

논 술 고 사 문제지

< 자연과학부/ 공학부 >

■ 유의사항

1. 제목은 쓰지 말고 본문부터 시작할 것.
2. 답안 분량은 띄어쓰기 포함한 글자 수임.
3. 답안 작성 필기구는 반드시 흑색 또는 청색 펜이나 연필 가운데 통일된 한 종류의 필기구만 사용하여야 함.
4. 답안이나 답안지의 여백에 자신을 드러낼 수 있는 답안 이외의 불필요한 낙서나 이와 유사한 표현 또는 표시를 한 경우에는 0점 처리함.

<문제 1: 35%> 다음 글을 읽고, 물음 【1-1】 , 【1-2】 , 【1-3】 에 답하라.

[가] 현대는 디지털 시대이다. 이는 연속적인 것을 다루는 아날로그 방식의 사고에서 이산적인 사고로 전환하였음을 의미한다. 그런데 이산적이라는 것은 유한하거나 무한수열과 같이 자연수의 집합과 일대일 대응 관계에 있는 대상들을 다루는 것을 의미한다. 오늘날 이산수학은 대학에서 컴퓨터과학, 그 밖의 공학이나, 통계학, 확률론 그리고 OR 등을 공부하고자 하는 학생들에게 필수과목이 되고 있다.

그런데 이산수학에서 가장 기초적이며 중요한 것 중 하나는 유한집합의 원소의 갯수를 세는 것이다. 이를 위해서는 ① 주어진 유한집합과 일대일 대응 관계에 있으면서(따라서 두 집합은 갯수가 같다), 보다 세기가 쉬운 다른 유한집합(들)을 생각하여 이를 해결해내는 것이 보통이다. 그런데 두 개의 집합 C, D 가 일대일 대응이라는 것은 C 에서 D 로의 (또는 D 에서 C 로의) 전단사 함수가 존재한다는 것으로, 간단히 말하자면 하나의 집합에서 다른 집합으로의 함수가 존재하고 또 이의 역함수가 존재하는 것과 같다. ②에 대한 예를 들자면 ③ k 개의 원소로 이루어진 집합으로부터 중복을 허락하여 n 개를 뽑아 만든 모든 중복집합의 갯수 $M(k, n)$ 을 구하는 문제를 생각할 수 있다(여기서 중복 집합에 있어서는 동일한 원소라 하더라도 서로 다르게 보나, 원소들의 순서는 고려하지 않는다). 가령 두 개의 원소로 이루어진 집합 $\{r, s\}$ 에서 중복을 허락하여 순서를 고려하지 않고 세 개를 뽑아 만든 중복집합은 다음과 같이 네 가지임을 알 수 있으므로 $M(2, 3) = 4$ 이다.

$$\{r, r, r\}, \{r, r, s\}, \{r, s, s\}, \{s, s, s\}$$

[나] 현재 정보화시대에 살고 있는 우리는 모든 정보가 비트 수열로 변환이 되어 처리된다는 것을 알고 있다. 컴퓨터에 비트 수열의 상태로 자료가 저장되고, 휴대폰을 통한 음성도 비트 수열 상태로 전송된다. 예를 들어, 8개의 축구팀이 있다면 각각의 팀을, 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111의 총 3개의 비트로 표현할 수 있다.

철수는 확률변수 X 의 값을, 현옥은 확률변수 Y 의 값을 알고 있으며, 철수와 현옥 모두 X 와 Y 의 비트 수열 표현 방법도 알고 있다. 현옥은 확률변수 X 의 값을 알기 원한다. 이를 위해 철수와 현옥은 서로 메시지를 일정 회수만큼 교환한다. 메시지 전송이란 어느 한 사람이 다른 사람에게 비트 수열을 보내는 것을 뜻한다. 단, 메시지 하나의 비트수는 정해져 있지 않으나, 메시지 보내기의 회수가 정해지면, 전송되는 비트수의 총합의 최소화를 목표로 한다.

현옥이가 확률변수 X 를 알기 위해 총 m 회의 메시지를 전송하는 것을 허용할 때, 보내져야 하는 메시지들의 비트수의 총합의 최소값을 $C_m(X, Y)$ 라고 하자. 회수 m 이 결정되면, 철수와 현옥 사이에 오고 가는 메시지의 방법이 정해지며, 이는 철수와 현옥 모두에게 공개된다. 예를 들어, 총 2회의 메시지 전송이 허용된다면, 첫 번째 메시지와 두 번째 메시지가 각각 의미하는 것을 철수와 현옥 모두가 안다.

【1-1】 집합 A 를 k 개의 원소로 이루어진 집합으로부터 중복을 허락하여 n 개를 뽑아 만든 모든 중복 집합들의 모임이라고 하자. 집합 A 와 아래의 집합 B 는 일대일 대응 관계에 있다. 이에 대하여 논술하라(④ 참조).

$$B = \{(b_1, b_2, \dots, b_k) \mid b_1, b_2, \dots, b_k \text{은 양의 정수, } b_1 + b_2 + \dots + b_k = n + k\}$$

【1-2】 위 【1-1】의 집합 A 와 집합 B 사이의 일대일 대응 관계를 이용하고, 또 집합 B 와 일대일 대응 관계에 있는 다른 구체적 대상의 예를 찾아서, 이들을 이용하여 ⑥의 $M(k, n)$ 을 구하는 문제에 대하여 논술하라.

【1-3】 현욱이 TV에서 축구경기를 보다가 잠시 전화를 받기 위해 집에서 나갔다. 이때 철수가 현욱의 집을 방문한다. 이 순간 축구시합이 끝나고, 결과적으로 현욱은 시합한 두 팀의 이름만 알고, 철수는 이긴 팀만 안다고 가정하자. 현욱은 어느 팀이 이겼는지를 철수로부터 알고자 한다. 총 L 개의 축구팀이 있다고 가정하자. 단 한 번의 메시지 전송이 허용된다면, 철수는 당연히 이긴 팀이름을 현욱에게 알려주어야 한다. 그런데 총 L 개의 팀이 있으므로 $\lceil \log_2 L \rceil$ 개의 비트수로 모든 팀을 표현할 수 있기에 $C_1(X, Y) = \lceil \log_2 L \rceil$ 이다. 여기서 $\lceil a \rceil$ 는 실수 a 보다 크거나 같은 최소의 정수를 나타낸다. 그렇다면 메시지를 전송하는 것이 2회 가능하다고 할 때, 첫 번째와 두 번째 메시지의 전송 방향과, $C_2(X, Y)$ 와 $C_1(X, Y)$ 를 비교하여 그 효율성에 관하여 논술하라. (힌트: 철수와 현욱 모두 각각의 팀이 어떤 비트 수열로 표현되는지 알고 있다.)

<문제 2: 35%> 다음 글을 읽고, 물음 【2-1】, 【2-2】, 【2-3】에 답하라.

【가】 직사각형 또는 다각형이 아닌 유한한 영역의 면적을 어떻게 구할 수 있을까? 이런 질문은 B. C. 3세기 경, 위대한 수학자인 아르키메데스(Archimedes)에 의해 처음으로 생각되었고 연구되었다. A. D. 17세기경 이르러 뉴턴(Newton)과 라이프니츠(Leibniz)에 의해서 미분의 개념이 구체화되었다는 것을 생각한다면 아르키메데스의 연구 업적은 매우 놀라운 것이라고 할 수 있다. 그림1 과 같이 선분 $[a, b]$ 와 곡선 $y = f(x)$ 로 둘러싸인 넓이를 계산하기 위하여, 선분 $[a, b]$ 를 n 등분 하여 그림과 같이 직사각형을 만들고 그 넓이를 더한 값을 S_n 이라고 하자. 이때 선분 $[a, b]$ 를 잘게 나눌수록 n 은 커지고 S_n 은 원래 도형의 넓이에 가까워진다는 것이 아르키메데스의 생각이다.

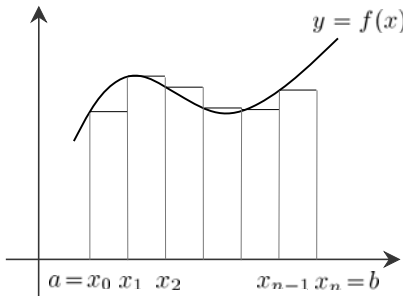


그림1

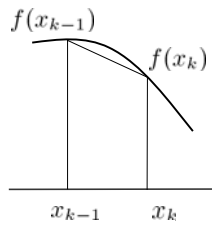


그림2

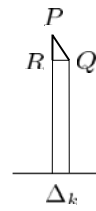


그림3

【나】 이러한 생각으로부터 그림2 처럼 연속적으로 미분 가능한 곡선 $y = f(x)$ 의 구간 $a \leq x \leq b$ 를 잘게 나누는 부분 현의 길이를 합하여 호의 길이를 근사한다. 이러한 방법을 구분 구적법이라고 부르며, 이를 이용하여 적분 형태로부터 원하는 호의 길이를 얻을 수도 있다:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \sqrt{[f(x_k) - f(x_{k-1})]^2 + \left(\frac{b-a}{n}\right)^2} = \int_a^b \sqrt{f'(x)^2 + 1} dx$$

【다】 그런데, 반드시 현의 길이의 합으로부터 호의 길이를 구하여야 할까? 그림3 처럼 구간 $[a, b]$ 를 매우 촘촘히 분할하여, $\Delta_k = |x_k - x_{k-1}|$ 를 충분히 작게 한다면, 함수 값의 차, $|f(x_{k-1}) - f(x_k)|$ (즉, 높이의 차 \overline{PR})와 현 \overline{PQ} 는 매우 근사한 값을 가진다. 따라서 각 구간별 높이의 차이를 더해감으로써 호의 길이를 근사하려고 한다. 그렇다면, 연속적으로 미분 가능한 곡선 f 에 대한 호의 길이가 다음과 같이 계산될 수 있다:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n |f(x_k) - f(x_{k-1})| = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{|f(x_k) - f(x_{k-1})|}{\Delta_k} \Delta_k = \int_a^b |f'(x)| dx$$

[라] 구간 $[0, 1]$ 에서 정의되고 각 변의 길이가 1인 산(山) 모양의 함수 f_1 을 그림4 처럼 톱니 모양으로 바꾸는 변환을 적용하여 f_n 을 만든다. 이 함수들 $\{f_n\}$ 은 구간 $[0, 1]$ 의 모든 점에서 0으로 수렴하는 수열이 된다. 각 n 에 대하여 곡선 f_n 의 길이는 항상 2이다. 그러나 f_n 의 극한으로 만들어진 곡선은 x -축의 $[0, 1]$ 과 같으므로, 그 길이는 1이다. 이러한 결과로부터 구간 $[0, 1]$ 의 길이에 대하여 무엇을 말할 수 있을까?

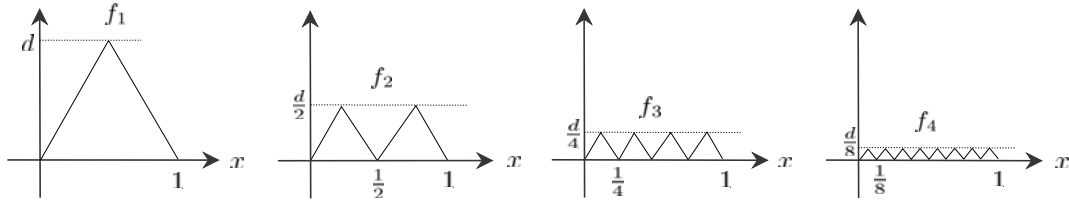


그림4

- [2-1]** 제시문 [가]를 참고하여, [나]의 방법에서 곡선이 ‘연속적으로 미분 가능하다’는 조건이 반드시 필요한지, 그렇지 않다면 꺾인 곡선 또는 끊어진 곡선에 대해서 이 방법을 적용할 수 있는지에 대하여 예를 들어 논술하라.
- [2-2]** 제시문 [가]를 참고하여, [다]가 옳바르다면 논증하고 그렇지 않다면 반례를 들어 설명하되, [다]의 극한은 무엇을 뜻하는지 예를 들어 논술하라.
- [2-3]** 제시문 [나]를 참고하여, [라]의 옳바른 결론에 관하여 적절한 예를 들어 논술하라.

<문제 3: 30%, 800 ~ 1,000자>

제시문 [가]에 기초하여 [나]와 [다]의 관계를 설명하고, [나]에 언급된 동양적 특징이 어떻게 변화되고 있는지를 [라]와 [마]를 토대로 하여 논하라.

[가] 심리학자들은 생태 및 경제·사회적 요인들이 사람들의 사고방식에 영향을 미친다는 것을 경험적으로 보여주었다.

-리처드 니스벳, 『생각의 지도』

[나] 고대 서양인들은 세상을 각각의 개체가 모여 집합을 이루고 있는 공간이라 생각한 반면, 동양인들은 세상을 전체가 하나로 연결된 거대한 장(場)과 같은 공간이라 생각했다. …(중략)… 서양인들은 어떤 현상의 원인이 사물의 내부에 존재하는 속성 때문이라고 보고 사물을 쪼개어 구분하는 능력이 발달한 반면, 동양인들은 사물을 둘러싼 상황 때문이라고 생각하여 사물간의 연결성에 더 주목했다. …(중략)… 서양에선 개인의 자유와 자율성을 중시했고, 동양에선 집단 내에서의 관계와 역할을 중시했다. …(중략)… 서양인들은 자신의 능력과 의지를 최대한 발휘하고자 한 반면, 동양인들은 이웃이나 주변사람들과 잘 지내도록 노력했다.

-EBS, 『동과 서』

[다] 북경 남쪽으로 펼쳐진 건조한 화북평원, 거기서 바로 중국문명이 맨 처음 꽃피웠다. 여름이 되면 그 화북의 평원 위로 끝이 보이지 않을 정도로 넓은 초록색 밭이 펼쳐지며, 흙담으로 둘러싸인 마을의 나무들이 짙은 초록의 덩어리가 되어 그 사이에 드문드문 들어서 있는 풍경을 볼 수 있다. …(중략)… 미국의 아이오아 주나 일리노이 주에서는 농부 가족들이 주변 이웃과 거의 반 마일이나 떨어진 경작지 가운데에서 헛간과 가축우리를 지닌 농가에 사는 반면, 중국에서는 반 마일의 간격으로 숲에 둘러싸인 마을이 있으며 그곳에서 수백 명의 사람들이 하나의 공동체를 이루어 살고 있다. …(중략)…

삼림이 형성되자 초기 인류와 최근 미국의 개척자들이 그러했던 것처럼 중국인들도 그것을 벌목했다. 그 결과 수세기에 걸쳐 침식이 일어나 중국의 걸모습을 바꾸어 놓았으며, 오늘날에도 침식은 중국에서 여전히 중요한 문제이다. 황하를 따라 쌓인 퇴적층은 산서성(山西省)과 바다 사이에 넓은 범람원을 만들었고 이 과정은 지금도 계속되

고 있다. …(중략)… 황하의 물이 제방을 넘어 평야를 물바다로 만들 때까지 이 거대한 황색 격류가 꾸준히 토사를 퇴적시켜 주위의 농토보다 높은 곳에 하상(河床)을 이루고 있다는 것을 알았을 때만큼 인간이 자연에 직면하여 얼마나 무능한가를 생생하게 느끼게 하는 것은 없다.

별목, 토양의 침식, 홍수는 물을 통제하려는 끊임없는 인간의 노력을 낳았다. 황하 유역에 나무를 심고 지류를 댐으로 막는 공사가 최근 중화인민공화국에서 시도되고 있다. 그 이전 시대 중국의 통치자들은 홍수철마다 황하가 강력한 힘으로 화북평원에 밀어닥치는 사실에 직면해야 했다. 그러나 선사시대에는 평원으로 넘치는 홍수보다는 홍수가 가져오는 원시적인 습지와 소택(沼澤)을 다시 개간하는 것이 더 큰 문제였으며, 홍수방지와 관개를 위해서만이 아니라 배수의 목적을 위해서도 물을 통제하는 기술이 발달하게 되었다. 이에 따라서 수많은 세대에 걸친 노동의 결과, 토지는 오늘날과 같은 형태를 갖추게 되었다. …(중략)…

이런 중국 농민의 운명은 유럽의 경우와 뚜렷한 대조를 이룬다. 지중해 해안에 살거나 유럽 대륙에서 거주했던 서양인들은 물의 공급에 곤란을 겪지 않았으며, 원하기만 한다면 항상 수렵과 어로로 농업을 보완할 수 있었다. 옛날부터 해상무역은 서양의 경제에서 직접적인 역할을 담당했다. 상업에 위한 탐험과 발명은 자연을 극복하기 위한 서양인의 투쟁의 일부가 되었다. …(중략)…

그러나 얼마 전까지만 해도 중국의 대외무역은 외국 상인들의 큰 기대에 거의 부응하지 못했다. 위도로 말하자면 캐나다에서 쿠바에까지 이를 정도로 남에서 북까지 길게 펼쳐져 있는 중국은 오늘날까지 자급자족적인 대륙국가로 남아있는 것이다. …(중략)… 그리고 이 대륙국가는 유럽과는 달리 단일한 정치적 단위로써 유지되어 올 수 있었는데, 그것은 유럽보다 훨씬 더 뿌리가 깊고, 저 멀리 아득한 과거까지 끊이지 않고 거슬러 올라갈 수 있는 통치체제와 생활양식에 의해서 통합되어 있었기 때문이다.

-존 킹 페어뱅크, 「신중국사」

[라] 한국 사회의 변화로 인하여 기존의 사회가 해체되면서 발생하는 문제로 가장 대표적인 것이 가족문제이다. 산업화와 도시화는 직장 변경이나 직장상의 근무지 변경을 빈번하게 만들어 많은 수의 가족으로 구성되는 확대가족보다는 적은 수의 가족이 함께 생활하는 핵가족이 주도적인 가족제도가 되도록 만들었다. 또한 여성에게도 직장 선택의 기회를 부여하여 경제적인 독립을 가능하게 만들었다. 이로 인하여 기존의 권위주의적 가족문화와는 달리 가족 구성원 간의 평등을 중시하는 새로운 민주적인 가족문화를 만들었는데, 이러한 급격한 문화적 변동은 많은 문제를 발생시켰다. 즉 이러한 과정에서 노인문제, 이혼문제, 가정폭력, 아동가출을 비롯한 자녀문제, 여성문제 등이 발생하게 된 것이다.

-최현섭 외, 고등학교 「사회문화」 교과서

[마] 미국 로스앤젤레스에서 5년째 유학 중인 ○○씨는 이번 추석에는 그다지 외롭지 않다. 석 달 전에 만든 가족 커뮤니티를 통해 '인터넷 귀성'을 할 수 있기 때문이다. ○○씨는 요즘 부산에 사는 어머니와 수시로 쪽지 대화를 나눈다. 공부를 하다가도 어머니가 보낸 쪽지가 컴퓨터 화면에 뜨면 잠시 수다를 떠다. 이처럼 가족 커뮤니티를 통해 떨어져 사는 부모, 형제, 친인척들과 소식을 전하고 정을 나누는 가정이 늘고 있다. 요즘에는 대체로 부모·형제와 친인척이 떨어져서 생활하며, 추석과 같은 명절이나 잠깐 만날 뿐 사실상 남처럼 살고 있다. 그러나 인터넷 가상공간에서 '가족 사랑방' 역할을 하는 가족 커뮤니티가 등장하면서 접속 시간과 공간에 구애받지 않고 이야기를 나누거나, 떨어져 사는 가족의 최근 모습을 담은 사진을 커뮤니티 앨범에서 찾아볼 수 있게 되었다.

-김병무 외, 고등학교 「사회문화」 교과서