섭 외	미래엔	2014	94		X
확률과 통계	김창동 외	교학사	2014	115		X

문제	3-1

▶ 교육과정 근거

과목명	미적분I	교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호
		성취기준	· ㈐ 다항함수의 미분법 - [2] 도함수 ② 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.
과목명	미적분II	교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호
		성취기준	· ㈑ 적분법 - [1] 여러 가지 적분법 ① 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. ② 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

▶ 자료 출처

교과서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성여부
미적분I	정상권 외	금성출판사	2016	106		X
미적분I	김창동 외	교학사	2016	103		X
미적분II	우정호 외	동아출판	2014	190,196		X
미적분II	황선욱 외	좋은책신사고	2014	145		X
미적분II	이강섭 외	미래엔	2014	161		X

문제	3-2

▶ 교육과정 근거

과목명	미적분I	교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호
		성취기준	· ㈐ 다항함수의 미분법 - [3] 도함수의 활용 ① 접선의 방정식을 구할 수 있다.

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>· ㈏ 함수의 극한과 연속 – 1 함수의 극한
② 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 여러 가지 함수의 극한값을 구할 수 있다.</td></tr>
</table>

▶ 자료 출처

교과서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성여부
미적분I	황선욱 외	좋은책신사고	2014	54,109		X
미적분I	이준열 외	천재교육	2014	60,130		X

문제	3-3

▶ 교육과정 근거

<table>
<tr><td rowspan="2">과목명</td><td rowspan="2">미적분II</td><td>교육과정</td><td>교육과학기술부 고시 제2011-361호</td></tr>
<tr><td>성취기준</td><td>· ㈏ 삼각함수 – 1 삼각함수의 뜻과 그래프
① 일반각과 호도법의 뜻을 안다.
③ 삼각함수를 활용하여 간단한 문제를 해결할 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">과목명</td><td rowspan="2">확률과 통계</td><td>교육과정</td><td>교육과학기술부 고시 제2011-361호</td></tr>
<tr><td>성취기준</td><td>· ㈎ 순열과 조합 – 2 순열과 조합
② 조합의 뜻을 알고, 조합의 수를 구할 수 있다.</td></tr>
</table>

▶ 자료 출처

교과서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성여부
미적분II	김원경 외	비상교육	2016	48		X
미적분II	정상권 외	금성출판사	2014	56		X
확률과 통계	우정호 외	동아출판	2016	52		X
확률과 통계	이강섭 외	미래엔	2016	30		X

문제	3-4

▶ 교육과정 근거

<table>
<tr><td rowspan="2">과목명</td><td rowspan="2">확률과 통계</td><td>교육과정</td><td>교육과학기술부 고시 제2011-361호</td></tr>
<tr><td>성취기준</td><td>· ㈎ 순열과 조합 – 2 순열과 조합
② 조합의 뜻을 알고, 조합의 수를 구할 수 있다.
· ㈐ 통계 – 1 확률분포
① 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다.
② 이산확률변수의 기댓값(평균)과 표준편차를 구할 수 있다.</td></tr>
</table>

▶ 자료 출처

교과서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성여부
확률과통계	김창동 외	교학사	2014	29,115,144		X
확률과통계	황선욱 외	좋은책신사고	2014	32,99,126		X

4.3.3 출제의도

미적분 및 확률・통계의 기본 개념과 그 활용에 대한 이해도를 측정하는 문제이다. 여러 가지 미분법 및 적분법, 부정적분, 미분계수와 접선의 기울기의 관계를 이해하고 함수의 극한을 계산할 수 있으며 조합의 뜻과 확률변수를 이해하고 이산확률변수의 기댓값을 구할 수 있는지 평가하고자 하였다.

가. 문제
- 함수의 곱의 미분법, 치환적분법 및 부분적분법의 이해
- 미분계수와 접선의 기울기의 관계 및 함수의 극한에 대한 이해
- 조합의 이해 및 그 활용
- 확률변수의 이해 및 그 활용

나. 제시문
- 두 함수의 곱의 미분법 제시
- 조합의 뜻 제시
- 이산확률변수의 기댓값 제시

4.3.4 문항 해설

4.3.4.1 교육과정 범위 및 수준에 대한 자체 평가 의견

- 제시문 [가]는 2009년 개정교육과정 “[미적분Ⅰ]-[다] 다항함수의 미분법-2 도함수”에 해당하는 제시문이다. 현 교육과정에서 많이 다루어지고 있는 곱의 미분법을 서술하고 있다.
- 제시문 [나]는 2009년 개정교육과정 “[확률과 통계]-[가] 순열과 조합-2 순열과 조합”에 해당하는 제시문이다. 순열과 관계된 조합의 정의와 기본적인 성질을 서술하여 고등학교 교육과정의 범위와 수준에 적절한 내용이라 생각한다.
- 제시문 [다]는 2009년 개정교육과정 “[확률과 통계]-[다] 통계-1 확률분포”에 해당하는 제시문이다. 확률변수와 확률분포 그리고 이산확률분포 기댓값의 기본적인 정리를 서술하고 있다.
- 문제 [3-1] 2009년 개정교육과정 “[미적분Ⅰ]-[다]-2 도함수”의 ‘함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.’와 “[미적분Ⅱ]-[라]-2 여러 가지 적분법”의 ‘치환적분법과 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.’의 내용을 활용하여 해결할 수 있는 문제이다. 일반적으로 고교교육과정에서 많이 활용하는 정적분으로 표시된 함수의 결정과 부분적분법을 활용하면 어렵지 않게 문제해결에 접근할 수 있는 문제이다.
- 문제 [3-2] 2009년 개정교육과정 “[미적분Ⅰ]-[다] 다항함수의 미분법-3 도함수의 활용”중에서 접선을 구할 수 있고, 삼각형의 넓이와 내접원의 관계 및 “[미적분Ⅰ]-[나] 함수의 극한과

연속-① 함수의 극한”의 ‘함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 여러 가지 함수의 극한값을 구할 수 있다.’에 대한 내용을 활용하면 비교적 어렵지 않게 해결할 수 있는 문제이다. 삼각형 PQR의 넓이 $A(a)$와 삼각형 PQR에 내접하는 원의 둘레의 길이 $B(a)$를 a를 이용하여 잘 표현하는 것이 핵심인 문제로 이를 잘 해결한다면 극한값은 비교적 쉽게 구할 수 있을 것이다.

- 문제 [3-3] 2009년 개정교육과정 “[미적분Ⅱ]-[나] 삼각함수-① 삼각함수의 뜻과 그래프”의 ‘일반각과 호도법의 뜻을 안다.’와 ‘삼각함수를 활용하여 간단한 문제를 해결할 수 있다.’라고 명시된 내용과 “[확률과 통계]-[가] 순열과 조합-②순열과 조합”의 ‘조합의 뜻을 알고, 조합의 수를 구할 수 있다.’라는 내용을 활용하여 경우의 수를 구할 수 있는 고등학교 교육과정의 범위와 수준에 적절한 문제이다. 동전의 앞면이 나오는 수와 뒷면이 나오는 수의 관계를 이용하고 $\theta = 0$이기 위한 경우를 잘 파악한다면 문제를 잘 해결 할 수 있을 것이다.
- 문제 [3-4] 2009년 개정교육과정 “[확률과 통계]-[가] 순열과 조합-②순열과 조합”에 명시된 ‘조합의 뜻을 알고, 조합의 수를 구할 수 있다.’와 “[확률과 통계]-[다] 통계-①확률분포”의 ‘이산확률변수의 기댓값(평균)과 표준편차를 구할 수 있다.’의 내용을 이용하여 이산확률분포의 기댓값을 구하는 문제이다. 문제 [3-3]을 조금 확장하여 경우의 수를 구할 수 있고, 기댓값에 대한 제시문 [다]를 활용하여 구할 수 있는 고등학교 교육과정의 범위와 수준에 적절한 문제이다.

4.3.4.2 출제 검토 교사 의견

- 고등학교 교과서 [미적분 I], [미적분II], [확률과 통계]에서 언급된 내용만을 발췌하여 제시문을 구성하였다. 자연계열 수학교육과정을 이수한 학생들이라면 제시문의 내용을 이해하고 문제에 어려움 없이 적용할 수 있다.
- 문제에서는 곱의 미분법과 부분적분, 조합의 수, 이산확률변수의 기댓값에 대하여 묻고 있다. 정적분을 이용한 부분적분법, 호도법을 이용한 원의 둘레 구하기, 조합의 정의를 이용하여 경우의 수 구하기, 구한 경우의 수를 이용하여 이산확률변수의 기댓값 구하기 등을 통해 미적분과 확률과 통계에 대한 전반적인 이해도를 평가하고 있다.
- 문항의 구성도 실제로 학교현장에서 풀이하는 문제들과 비교하면 난이도가 그다지 높지 않은 문제들로 구성되었다.

4.3.4.3 선행학습 영향평가 자문교사 의견

- 제시문 [가]~[다]에 대하여 자문교사 모두가 교육과정 범위에 해당한다고 응답하였다. 문제 [3-1]~[3-4]에 대하여서도 자문교사 전체가 교육과정 범위에 해당하며 그 수준이 적정하다고 답하였다.
- 제시문 [가]~[다]의 난이도는 교과서나 수학개념서에 나오는 내용으로 학생들이 이해하기에 충분하다고 생각된다고 답하였다.

- 제시문 [가]에서 설명하고 있는 곱의 미분법은 [미적분 I]의 미분계수와 도함수의 함수의 내용을 그대로 발췌하여 제시문을 구성했다. 정리 자체뿐만 아니라 여러 가지 미분이나 적분에 관련된 문제에서 자주 이용되는 개념이다.
- 제시문 [나]에서 설명하고 있는 내용은 [확률과 통계]의 조합 중 조합의 수를 그대로 발췌하여 제시문을 구성했다. 수리적 의미가 교과서에 잘 설명되어 있으므로 접하는 학생들이 큰 어려움을 느끼지 않을 내용이다.
- 제시문 [다]에서 설명하고 있는 내용은 [확률과 통계] 통계의 확률분포에서 이산 확률 변수의 기댓값(평균) 공식을 그대로 기술한 것이다. 이산확률변수와 그 기댓값에 대한 내용은 확률질량함수와 연관시켜 설명하고 있으며, 주어진 수식을 통하여 이해한다면 그 의미를 쉽게 파악할 수 있을 것이라는 의견이 대부분이었다.
- 문제 [3-1]의 경우 [미적분Ⅰ,Ⅱ]의 함수의 미분법과 적분법에서 곱의 미분법, 치환적분법, 부분적분법 등의 교과과정 내용을 충분히 이용하여 해결할 수 있는 문제라는 의견이 대부분이었다.
- 문제 [3-2] 문제의 경우 [미적분Ⅰ] 다항함수의 미분법 중 도함수의 활용에서 접선의 방정식, [수학Ⅰ]의 직선의 방정식을 이용하여 세 점의 좌표를 구한 다음, 중학교 때 배운 삼각형의 넓이와 내접원의 반지름의 관계를 이용하여 식을 정리한 후 함수의 극한 계산을 하면 해결할 수 있는 문제이다. 다만 삼각형의 세 점이 주어졌을 때 삼각형의 넓이를 구하는 문제를 벡터의 외적(대학과정)을 이용하면 쉽게 구할 수는 있지만 이 문제는 그렇게 했을 경우가 출제의도보다 훨씬 더 복잡한 과정을 거치므로 교육과정을 준수했다고 판단된다.
- 문제 [3-3]의 경우 확률과 통계 순열과 조합에서 해당되는 경우의 수를 조합으로 표현하고 계산하면 해결할 수 있는 문제이다. “동전을 n번 던질 때, 동전의 앞이 a번 뒤가 b번이라면 문제에서 원하는 경우는 이들 중 하나이다.”를 구하고 구한 바와 같이 원 위에서 바둑돌을 이동 후 각이 $\theta=0$인 것을 찾으면 된다. 여기서 n은 원위에서 방향을 바꾸는 횟수이다. 수험생들이 이 문제를 자연수의 분할과의 연관성을 찾을 수 있다면 접근이 가능하다고 생각하고 자연수의 분할을 생각하지 않더라도 단순히 카운팅을 하여 구할 수도 있다고 본다.
- 문제 [3-4]의 경우 이산확률변수와 확률질량함수를 이용하면 이산확률변수의 기댓값(평균)을 구할 수 있는 문제이다. <용어와 기호> 독립시행과 연관되는 내용으로 “독립시행의 경우의 수-값-확률-기댓값”이라는 여러 과정을 실수 없이 거쳐야 하는 문제이므로 수험생으로서는 다소 까다롭게 여길 수 있지만 차근히 해결한다면 실수 없이 답안을 작성할 수 있을 것이다.

4.3.5 채점기준

< 표 4-16 > 채점기준 3번 - 화공생명공학전공/기계공학전공/물리학전공

하위문항	채점기준	배점
3-1	함수의 곱의 미분법, 치환적분법 및 부분적분법을 이해하는지 평가한다.	240
3-2	미분계수와 접선의 기울기의 관계를 이해하고 함수의 극한을 구할 수 있는지 평가한다.	
3-3	조합의 뜻을 이해하고 조합의 수를 구할 수 있는지 평가한다.	
3-4	확률변수를 이해하고 조합을 이용한 이산확률변수의 기댓값을 구할 수 있는지 평가한다.	

<유의사항>

- ■ 문제에서 요구하는 답안 및 성취기준을 도출하는 과정을 평가함.
- ■ 답안 작성분량이 현저히 미달되는 경우 과락처리 함.
- ■ 답안이나 답안지 여백에 문제와 관계없는 불필요한 낙서나 이와 유사한 표식이 있는 경우 과락처리 함.
- ■ 답안내용 중 확연히 수험생 본인을 식별할 수 있는 내용이 있는 경우 과락처리 함.

4.3.6 답안사례

【3-1】

$f(x) + xf'(x) = \{xf(x)\}'$ 이고 $\int_1^x \frac{2\ln t}{t}\,dt = \int_0^{\ln x} 2k\,dk = k^2\Big|_0^{\ln x} = (\ln x)^2$ 이다. 이때

$\ln t = k$ 로 치환하였다. 따라서 $\{xf(x)\}' = (\ln x)^2$ 이므로 양변을 적분하면

$xf(x) = \int (\ln x)^2 dx$ 이다. 부분적분을 두 번 이용하여 우변을 적분하면

$$\begin{aligned} xf(x) &= \int (\ln x)^2\,dx = x(\ln x)^2 - \int x \cdot 2\ln x \cdot \frac{1}{x}\,dx \\ &= x(\ln x)^2 - 2\int \ln x\,dx = x(\ln x)^2 - 2\left(x\ln x - \int x \cdot \frac{1}{x}\,dx\right) \\ &= x(\ln x)^2 - 2x\ln x + 2x + C \end{aligned}$$

이므로 $f(x) = (\ln x)^2 - 2\ln x + 2 + \frac{C}{x}$ 이다. 또한 $f(1) = 2 + C = 2$ 이므로 $C = 0$ 이다.

그러므로

$f(x) = (\ln x)^2 - 2\ln x + 2$ 이다.

【3-2】

함수 $f(x) = x^n$ 의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}(a, a^n)$ 에서의 접선의 방정식은 $y = na^{n-1}(x-a) + a^n$ 이므로

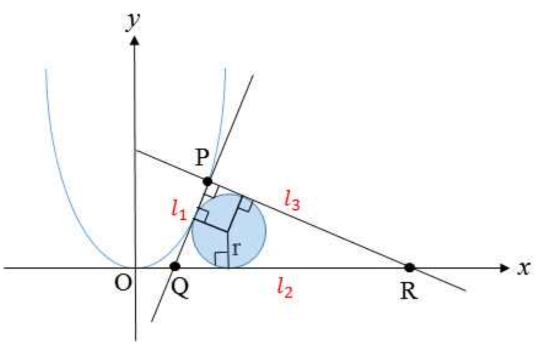
$\mathrm{Q}\left(a - \frac{a}{n}, 0\right)$ 이다. 한편, 접선에 수직인 직선의 방정식은 $y = -\frac{1}{na^{n-1}}(x-a) + a^n$ 이므로

$\mathrm{R}(a + na^{2n-1}, 0)$ 이다. 따라서

$l_1 = \overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{\frac{a^2}{n^2} + a^{2n}}$, $l_2 = \overline{\mathrm{QR}} = na^{2n-1} + \frac{a}{n}$, $l_3 = \overline{\mathrm{RP}} = \sqrt{n^2a^{4n-2} + a^{2n}}$ 이다.

삼각형 PQR 의 넓이는 $\frac{l_1 l_3}{2} = A(a) = \frac{r(l_1 + l_2 + l_3)}{2}$ 이므로 $r = \frac{l_1 l_3}{l_1 + l_2 + l_3} = \frac{2A(a)}{l_1 + l_2 + l_3}$ 이다.

따라서 내접원의 둘레의 길이 $B(a) = 2\pi r = \frac{4\pi A(a)}{l_1 + l_2 + l_3}$ 이므로 $\frac{A(a)}{a \cdot B(a)} = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{4\pi a}$ 이다.



한편,

$$\begin{aligned} l_1+l_2+l_3 &= \sqrt{a^2n^{-2}+a^{2n}}+na^{2n-1}+an^{-1}+\sqrt{n^2a^{4n-2}+a^{2n}} \\ &= a\left[\sqrt{n^{-2}+a^{2(n-1)}}+na^{2(n-1)}+n^{-1}+\sqrt{n^2a^{4(n-1)}+a^{2(n-1)}}\right] \end{aligned}$$

이고 $n>1$이므로

$$\begin{aligned} \lim_{a\to 0+}\frac{A(a)}{a\cdot B(a)} &= \frac{1}{4\pi}\lim_{a\to 0+}\left[\sqrt{n^{-2}+a^{2(n-1)}}+na^{2(n-1)}+n^{-1}+\sqrt{n^2a^{4(n-1)}+a^{2(n-1)}}\right] \\ &= \frac{1}{4\pi}\left(\sqrt{n^{-2}}+n^{-1}\right)=\frac{1}{2\pi n} \end{aligned}$$

이다.

【3-3】

동전을 14번 던졌을 때 앞면이 나온 회수를 a, 뒷면이 나온 회수를 b라 하자. 당연히 $a+b=14$를 만족해야 한다. $\theta=0$이기 위해서는 $a=b$이거나 $|a-b|=12$이어야 한다. 따라서

i) $a=b=7$인 경우: ${}_{14}C_7=3432$

ii) a, b가 하나는 13, 나머지 하나는 1인 경우: $2\cdot{}_{14}C_{13}=2\cdot 14=28$

그러므로 $\theta=0$이 되는 경우의 수는 $3432+28=3460$이다.

【3-4】

앞면의 횟수	0	1	2	3	4	5
θ	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$
$X=\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$
경우의 수	${}_5C_0$	${}_5C_1$	${}_5C_2$	${}_5C_3$	${}_5C_4$	${}_5C_5$

따라서 $X=\frac{1}{2}$일 확률 $P\left(X=\frac{1}{2}\right)=\frac{{}_5C_0+{}_5C_2+{}_5C_3+{}_5C_5}{2^5}=\frac{22}{32}$이고

$X=1$일 확률 $P(X=1)=\frac{{}_5C_4+{}_5C_1}{2^5}=\frac{10}{32}$이다.

그러므로 기댓값 $E(X)=\frac{1}{2}\cdot\frac{22}{32}+1\cdot\frac{10}{32}=\frac{21}{32}$이다.

4.4 자연계열 논술고사 4

4.4.1 문항 및 제시문

[제시문]

[가] 점 $\mathrm{P}(x_1, y_1, z_1)$을 지나고, 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{n} = (a, b, c)$에 수직인 평면의 방정식은

$$a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0$$

이다.

[나] 선분 AB의 평면 α 위로의 정사영을 선분 $\mathrm{A'B'}$이라 하고, 직선 AB와 평면 α가 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}\right)$라고 하면

$$\overline{\mathrm{A'B'}} = \overline{\mathrm{AB}} \cos\theta$$

이다.

[다] 함수 $f(x)$가 미분가능하고 $f(x) \neq 0$일 때, 로그함수의 미분법을 이용하여 여러 함수의 곱 또는 몫의 미분을 간단하게 계산할 수 있다. 예를 들어,

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)w(x)}$$

의 도함수를 다음과 같이 구할 수 있다. 양변의 절댓값에 자연로그를 취하면

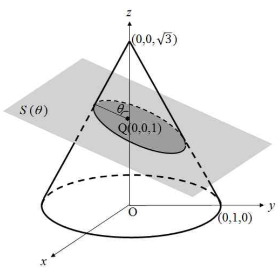
$$\ln|f(x)| = \ln|u(x)| - \ln|v(x)| - \ln|w(x)|$$

이다. 양변을 x에 대하여 미분한 후 정리하면 $f'(x)$를 구할 수 있다.

[문제]

제시문을 참고하여 다음 물음에 답하여라.

아래 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 1이고 높이가 $\sqrt{3}$인 원뿔이 xy평면 위에 밑면의 중심이 원점 O에 오도록 놓여 있다. 원뿔 안의 점 $\mathrm{Q}(0,0,1)$을 지나고 yz평면에 수직이며, xz평면과 이루는 각의 크기가 $\theta\left(\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$인 평면을 $S(\theta)$라 하자.



【4-1】 평면 $S(\theta)$의 방정식은 $(\cot\theta)y + z = 1$임을 보여라.

【4-2】 좌표공간에 두 점 $\mathrm{A}(0,1,2)$와 $\mathrm{B}(0,3,3)$이 주어졌다. 평면 $S\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 위의 점 $\mathrm{P}(x,y,z)$에 대하여

$$D = 2\,\overline{\mathrm{AP}}^{\,2} - \overline{\mathrm{BP}}^{\,2}$$

의 최솟값과 이 때의 점 P의 좌표를 구하여라.

【4-3】 원뿔과 yz평면 그리고 평면 $S(\theta)$의 교점 R_1과 R_2를 잇는 선분의 길이 $l(\theta)$를 구하여라.

【4-4】 $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$에서 $l(\theta)$의 역함수가 존재함을 보이고, $l^{-1}(\alpha) = \frac{\pi}{3}$를 만족하는 α에 대하여 $(l^{-1})'(\alpha)$의 값을 구하여라.

4.4.2 교육과정 근거 및 자료 출처

< 표 4-17 > 문항카드 4번 - 화공생명공학전공/기계공학전공/물리학전공

모집단위			화공생명공학전공/기계공학전공/물리학전공			
문항번호			4번			
출제범위				교과 과목명	교과별 교육과정	교육과정 준수 여부
계열 및 교과	인문 사회	국어				
		사회				
		도덕				
	수학		○	기하와 벡터, 미적분Ⅱ	교육과학기술부 고시 제2011-361호	준수
	기타					
교과 외						
핵심개념 및 용어			· 평면의 방정식 · 법선벡터 · 공간에서 두 점사이의 거리 · 완전제곱식 구하기		· 정사영 · 역함수의 존재성 밝히기 · 삼각함수의 미분 · 역함수의 미분	
답안작성(예상소요)시간			40분			/ 100 분

제시문	가

▶ 교육과정 근거

과목명	기하와 벡터	교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호
		성취기준	· (다) 공간도형과 공간벡터 - ③ 공간벡터 ⑤ 좌표공간에서 벡터를 이용하여 평면과 구의 방정식을 구할 수 있다.

▶ 자료 출처

교과서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성여부
기하와 벡터	정상권 외	금성출판사	2016	177		X
기하와 벡터	신항균 외	지학사	2016	183		X

제시문	나

▶ 교육과정 근거

과목명	기하와 벡터	교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호
		성취기준	· (다) 공간도형과 공간벡터 - ① 공간도형 ③ 정사영의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.

▶ 자료 출처

교과서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성여부
기하와 벡터	김원경 외	비상교육	2016	123		X
기하와 벡터	류희찬 외	천재교과서	2016	144		X

제시문			다
▶ 교육과정 근거			
과목명	미적분 II	교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호
		성취기준	· (가) 지수함수와 로그함수 - ② 지수함수와 로그함수의 미분 ② 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다. · (다) 미분법 - ① 여러 가지 미분법 ① 함수의 몫을 미분할 수 있다. ② 합성함수를 미분할 수 있다.

▶ 자료 출처

교과서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성여부
미적분II	신항균 외	지학사	2016	37,110,113,119		X
미적분II	우정호 외	동아출판	2016	48,125,132,133		X

문제			4-1
▶ 교육과정 근거			
과목명	기하와 벡터	교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호
		성취기준	· (다) 공간도형과 공간벡터 - ③ 공간벡터 ⑤ 좌표공간에서 벡터를 이용하여 평면과 구의 방정식을 구할 수 있다.

▶ 자료 출처

교과서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성여부
기하와 벡터	이준열 외	천재교육	2016	205		X
기하와 벡터	김창동 외	교학사	2016	183		X

문제			4-2
▶ 교육과정 근거			
과목명	기하와 벡터	교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호
		성취기준	· (다) 공간도형과 공간벡터 - ② 공간좌표 ② 좌표공간에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.

▶ 자료 출처

교과서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성여부
기하와 벡터	류희찬 외	천재교과서	2016	157		X
기하와 벡터	우정호 외	동아출판	2016	181		X

문제			4-3
▶ 교육과정 근거			
과목	기하와 벡터	교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호

명		성취기준	· (다) 공간도형과 공간벡터 - ① 공간도형 ① 직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면의 위치 관계에 대한 간단한 증명을 할 수 있다. ③ 정사영의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. · (다) 공간도형과 공간벡터 - ② 공간좌표 ② 좌표공간에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.

▶ 자료 출처

교과서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성여부
기하와 벡터	류희찬 외	천재교과서	2016	136,157		X
기하와 벡터	신항균 외	지학사	2016	136,153		X

문제	4-4

▶ 교육과정 근거

과목명	미적분Ⅱ	교육과정	교육과학기술부 고시 제2011-361호
		성취기준	· (다) 미분법 - ① 여러 가지 미분법 ③ 역함수를 미분할 수 있다.

▶ 자료 출처

교과서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성여부
미적분II	우정호 외	동아출판	2016	138		X
미적분II	이강섭 외	미래엔	2016	116		X

4.4.3 출제의도

기하와 벡터 및 미적분의 기본 개념과 그 활용에 대한 이해도를 측정하는 문제이다. 평면의 방정식, 직선의 방정식, 두 점 사이의 거리 및 삼각함수의 성질과 역함수를 이해하고 정사영과 역함수의 미분법, 로그함수의 미분법을 활용할 수 있는지 평가하고자 하였다.

가. 문제

- 평면의 법선벡터와 평면의 방정식의 이해
- 두 점 사이의 거리와 이차식의 이해 및 그 활용
- 평면과 평면의 위치관계 및 선분의 정사영의 이해
- 역함수와 역함수의 미분법의 이해 및 로그함수의 미분법 활용

나. 제시문

- 평면의 방정식 제시
- 선분의 평면 위로의 정사영 제시
- 로그함수의 미분법을 활용한 함수의 곱 또는 몫의 미분법 제시

4.4.4 문항 해설

4.4.4.1 교육과정 범위 및 수준에 대한 자체 평가 의견

- 제시문 [가]는 2009년 개정교육과정 “[기하와 벡터]-[다] 공간도형과 공간벡터-③ 공간벡터”의 ‘좌표공간에서 벡터를 이용하여 평면과 구의 방정식을 구할 수 있다.’라고 명시된 내용에 해당하는 제시문이다. 이 중 법선 벡터를 가지고 지나는 한 점을 통해 평면의 방정식 구성하는 방법을 서술하고 있다.
- 제시문 [나]는 2009년 개정교육과정 “[기하와 벡터]-[다] 공간도형과 공간벡터-① 공간도형”에서 명시된 “정사영의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.”의 내용에 해당하는 제시문이다. 정사영의 길이를 구하는 기본정리를 서술하고 있으며, 평면 사이의 각을 이용하여 정사영의 길이를 구하는 방법을 서술하고 있다.
- 제시문 [다]는 2009년 개정교육과정 “[미적분Ⅱ]-[가] 지수함수와 로그함수-② 지수함수와 로그함수의 미분”과 “[미적분Ⅱ]-(다) 미분법-① 여러 가지 미분법”에 해당하는 제시문이다. 로그 미분법과 함수의 몫 및 곱 그리고 합성함수를 미분하는 법을 통하여 도함수를 구하는 기본적인 정리를 서술하고 있으며, 이들을 종합한 정리를 설명하고 있지만 과정을 고교 교육과정의 개념으로 자세히 설명하고 있어 교육과정의 범위와 수준에 적절한 내용이다.
- 문제 [4-1] 2009년 개정교육과정 “[기하와 벡터]-[다] 공간도형과 공간벡터-① 공간도형”의 ‘삼수선의 정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.’와 간단한 각도 연산을 통하여 구하고자 하

는 평면의 법선벡터를 구하고 “[기하와 벡터]-[다] 공간도형과 공간벡터-3 공간벡터”의 ‘좌표공간에서 벡터를 이용하여 평면과 구의 방정식을 구할 수 있다.’라고 명시된 내용과 제시문 [가]를 활용하면 해결할 수 있는 문제이다. 공간에서의 각의 관계를 파악하여 법선 벡터를 θ를 이용하여 표현하는 것이 핵심이다. 주어진 제시문의 그림을 필요한 평면으로 잘라 이해한다면 쉽게 문제를 해결할 수 있을 것이다.

- 문제 [4-2] 2009년 개정교육과정 “[기하와 벡터]-[다] 공간도형과 공간벡터-2 공간좌표”에서 명시된 ‘좌표공간에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.’라는 내용의 두 좌표 사이의 거리 공식을 활용하여 각 선분의 길이를 x, y, z로 나타내고 이들을 문제 [4-1]의 관계식에 대입한 후, 완전제곱식을 활용하면 쉽게 해결할 수 있는 고등학교 교육과정의 범위와 수준에 적절한 문제이다.
- 문제 [4-3] 2009년 개정교육과정 “[기하와 벡터]-[다] 공간도형과 공간벡터-3 공간벡터”의 ‘좌표공간에서 벡터를 이용하여 평면과 구의 방정식을 구할 수 있다.’와 ‘정사영의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.’ 그리고 “[기하와 벡터]-[다] 공간도형과 공간벡터-2 공간좌표”에서 명시된 ‘좌표공간에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.’라는 내용들을 이용하는 문제이다. 문제 [4-1]에서 구한 관계식을 활용하고 yz평면상에서 직선과의 교점의 y좌표의 차와 정사영의 성질을 이용하여 해결할 수 있는 문제로 전체를 통찰할 수 있는 능력을 요구하는 고등학교 교육과정의 범위와 수준에 적절한 문제이다.
- 문제 [4-4] 2009년 개정교육과정 “[미적분Ⅱ]-[다]-1 여러 가지 미분법”에 명시된 내용 중 ‘함수의 몫, 합성함수, 역함수를 미분할 수 있다.’를 이용하는 문제이다.

4.4.4.2 출제 검토 교사 의견

- 고등학교 교과서 [미적분 II], [기하와 벡터]에서 언급된 내용만을 발췌하여 제시문을 구성하였다. 자연계열 수학교육과정을 이수한 학생들이라면 제시문의 내용을 이해하고 문제에 어려움 없이 적용할 수 있다.
- 문제에서는 공간에서 평면의 방정식, 선분의 길이, 역함수의 미분법 등을 묻고 있다. 로그 미분법 및 곱, 몫의 미분법을 이용하여 함수를 미분하는 법, 좌표를 이용하여 두 점 사이의 거리를 구하는 공식, 정사영을 이용하여 선분의 길이를 구하는 법 등을 통해 공간 도형과 역함수의 미분법에 대한 전반적인 이해도를 평가하고 있다.
- 문항의 구성도 실제로 학교현장에서 풀이하는 문제들과 비교하면 난이도가 그다지 높지 않은 문제들로 구성되었다.

4.4.4.3 선행학습 영향평가 자문교사 의견

- 제시문 [가]~[다]에 대하여 자문교사 모두가 교육과정 범위에 해당한다고 응답하였다. 문제 [4-1]~[4-4]에 대하여서도 자문교사 전체가 교육과정 범위에 해당하며 그 수준이 적정하다고 답하였다.

- 제시문 [가]~[다]의 난이도는 교과서에 나오는 내용으로 학생들이 이해하기에 충 분하다고 생각된다고 답하였다.
- 제시문 [가]에서 설명하고 있는 내용은 [기하와 벡터]의 좌표공간에서 벡터를 이용하여 평면과 구의 방정식을 구할 수 있다는 내용 중 평면의 방정식에 관한 것이다. 한 점을 지나고 법선벡터를 활용하여 평면의 방정식을 구할 수 있다는 교과과정상의 성취기준에 부합하는 내용이다.
- 제시문 [나]에서는 [기하와 벡터] 공간도형과 공간벡터의 공간도형에서 정사영의 정의를 그대로 기술한 것이다. 교육과정 상에 “정사영의 뜻을 알고, 정사영의 길이와 넓이를 구할 수 있다.”라고 언급되어 있고 좌표공간에서 정사영의 정의가 교과서에도 언급되어 있으므로 교육과정범위에 충실히 해당한다는 의견이다.
- 제시문 [다]에서는 [미적분 II] 로그함수의 미분과 여러 가지 함수의 미분법을 활용한 내용을 활용하여 제시하고 있다. 로그함수를 이용하면 복잡한 함수의 미분을 간단하게 할 수 있는 방법과 그 예를 제시함으로써 보다 쉽게 문제 해결에서 활용할 수 있도록 하였다.
- 문제 [4-1]의 경우 [기하와 벡터]에서 법선벡터을 구한 후 제시문 [가]를 이용하면 해결할 수 있는 문제이다. 다만 지나는 점이 주어져 있으나 법선 벡터의 경우는 축과 이루는 각이 θ임을 이용하여 성분벡터를 구해내야 한다. θ에 관한 삼각함수식으로 성분을 구하는데, 약간 어려움을 느낄 수 있다고 보이나 제시문 [나]의 정사영의 길이를 활용하여 문제를 쉽게 해결할 수 있다는 의견이다.
- 문제 [4-2]의 경우 [기하와 벡터]에서 ‘두 점사이의 거리’를 이용해 D의 식을 구하여 문제 [4-1]에서 구한 평면의 방정식을 바탕으로 식을 해석하면 [기하와 벡터]의 ‘점과 평면사이의 거리’를 구하는 문제로 바뀌며, 이로써 D의 최솟값을 구할 수 있다. 최솟값을 가지는 점P는 (0,-1,1) 에서 평면S(π/3) 에 내린 수선의 발이므로, 직선과 평면의 교점을 구하여 답을 구할 수 있다. 이 과정에서 부등식 영역의 최대, 최소 문제로 해석하여 완전제곱식을 이용하면 문제를 해결할 수 있다. 다소 과정이 복잡한 느낌이 있지만 모두 고교 교과과정상에서 다루는 개념을 이용한 것이므로 교과과정을 충실히 이수한 학생이라면 문제해결에 어려움이 없으리라는 의견이다.
- 문제 [4-3]의 경우 [기하와 벡터]에서 좌표공간의 도형을 yz평면에 정사영하여 구할 수 있는 고등학교 익숙하게 제공되는 문제로 구성되었다. 다양한 풀이가 존재할 것이라는 의견이 있었는데 가장 기본적인 풀이로 직선의 방정식과 평면의 방정식을 연립하여 두 점의 좌표를 구하고 길이를 구하는 방법과 교육과정은 벗어나지만 닮음을 이용하여 제 2코사인법칙을 활용하여 문제를 해결하는 방법 등이 있었다. 그리고 모든 풀이에서 복잡한 계산 과정이 필요한데 수험생에게는 까다롭게 느껴질 수 있었을 것이다.
- 문제 [4-4]의 경우 [미적분Ⅱ]의 로그미분법을 활용한 음함수의 미분법을 문제 [4-3]의 결과에 적용하여 구하는 문제이다. [4-3]에서 얻은 식의 범위에서 증감의 부호를 판단하여 역함수의 존재여부를 보인다. 이후 역함수의 미분법을 이용하여 답을 구한다. [4-3]에서 얻은 결과와 역함수의 미분법을 이해한다면 수험생이 해결할만한 문항이라는 의견이다. 다만, 역함수의 존재성을 보장하는 곳에서 다소 어려움을 느낄 수 있으리라 생각된다.

4.4.5 채점기준

< 표 4-18 > 채점기준 4번 – 화공생명공학전공/기계공학전공/물리학전공

하위문항	채점기준	배점
4-1	평면의 법선벡터를 이해하고 이를 이용하여 평면의 방정식을 구할 수 있는지 평가한다.	360
4-2	두 점 사이의 거리를 이해하고 이차식의 최솟값을 구할 수 있는지 평가한다.	
4-3	직선의 방정식, 두 직선의 교점 및 두 점 사이의 거리를 구할 수 있으며 선분의 정사영을 이해하는지 평가한다.	
4-4	삼각함수의 성질, 역함수의 존재성, 역함수의 미분법 및 로그함수의 미분법을 이해하는지 평가한다.	

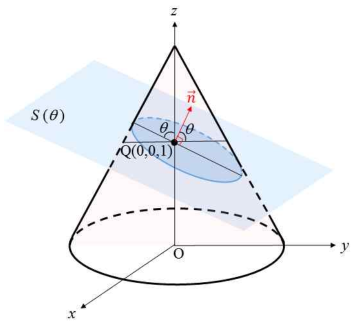
<유의사항>

- 문제에서 요구하는 답안 및 성취기준을 도출하는 과정을 평가함.
- 답안 작성분량이 현저히 미달되는 경우 과락처리 함.
- 답안이나 답안지 여백에 문제와 관계없는 불필요한 낙서나 이와 유사한 표식이 있는 경우 과락처리 함.
- 답안내용 중 확연히 수험생 본인을 식별할 수 있는 내용이 있는 경우 과락처리 함.

4.4.6 답안사례

【4-1】

평면 $S(\theta)$는 점 $(0,0,1)$을 지나고 그림과 같이 법선벡터 $\vec{n}=(0,\cos\theta,\sin\theta)$이므로 평면 $S(\theta)$의 방정식은 $(\cos\theta)y+(\sin\theta)(z-1)=0$이다. $\sin\theta\neq 0\left(\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$이므로 양변을 $\sin\theta$로 나누면 $(\cot\theta)y+(z-1)=0$, 즉, $(\cot\theta)y+z=1$을 얻는다.



【4-2】

$$\begin{aligned}D&=2\overline{\mathrm{AP}}^2-\overline{\mathrm{BP}}^2\\&=2\left[x^2+(y-1)^2+(z-2)^2\right]-\left[x^2+(y-3)^2+(z-3)^2\right]\\&=x^2+y^2+z^2+2y-2z-8\\&=x^2+(y+1)^2+(z-1)^2-10\end{aligned}$$

이다. 그런데 $\mathrm{P}(x,y,z)$가 평면 $S\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 위의 점이므로【4-1】에 의하여 $\left(\cot\frac{\pi}{3}\right)y+z=1$, 즉, $\frac{y}{\sqrt{3}}+z=1$을 만족한다. 따라서

$$D=x^2+(y+1)^2+\frac{y^2}{3}-10=x^2+\frac{4}{3}\left(y+\frac{3}{4}\right)^2-\frac{39}{4}$$

이 되어 D의 최솟값은 $-\frac{39}{4}$이고 이 때의 점 P의 좌표는 $\left(0,-\frac{3}{4},1+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$이다.

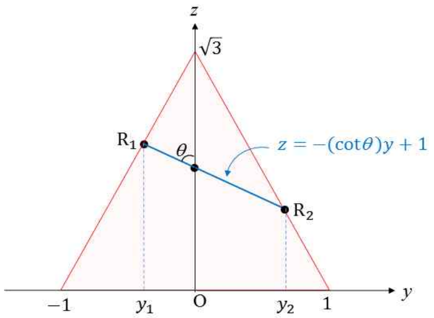
【4-3】

두 교점 R_1, R_2가 yz평면 위에 있으므로 $\mathrm{R}_1(y_1,z_1)$, $\mathrm{R}_2(y_2,z_2)$라 하자(단, $y_1<y_2$).

R_1은 $z=-(\cot\theta)y+1$과 $z=\sqrt{3}y+\sqrt{3}$의 교점이므로 $y_1=-\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+\cot\theta}$이다.

한편 R_2는 $z=-(\cot\theta)y+1$과 $z=-\sqrt{3}y+\sqrt{3}$의 교점이므로 $y_2=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-\cot\theta}$이다.

따라서 $y_2-y_1=\frac{2(3-\sqrt{3})}{3-\cot^2\theta}$이다.



제시문 [나]의 정사영의 정의를 활용하면 $l(\theta)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=y_2-y_1$ 이므로

$l(\theta)=\frac{y_2-y_1}{\sin\theta}=\frac{2(3-\sqrt{3})}{(3-\cot^2\theta)\sin\theta}$ 이다.

【4-4】

$\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{\pi}{2}$ 에서 $y=\cot\theta$ 는 감소함수, $y=\sin\theta$ 는 증가함수이므로 $l(\theta)=\frac{2(3-\sqrt{3})}{(3-\cot^2\theta)\sin\theta}$ 는

감소함수가 되어 일대일대응이다. 따라서 $\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{\pi}{2}$ 에서 $l(\theta)$ 의 역함수가 존재한다.

$l^{-1}(\alpha)=\frac{\pi}{3}$ 이므로 $l\left(\frac{\pi}{3}\right)=\alpha$ 이다. 따라서 역함수의 미분법에 의하여 $(l^{-1})'(\alpha)=\frac{1}{l'\left(\frac{\pi}{3}\right)}$

이다. 이제 $l'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 를 구해보자.

제시문 [다]를 사용하여, 양변에 자연로그를 취하면

$\ln l(\theta)=\ln(2(3-\sqrt{3}))-\ln(3-\cot^2\theta)-\ln(\sin\theta)$ 이고 이 식의 양변을 미분하면

$\frac{l'(\theta)}{l(\theta)}=\frac{-2\cot\theta\csc^2\theta}{3-\cot^2\theta}-\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=-\cot\theta\left(\frac{2\csc^2\theta}{3-\cot^2\theta}+1\right)$ 이다.

따라서 $l'\left(\frac{\pi}{3}\right)=l\left(\frac{\pi}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)=\frac{\sqrt{3}(3-\sqrt{3})}{2}\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)=\sqrt{3}-3$ 이고

$(l^{-1})'(\alpha)=\frac{1}{l'\left(\frac{\pi}{3}\right)}=\frac{1}{\sqrt{3}-3}$ 이다.

4.5 자연계열 논술고사의 고교 교육과정 연계성

전반적으로 출제자의 출제의도와 고등학교 교육과정이 잘 반영된 문항이라는 것이 검토위원과 평가위원의 의견이다. 모든 문항의 제시문은 교육과정을 기반으로 출제되었고, 출제된 개념과 용어선택이 적절하였다. 관련문제도 제시문의 범위를 벗어나지 않는다는 것이 위원들의 의견이다.

문제 1번 제시문 [가]~[다]에 대하여 자문교사 모두가 교육과정 범위에 해당한다고 응답하였다. 문제 [1-1]과 [1-2]은 교과서에서도 관련 내용을 학습 목표로 설정하고 있는 만큼 교육과정을 정상적으로 이수했다면 해결할 수 있는 문제이다. 문제 [1-3]은 주어진 정리가 교과서에도 설명되어있는 만큼 교육과정을 정상적으로 이수했다면 해결할 수 있는 문제이다. 문제 [1-4]는 미적분학의 기본정리를 통해 주어진 함수를 미분한 후 접선을 구하고, 두 접선이 이루는 각을 구하면 해결할 수 있는 문제이다.

문제 2번 제시문 [가]와 [나]는 2009 개정교육과정 “[기하와 벡터]-[다] 공간도형과 공간벡터-② 공간좌표/③ 공간벡터”에 해당하고, 제시문 [다]는 2009 개정교육과정 “[기하와 벡터]-[나] 평면벡터-③ 평면운동”에 해당하는 제시문이다. 제시문 [라]는 2009 개정교육과정 “[미적분Ⅱ]-[라] 적분법-② 정적분의 활용”에 해당하는 제시문이다. 문제 [2-1] 은“[기하와 벡터]-[다] 공간도형과 공간벡터-③ 공간벡터”에서 ‘좌표공간에서 벡터를 이용하여 평면과 구의 방정식을 구할 수 있다’라 명시하고 있다. 따라서 전파송신기와 전파방해물을 지나는 직선의 방정식을 매개변수로 표현한 후 이를 구의 방정식에 대입하여 점 A를 구할 수 있으며 점 A의 위치벡터가 평면의 법선벡터라는 것을 이용하여 평면의 방정식을 구할 수 있다. 문제 [2-2]는 2009 개정교육과정의 “[기하와 벡터]-[가] 평면곡선-② 평면곡선의 접선”에서 음함수와 매개변수를 이용한 곡선식 그리고 “[기하와 벡터]-[나] 평면벡터-③ 평면운동”에서 yz평면 위에서 전파송신기의 위치를 시간에 따른 매개변수의 형태로 설정한 후 전파송신기와 고정된 전파방해물을 지나는 직선의 방정식과 구의 방정식의 교점을 매개변수를 이용한 형태로 구한 후 이를 미분하여 해결하는 문제이다. 문제 [2-3]은 2009 개정교육과정의 “[미적분Ⅱ]-[라] 적분법-② 정적분의 활용”과 “[기하와 벡터]-[가] 평면곡선-② 평면곡선의 접선”을 활용하면 해결할 수 있는 문제이다. 문제 [2-4]는 문제에서 제시된 점들의 자취와 위치관계를 복합적으로 파악할 수 있는지 평가한다. “[기하와 벡터]-[다] 공간도형과 공간벡터-③ 공간벡터”에서 직선의 방향벡터가 법선벡터가 되는 평면의 방정식을 구하는 문제는 쉽게 볼 수 있는 유형으로 범위만 잘 정리할 수 있으면 해결하는데 어려움이 없는 문제이다.

문제 3번 제시문 [가]의 내용은 2009년 개정교육과정 “[미적분Ⅰ]-(다)- ② 도함수”에서 곱의 미분법에 해당하고 제시문[나]의 내용은 2009년 개정교육과정 “[확률과 통계]-(가) 순열과 조합-② 순열과 조합”과 “[확률과 통계]-(다) 통계-① 확률분포”에 해당하는 기본적인 내용을 서술하고 있어 고등학교 교육과정의 범위와 수준에 적절한 내용이다. 문제 [3-1]은 2009년 개정교육과정 “[미적분Ⅰ]-(다)-② 도함수”와 “[미적분Ⅱ]-(라)-② 여러 가지 적분법”의 내용을 활용하여 해결할

수 있는 고등학교 교육과정의 범위와 수준에 적절한 문제이다. 문제 [3-2]는 2009년 개정교육과정 “[미적분Ⅰ]-(다)다항함수의 미분법-③도함수의 활용”에서 나오는 내용으로 고등학교 교육과정의 범위와 수준에 적절한 문제이다. 문제 [3-3]은 2009년 개정교육과정 “[미적분Ⅱ]-(나) 삼각함수-① 삼각함수의 뜻과 그래프”와 “확률과 통계-(가)-순열과 조합-②순열과 조합”의 내용을 활용하여 구할 수 있는 고등학교 교육과정의 범위와 수준에 적절한 문제이다. 문제 [3-4]는 2009년 개정교육과정 “확률과 통계-(가)-순열과 조합-②순열과 조합”과 “확률과 통계-(다) 통계-①확률분포”에서 이산확률분포의 기댓값을 구하는 통합적인 문제로 고등학교 교육과정의 범위와 수준에서 충분히 해결할 수 있는 문제이다.

문제 4번 제시문 [가]와 [나]는 2009년 개정교육과정 “[기하와 벡터]-(3)공간도형의 위치관계, 삼수선의 정리, 정사영을 이해하고, 좌표공간에서 두 점 사이의 거리, 선분의 내분과 외분의 좌표, 구의 방정식을 구하며, 공간벡터의 연산을 이용하여 직선, 평면, 구의 방정식을 구할 수 있다.”에서 구의 접평면식과 정사영의 길이를 구하는 기본정리를 서술하고 있어 고등학교 교육과정의 범위와 수준에 적절한 내용이다. 제시문 [다]는 2009년 개정교육과정 “[미적분Ⅱ]-(3) 함수의 몫, 합성함수, 역함수를 미분하고, 이계도함수를 구하며, 도함수를 활용할 수 있다.”에서 로그미분법을 활용하여 도함수를 구하는 기본적인 정리를 서술하여 고등학교 교육과정의 범위와 수준에 적절한 내용이다. 문제 [4-1]은 2009년 개정교육과정 “[기하와 벡터]-(3)공간도형의 위치관계, 삼수선의 정리, 정사영을 이해하고, 좌표공간에서 두 점 사이의 거리, 선분의 내분과 외분의 좌표, 구의 방정식을 구하며, 공간벡터의 연산을 이용하여 직선, 평면, 구의 방정식을 구할 수 있다.”에서 법선벡터을 구하고 제시문 [가]를 활용하면 해결할 수 있는 고등학교 교육과정의 범위와 수준에 적절한 문제이다. 문제 [4-2]는 2009년 개정교육과정 “[기하와 벡터]-(3)공간도형의 위치관계, 삼수선의 정리, 정사영을 이해하고, 좌표공간에서 두 점 사이의 거리, 선분의 내분과 외분의 좌표, 구의 방정식을 구하며, 공간벡터의 연산을 이용하여 직선, 평면, 구의 방정식을 구할 수 있다.”와 문제 [4-1]의 관계식을 활용하면 해결할 수 있는 고등학교 교육과정의 범위와 수준에 적절한 문제이다. 문제 [4-3]은 2009년 개정교육과정 “[기하와 벡터]-(3)공간도형의 위치관계, 삼수선의 정리, 정사영을 이해하고, 좌표공간에서 두 점 사이의 거리, 선분의 내분과 외분의 좌표, 구의 방정식을 구하며, 공간벡터의 연산을 이용하여 직선, 평면, 구의 방정식을 구할 수 있다.”와 문제 [4-1]의 관계식 및 yz평면상에서 직선과의 교점의 y좌표의 차와 정사영의 성질을 이용하여 해결할 수 있는 고등학교 교육과정의 범위와 수준에 적절한 문제이다. 문제 [4-4]는 2009년 개정교육과정 “[미적분Ⅱ]-(3) 함수의 몫, 합성함수, 역함수를 미분하고, 이계도함수를 구하며, 도함수를 활용할 수 있다.”에서 역함수의 존재성과 제시문 [다]를 이용하면 해결할 수 있는 고등학교 교육과정의 범위와 수준에 적절한 문제이다.

5. 면접고사

5.1 면접운영 형태

• 해당전형 : 알바트로스특기자전형 및 재외국민전형 중 새터민전형
• 모집요강 공지 : 일반면접
• 일반면접 : 학생의 제출서류를 바탕으로 학업능력, 의사소통능력, 인성 등을 종합평가
학생의 제출서류를 바탕으로 개인별 면접문제가 출제
학생에게 풀이과정을 요하는 논술·토론·문제 풀이 등을 요구하지 않음

< 표 4-19 > 2017학년도 서강대학교 면접전형 운영 현황

구 분	알바트로스특기자전형	재외국민특별전형-새터민
면접 유형	일반면접(다대일면접)	일반면접(다대다면접)
면접 시간	1인당 10분 내외	
면접 서류	학교생활기록부, 자기소개서, 추천서 등 제출서류	

5.2 면접문항 사례

< 표 4-20 > 2017학년도 서강대학교 면접전형 운영 세부 내용

구 분	알바트로스특기자전형	재외국민특별전형-새터민
면접내용	- 제출서류에 기재되어 있는 내용의 사실 여부를 확인함 - 제출서류에 기재되어 있는 내용의 본인 작성 여부를 확인함 - 면접을 통하여 학생의 학업능력, 의사소통능력, 인성 등을 종합평가함	
면접위원 유의사항	- 발문내용은 고등학교 교육과정의 수준을 벗어난 개념을 포함할 수 없음 - 발문내용은 지원자가 제출한 서류 이외의 내용을 포함할 수 없음 - 면접 과정 중 제시문을 이용한 문제풀이를 요구할 수 없음	

• 전형별 면접문항 사례 : [부록2] 참조
• 분석결과 : 본교 면접전형은 선행학습 영향평가 대상에 해당하지 않음