

논술고사 문제지

<자연과학부/공학부>

■ 유의사항

1. 제목은 쓰지 말고 본문부터 시작할 것.
2. 답안 분량은 띄어쓰기 포함한 글자 수임.
3. 답안 작성 필기구는 반드시 흑색 또는 청색 펜이나 연필 가운데 통일된 한 종류의 필기구만 사용하여야 함.
4. 답안이나 답안지의 여백에 자신을 드러낼 수 있는 답안 이외의 불필요한 낙서나 이와 유사한 표현 또는 표시를 한 경우에는 0점 처리함.

<문제 1: 35%, 글자 제한 없음>

수(자연수, 정수, 유리수, 실수, 복소수)는 어떻게 만들어 졌을까? 앞에서 언급한 모든 수는 자연수로부터 만들 수 있으며, 이러한 이유로 19세기의 독일 수학자 레오폴트 크로네커는 자연수는 신이 만든 작품이며, 자연수 이외의 수는 인간이 만든 작품이라고 하였다. 자연수에는 덧셈, 곱셈, 순서가 있으며, 큰 자연수에서 작은 자연수를 빼는 연산이 있다. 자연수로부터 정수, 유리수, 실수, 복소수를 어떻게 만들 수 있는지 알아보자.

정수는 자연수로부터 만들 수 있다. 예를 들어, 음의 정수 -2 를 $3-5$ 와 같이 두 개의 자연수를 이용하여 나타내는 방법을 생각할 수 있다. 그러나 서로 다른 두 자연수에 대하여 작은 자연수에서 큰 자연수를 빼는 것은 정의되지 않기 때문에 자연수로부터 정수를 만들 때, 위와 같이 뺄셈을 사용하여 정수를 나타낼 수는 없다. 다른 방법으로, 정수를 자연수의 순서쌍으로 나타내기로 하자. 다시 말하면 -2 를 $(3,5)$ 로 쓰는 방법을 생각하여, Ⓐ 정수 전체의 집합을 $\{(a,b): a, b \text{는 자연수}\}$ 로 정의하자. 이 경우 정수 $(3,5)$ 와 $(4,6)$ 은 같은 수가 되어야 하므로, 두 정수 (a,b) 와 (c,d) 에 대하여 $a+d=b+c$ 일 때 두 정수 (a,b) 와 (c,d) 가 같다고 하자. 이와 같이 정의된 정수의 집합에 덧셈과 곱셈을 정의할 수 있으며, 덧셈에 대한 항등원과 역원, 그리고 곱셈에 대한 항등원이 존재하며, 정수에서의 뺄셈은 덧셈에 대한 역원을 이용하여 정의된다.

정수를 자연수로부터 얻을 수 있기 때문에 유리수도 자연수로부터 얻을 수 있다. 예를 들어 $-\frac{2}{5} = \frac{3-5}{5}$ 와 같이 유리수는 세 개의 자연수를 이용하여 쓸 수 있다. 이제 $-\frac{2}{5}$ 를 자연수 세 개의 순서쌍 $(3,5,5)$ 로 쓴다면, 유리수 전체의 집합을 $\{(a,b,c): a, b, c \text{는 자연수}\}$ 와 같이 정의할 수 있다. 이제 유리수 집합에 사칙연산을 정의한 후, 유리수 (a,b,c) 를 분수 $\frac{a-b}{c}$ 라고 보자.

다음은 유리수로부터 실수를 만들기 위하여 무한수열을 생각하자. 다음의 예를 보자. 무리수 $\pi = 3.1415926535897932385 \dots$ 에 대하여 $b_1 = 3, b_2 = 3.1, b_3 = 3.14, b_4 = 3.141, \dots$ 이라 하면 각 b_n 은 유리수이며, 수열 $\{b_n\}$ 은 π 로 수렴하며, 유리수를 이용하여 무리수 π 를 정의할 수 있다. 이와 같이 Ⓑ 실수 전체의 집합을 $\{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n : a_n \text{은 유리수이며 } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \text{은 존재한다}\}$ 로 정의하자. 이렇게 정의된 실수 집합에는 사칙연산이 잘 정의되며, 또한 0보다 큰 두 실수의 합은 0보다 크다.

방정식 $x^2 = -1$ 의 한 근을 $i = \sqrt{-1}$ 이라 하고, $a+bi$ (a, b 는 실수)를 다 모으면 복소수 전체의 집합이 된다. 실수와 복소수의 큰 차이 중 하나는 실수에는 순서가 있으며, 복소수에는 순서가 없다는 것이다. 이와 같이 위에서 언급한 모든 수는 자연수로부터 얻을 수 있다.

다음 물음에 답하라.

1. ㉔에서 정의된 정수의 집합에는 같은 원소가 무한히 많다. 집합 내에 같은 원소가 없도록 자연수를 이용하여 정수의 집합을 나타내어라.
2. ㉔에서 정의된 정수의 집합에 대하여 두 정수의 덧셈과 곱셈을 자연수의 덧셈과 곱셈을 이용하여 정의하고, 덧셈에 대한 항등원과 곱셈에 대한 항등원을 구하여라.
3. 정수 (a, b) 의 덧셈에 대한 역원을 구하고, 정수 (a, b) 와 (c, d) 에 대하여 방정식 $(a, b) + (x, y) = (c, d)$ 의 해 (x, y) 를 구하여라.
4. 유리수 전체의 집합이 ㉔에서 정의된 실수 전체의 집합의 부분 집합임을 보여라.
5. 실수에서의 순서 \geq 를 정의하자. P 를 0보다 크거나 같은 실수의 집합이라 할 때, 실수 a, b 에 대하여 $a - b \in P$ 이면 $a \geq b$ 라 정의하자. 이때 $a \geq b$ 이고 $b \geq c$ 이면 $a \geq c$ 임을 보여라.

<문제 2: 35%, 글자 제한 없음>

어제 한 친구가 나에게 묻고 싶은 것이 있다면서 찾아왔다. 바둑을 기본으로 한 ‘바투’라고 불리는 온라인 게임의 2009년도 챔피언 결정전이 사흘 후에 서강 e스포츠 스타디움에서 열리는데, 각 선수의 기록을 바탕으로 우승자를 수학적으로 예측하는 방법을 나에게 묻기 위하여 찾아온 것이다. 결승전은 5전 3선승제로 치러지는데, 결승에 진출한 두 선수는 현직 프로 바둑기사 홍길동과 이수일이다. 바투 대회는 작년부터 열렸고, 수많은 경기가 치러진 가운데 결승에 진출한 두 선수의 지난 1년 동안의 총 전적은 홍길동 선수가 160승 90패로 승률 $\frac{160}{160+90} = 0.64$ 또는 64%의 기록을 갖고 있으며, 이수일 선수는 284승 71패로 승률 $\frac{284}{284+71} = 0.80$ 또는 80%를 기록하고 있다. 친구가 궁금해 한 것은 이렇듯

승률 64%인 선수와 승률 80%인 선수가 5전 3선승제에서 맞붙었을 때, 두 선수가 우승할 확률이 각각 어떻게 되는가에 대해서였고, 내가 수학에 관심이 많으니까 유사한 종류의 수학 문제에 익숙하리라 짐작했다. 하지만 나는 친구에게 이런 유형의 질문은 정답을 구해야 하는 수학 문제로는 적합하지 않은데, 그 이유는 두 선수가 여태껏 경기해 온 상대방에 대한 정보도 부족하고, 현재까지의 승률이 64%라 하더라도 그 이후 경기는 컨디션에 따라 그리고 상대 선수의 스타일에 따라 승률 64%가 암시하는 것과 확연히 다른 실력을 발휘하는 경우가 비일비재하기 때문이라고 설명했다.

동전을 던질 때 앞면이 나올 확률, 윗놀이를 할 때 ‘걸’이 나올 확률은 매번 같다고 봐도 되지만 지금까지 64%의 승률을 거둔 선수가 앞으로도 64%의 승률을 이어갈 것이라고는 보장할 수 없다. 그런 이유로 나는 친구의 질문에 대한 엄밀한 정답은 존재하지 않지만, 추가로 몇 가지 가정을 첨부한다면 각 선수가 우승할 확률을 추정하는 것은 가능하다고 답변했다. 각 선수의 우승 확률을 추정하기 위해서 친구와 내가 추가한 것은 두 선수의 승률 64%와 80%는 각각 홍길동 선수와 이수일 선수의 정확한 실력을 반영하고 결승 5전 3선승제를 치르는 동안 그 실력은 변하지 않는다는 가정이다. 친구는 두 선수의

고정된 승률이 각각 64%와 80%인 가정 아래라면 자신도 홍길동 선수와 이수일 선수가 서로 한번

맞붙었을 때 각 선수가 승리할 확률을 구할 수 있다면서 홍길동 선수가 이길 확률은 $\frac{64}{64+80}=0.44$ 또는 44%, 이수일 선수가 이길 확률은 $\frac{80}{64+80}=0.56$ 또는 56% 라고 보면 될 것 같다고 했다. 나는 친구의 방법이 옳지 않은 이유를 설명한 후에 홍길동 선수가 이수일 선수를 이기고 우승할 확률이 얼마인가를 나의 방식으로 말해줄 수 있었다.

다음 물음에 답하라.

1. 홍길동 선수가 승률 50%인 선수와 한 번 맞붙는다고 할 때, 이길 확률을 64%로 추정하는 것이 합리적인 이유를 설명하여라.
2. 위의 1번 문항을 이용하여 친구의 확률 계산 방법이 옳지 않은 이유를 설명하여라.
3. 홍길동 선수와 이수일 선수가 서로 맞붙지 않고 각각 다른 선수와 대결했을 때, 홍길동 선수가 승리하고 이수일 선수는 패하는 결과가 나올 확률은 몇 퍼센트라고 추정해야 적합할까? 반대로 홍길동 선수는 패배하고 이수일 선수가 승리하는 결과가 나올 확률은 얼마라고 추정해야 적합할까?
4. 위의 3번 문항의 답을 이용하여 홍길동 선수가 이수일 선수와 직접 한 번 맞붙었을 때, 홍길동 선수가 이길 확률을 추정하여라.
5. 위의 4번 문항에 대한 답이 a 라고 가정할 때, 홍길동 선수가 5전 3선승제에서 이수일 선수를 이기고 우승할 확률을 a 를 사용하여 나타내어라.

<문제 3: 30%, 800~1,000자> 제시문 [가], [나], [다], [라]는 다른 유기체와 상호작용하는 유기체의 두 가지 행동 패턴을 보인다. 그 두 패턴을 요약 제시하고, 제시문 [마], [바], [사]에서 추출한 논거를 바탕으로 이러한 행동 패턴이 발생하는 이유를 설명한 후, 그 이유에 대한 확장된 논의를 전개하라.

[가] 찰스 다윈은 1859년 『종의 기원』이라는 저서를 통해서 자연 선택에 의한 생물의 진화설을 발표하였다.

1. 과잉생산: 대부분의 생물들은 환경이 수용할 수 있는 수준보다 더 많은 자손을 생산한다.
2. 생존경쟁: 살아남기 위해 개체들 간에는 경쟁이 일어난다.
3. 적자생존: 다양한 형질을 가진 개체들 중에서 유리한 형질을 가진 개체만이 살아남는다.
4. 유전과 진화: 유리한 형질은 자손에게 전달되고 오랜 세월이 지나면 새로운 형질을 가진 생물종이 출현한다.

— 고등학교 『생물』 교과서

[나] 고기 조각 하나를 놓고 두 마리의 동물, 특히 다른 종의 동물이 서로 먹으려고 티격태격하는 일은 드물다. ...중략... 한 생물체는 여러 면에서 다른 생물체에게 도움을 줄 수 있다. 즉 먹이를 제공해 주거나, 포식자로부터 지켜 주거나, 살 장소를 제공해 주거나, 이동수단을 제공하거나, 다른 생물의 해충을 제거해 주거나, 또는 다른 생물의 생존이나 번식에 필요한 조건을 조성해 줄 수 있다. ...중략... 버크홀더는 “모든 생물은 생존에 필수적인 재료를 공급받기 위해서 다른 생물의 다양한 활동에 의존하고 있다.”고 기술한다. 어떤 생물이라도 지상에 홀로 남겨진다면 결코 생존할 수 없을 것이다. 그 생물은 이용할 수 있는 모든 양분을 소모할 것이며, 자신의 폐기물을 먹이로 전환시킬 수 있는 방법을 갖지 못해서 결국은 죽게 될 것이다.

— 로버트 어그로스·조지 스탠시우, 『새로운 생물학: 자연속의 지혜의 발견』

[다] 일상적인 용어로서 우리가 경쟁이라는 말을 사용할 때, 이 말은 경쟁자보다 뛰어난 업적을 올리기 위한 노력이라는 의미를 지니고 있다. 이런 의미에서의 경쟁 현상은 경제의 영역뿐만 아니라 널리 인간사에서 보이지만, 시장경제 하에서의 그것은 잠재적인 고객을 확보하고 매출액을 증가시키며 궁극적으로는 이윤을 증대시키기 위한 기업 간의 대항적인 노력, 또는 그 계속적인 전개과정을 의미한다. 예를 들면 가격인하, 제품차별화, 광고, 서비스 강화, 기술개발 추진 등 기업의 시장행동이나 경쟁적 전략과 그 전개 과정을 경쟁으로 이해하는 것이 명백하다. — 에치고 가즈노리, 『경쟁과 독점』

[라] 인간 개개인의 선택력은 제한적이다. 인간은 전체 상황의 여러 요인의 합성물임과 아울러 그들 요인에 의해서 철저히 제약된다. 인간은 동기를 가지고 목적을 세워서 그 목적을 달성하려고 한다. 그 방법은 전체 상황 가운데서 특정한 한 요인을 또는 일련의 요인을 선택하고 이들 요인에 작용함으로써 상황을 바꾸는 것이다. 이러한 요인은 목적의 관점에서는 제약적인 요인이며 따라서 전략적인 공격 목표이다. 한 사람 한 사람의 상황에 가장 중요한 제약적인 요인 중에는 그 사람 자신이 지닌 생물적인 제약이 있다. 이러한 제약을 극복하는 가장 유효한 방법은 협동이다. — 체스터 바나드, 『경영자의 기능』

[마] 사실 그는 공공의 이익을 증진하려고 의도한 것도 아니며, 그가 얼마나 기여하는지도 알지 못한다. 그가 해외 산업보다 국내 산업의 지원을 선호한 것은 자신의 이득을 의도했기 때문이다. 그는 이처럼 ‘보이지 않는 손’에 이끌려 자신이 전혀 의도하지 않은 목적을 달성하게 된다. 그는 자신의 이익을 추구함으로써 종종 그 자신이 진실로 사회의 이익을 증진하려고 의도한 경우보다 더욱 효과적으로 이를 달성한다. — 애덤 스미스, 『국부론』

[바] 먹이를 먹고 있던 새 무리 중 한 마리가 포식자를 발견했을 때 그는 어떻게 행동할까? 그는 동료들에게는 경고하지 않고 혼자만 숨을 수도 있다. 그러나 이렇게 되면 그는 무리의 일원이 아니므로 혼자 고립된다. 매는 실제로 무리를 이탈하는 비둘기를 노린다고 알려져 있으나, 그렇지 않다고 해도 무리를 이탈하는 것이 자살 행위로 이어진다고 볼 수 있는 이론적 근거는 많이 있다. 가령 이후에 동료들이 그를 뒤따른다 해도 맨 처음 지상에서 날아오르는 개체는 일시적으로 자기의 위험 영역을 넓히는 것이다. ...중략... 무리 생활에는 어떤 중요한 이점이 있다. 그렇지 않다면 새들은 무리를 짓지 않을 것이다. 그 이점이 무엇이든 맨 처음 무리를 이탈하는 개체는 비록 부분적이라도 그 이점을 상실하게 된다. 그렇다면 대열을 이탈해서는 안 된다고 할 때, 매를 발견한 새는 도대체 어떻게 해야 할까? 아마도 그는 아무 일도 일어나지 않은 것처럼 평소대로 행동하며 무리의 일원으로 있을 것이다. 그러나 이러한 행동에는 큰 위험이 따른다. 그는 여전히 공격받기 쉬운 장소에 있기 때문에 나무 위에 숨는 것이 훨씬 안전할 것이다. 최선책은 날아올라 나무 위에 숨는 것이며 그 때에는 다른 동료들도 함께 같이 날도록 부추길 필요가 있다. — 리차드 도킨스, 『이기적 유전자』

[사] 어떤 유해한 화학 물질에 오염된 몇 개의 광천수 병이 있다는 사실을 발견했을 때, 페리에 회사는 유통 중이던 모든 상품들을 즉각 회수하기로 결정하였다. 그 작업에 든 비용은 무려 2억 프랑이었다. 회사가 마음씨가 좋아서 그런 희생을 감수했을까? 천만의 말씀이다. ‘커뮤니케이션’ 용어로 말하자면 그 결과가 유리했기 때문이다. 그렇게 함으로써 기업은 회사의 깨끗한 이미지를 유지했을 뿐만 아니라 더욱 강화할 수 있었다. 따라서 다수를 위한 선(善)은 이해득실 때문에 실현된 것이지, 가치에 대한 어떤 영웅적 존중심이나 자기희생 때문이 아니었다. — 톱 페리, 『신-인간, 혹은 삶의 의미』