[문제 1-1번]

$P(\sqrt{2}\cos t, \sin t)$, $Q(\sqrt{2}\cos 2t, \sin 2t)$

$t\ (0<t<\pi) \rightarrow \cos t\ (-1<\cos t<1)$

$\overline{PQ} = f(t) = \sqrt{(\sqrt{2}\cos 2t-\sqrt{2}\cos t)^2+(\sin 2t-\sin t)^2} = \sqrt{-4\cos 2t\cos t - 2\sin 2t \sin t + \cos^2 2t + \cos^2 t + 1}$

$\rightarrow -4\cos 2t\cos t - 4\sin^2 t\cos t$
$= -4\cos t(\cos 2t + \sin^2 t) = -4\cos t(1-\underbrace{\sin^2 t}_{=1-\cos^2 t})$
$= -4\cos^3 t$

$\cos t = k \quad (-1<k<1)$

$\overline{PQ} = \sqrt{-4\cos^3 t + \cos^2 2t + \cos^2 t + 1}$

$\cos^2 2t = (2\cos^2 t - 1)^2 = 4\cos^4 t - 4\cos^2 t + 1$

$= \sqrt{-4k^3 + 4k^4 - 4k^2 + 1 + k^2 + 1}$

$= \sqrt{\underline{4k^4 - 4k^3 - 3k^2 + 2}}$ $g(k)$

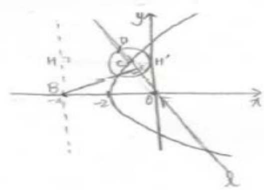
$g'(k) = 16k^3 - 12k^2 - 6k$
$= k(16k^2 - 12k - 6)$
$= 2k(8k^2 - 6k - 3)$

$\rightarrow k=0$에서 최솟값을 가진다

따라서 $\cos t = k = 0$에서

$t = \frac{\pi}{2}$이다

[문제 1-2번]



점 C를 지나고 x축과 평행한 직선과 $x=-4$, $y=0$과 만나는 점을 H, H'라 하자.

$\overline{OD} = \overline{OC} + \overline{CD}$

$= \overline{CH} + \overline{CH'}$ (∵ 포물선의 정의, 원의 반지름 동일)

$= \overline{HH'} = 4$ (일정)

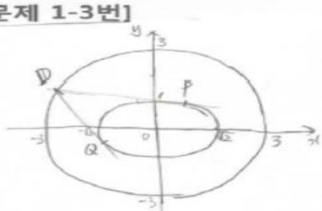
점 B에서 직선 DF에 내린 수선의 발을 E라 하면

$\overrightarrow{BB} \cdot \overrightarrow{DO} = |\overrightarrow{DO}|\,|\overrightarrow{DE}| = 4|\overrightarrow{DE}| = 8 \qquad \therefore |\overrightarrow{DE}| = 2$

$\therefore \overline{BF} = 4$, $\overline{EF} = 2$ 이므로 $\triangle DBF$는 한 변의 길이가 4인 정삼각형이다.

$\therefore D(-2, 2\sqrt{3})$

[문제 1-3번]



두 접선의 접점을 P, Q라 하자

직선 DP, 직선 DQ와 x축이 양의 방향에서 이루는 각의 크기는 α, β라 하고

직선 DP, 직선 DQ의 기울기를 m_1, m_2라 하면,

$\tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta} = \tan 45^\circ = 1$

$\frac{m_1 - m_2}{1+m_1 m_2} = 1 \qquad m_1 - m_2 = 1 + m_1 m_2$ — ①

점 D의 좌표를 (p, q)라 하고 기울기 k인 타원에 접하는 방정식

: $y = kx \pm \sqrt{2k^2+1}$

위 직선이 점 D를 지난다면, $q = kp \pm \sqrt{2k^2+1}$

정리하면, $(p^2-2)k^2 - 2pqk + 8 - p^2 = 0$

k에 대한 방정식의 두 근은 m_1, m_2 이다.

$m_1 + m_2 = \frac{2pq}{p^2-2}$, $m_1 m_2 = \frac{8-p^2}{p^2-2}$

①에 대입하면, $p^2 = 7$

$\therefore q^2 = 9 - 7 = 2 \qquad \therefore$ D의 좌표 : $(-\sqrt{7}, \sqrt{2})$

문제	등급	평가
문제 1-1	A	PQ의 길이 계산 과정 한 부분에서 상수항이 틀린 점이 있지만, 이러한 실수는 미분과정에서 상쇄되었음. 계산의 편의를 위하여 f(t) 대신 그 제곱을 이용하여 계산하였으며, cost = k 로 치환하여 g(k)의 증감을 정확히 파악하여 정답을 도출하였음.
문제 1-2	A	포물선의 정의를 이용, 계산의 수고로움을 덜었으며, 창의적인 아이디어로 문제를 마무리 하였음.
문제 1-3	A	주어진 제시문을 이용하여, 모범답안의 내용에 정확히 일치하는 답안임.

2018학년도 수시 논술전형 모의고사(자연)

[문제 1-1번]

$P(\sqrt{2}\cos t, \sin t)$, $Q(\sqrt{2}\cos 2t, \sin 2t)$

$f(t)=\sqrt{2(\cos 2t-\cos t)^2+(\sin 2t-\sin t)^2}$

$=\sqrt{2(\cos^2 t-\sin^2 t-\cos t)^2+(2\sin t\cos t-\sin t)^2}$

$=\sqrt{4\cos^4 t-4\cos^3 t-3\cos^2 t+2}$

$\boxed{\therefore t=\frac{\pi}{2}}$

$f'(t)=\dfrac{-16\cos^3 t\sin t+12\cos^2 t\sin t+6\cos t\sin t}{2\sqrt{4\cos^4 t-4\cos^3 t-3\cos^2 t+2}}=\dfrac{-2\cos t\sin t\,(8\cos^2 t-6\cos t-3)}{2\sqrt{4\cos^4 t-4\cos^3 t-3\cos^2 t+2}}$, $x=\frac{\pi}{2}$ 일때 극대

[문제 1-2번]

$F(0,0)$, $C(m, \sqrt{8(m+2)})$라 하면

$l: y=\dfrac{\sqrt{8(m+2)}}{m}x$, 원·방 : $(x-m)^2+(y-\sqrt{8(m+2)})^2=m^2$ 대입

$x^2-2mx+\cancel{m^2}+\dfrac{8(m+2)x^2}{m^2}+8(m+2)-\dfrac{16(m+2)x}{m}=\cancel{m^2}$

$\left(1+\dfrac{8(m+2)}{m^2}\right)x^2-2\left(m+\dfrac{8(m+2)}{m}\right)x+8(m+2)=0$

$\dfrac{(m+4)^2}{m^2}x^2-2\times\dfrac{(m+4)^2}{m}x+8(m+2)=0$ 근과 계수의 관계에 의해 $x=\dfrac{4m}{m+4}$, $y=\dfrac{8\sqrt{2(m+2)}}{m+4}$

$\therefore D\left(\dfrac{4m}{m+4}, \dfrac{8\sqrt{2(m+2)}}{m+4}\right)$

[문제 1-3번]

$(a<0, b>0)$ $a^2+b^2=9$

타원에 접하고 기울기가 m인 직·방 , $D(a,b)$라 하자.

: $y=mx\pm\sqrt{2m^2+1}$ 는 D를 지남

$b=ma\pm\sqrt{2m^2+1}$ 이항,양변제곱 후 정리하면

$(a^2-2)m^2+2ab\,m+b^2-1=0$

근 α, β ($\alpha=\tan\theta_1$, $\beta=\tan\theta_2$) 두 접선이 이루는 각 $=\frac{\pi}{4}$

$\dfrac{|\alpha-\beta|}{1+\alpha\beta}=1$, 제곱 후 정리하면

$(\alpha-\beta)^2=(1+\alpha\beta)^2 \rightarrow (\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=(1+\alpha\beta)^2$

$\Rightarrow \left(-\dfrac{2ab}{a^2-2}\right)^2-4\times\dfrac{b^2-1}{a^2-2}=\left(1+\dfrac{b^2-1}{a^2-2}\right)^2$ 을 정리하면

$4(a^2+b^2)+4b^2=44$, $36+4b^2=44$,

$4b^2=8$, $b^2=2$, $b>0$ 이므로 $D(-\sqrt{7}, \sqrt{2})$

$\overrightarrow{DB}=\left(-4-\dfrac{4m}{m+4}, -\dfrac{8\sqrt{2(m+4)}}{m+4}\right)$ $(m\neq -4)$

$\overrightarrow{DO}=\left(-\dfrac{4m}{m+4}, -\dfrac{8\sqrt{2(m+2)}}{m+4}\right)$

$\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DO}$

$=\dfrac{16m}{m+4}+\left(\dfrac{4m}{m+4}\right)^2+\dfrac{128(m+2)}{(m+4)^2}=8$

$\Rightarrow 2m(m+4)+2m^2+16(m+2)=(m+4)^2$

정리하면 $3m^2+16m+16=0$, $(3m+4)(m+4)=0$

이므로 $m=-\frac{4}{3}$ 또는 -4, $m\neq-4$ 이므로

$\boxed{D(-2, 2\sqrt{3})}$

[1/2]

문제	등급	평가
문제 1-1	A	기하에 대한 통찰이 뛰어나고, 문제해결 능력이 우수함.
문제 1-2	A	기하에 대한 통찰이 뛰어나고, 문제해결 능력이 우수함.
문제 1-3	A	기하에 대한 통찰이 뛰어나고, 문제해결 능력이 우수함.

[문제 1-1번]

$P(\sqrt{2}\cos t, \sin t)$ $Q(\sqrt{2}\cos 2t, \sin 2t)$ $t\,|\,0<t<\pi)$

$\overline{PQ} = \sqrt{\{\sqrt{2}(\cos 2t - \cos t)\}^2 + (\sin 2t - \sin t)^2}$

$= \sqrt{2(\cos 2t - \cos t)^2 + (\sin 2t - \sin t)^2}$ 정리하면

$= \sqrt{4\cos^4 t - 4\cos^3 t - 3\cos^2 t + 3} = f(t)$

$f'(t) = \dfrac{-16\cos^3 t \sin t + 12\cos^2 t \sin t + 6\cos t \sin t}{2\sqrt{4\cos^4 t - 4\cos^3 t - 3\cos^2 t + 3}}$

$= \dfrac{\sin 2t(-8\cos^2 t + 6\cos t + 3)}{2\sqrt{4\cos^4 t - 4\cos^3 t - 3\cos^2 t + 3}}$ $= 0$ 이 되게 하는 t값 $\rightarrow \sin 2t = 0$

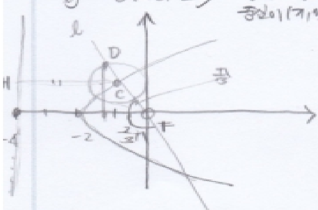
$t = \frac{\pi}{2}$

$f(t)$는 $t=\frac{\pi}{2}$에서 극댓값을 가진다.

[문제 1-2번]

$y^2 = 8(x+2)$ $F(0,0)$ D는 포물선 위의 점

중심이 (x,y)인 원이 y축에 접한다. → 반지름이 x이다.



$\overline{OC} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{OD} = \overline{OC} + x = \overline{OB} = 4$

$\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DO} = (\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{DO}$

$= 16 + \overrightarrow{DO} \cdot \overrightarrow{OB} = 8$

$\overrightarrow{DO} \cdot \overrightarrow{OB} = -8$

$4 \times 4 \times \cos\theta = -8$ 이므로

$\cos\theta = -\frac{1}{2}$ $\theta = \frac{2}{3}\pi$

직선 l과 x축이 이루는 예각은 $\frac{\pi}{3}$

$l = y = -\sqrt{3}x$

$\overline{DO} = 4$이고

$\angle DOB = 60°$이므로 (특수각)

D의 x좌표는 -2

D좌표는 $\boxed{(-2, 2\sqrt{3})}$이다

문제	등급	평가
문제 1-1	A	기하에 대한 통찰력이 뛰어남.
문제 1-2	A	기하에 대한 통찰력이 뛰어남.

[문제 2-1번]

문제의 $\sum_{i=1}^{10} \log a_i$ 는 $\log a_1 + \log a_2 + \log a_3 + \log a_4 + \log a_5 + \log a_6 + \log a_7 + \log a_8 + \log a_9 + \log a_{10}$ 을 의미한다.

즉. $\log(a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 \times a_7 \times a_8 \times a_9 \times a_{10})$ 의 값이 자연수 일려면 $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 \times a_7 \times a_8 \times a_9 \times a_{10}$ 이 10의 거듭제곱수 이여야 한다 $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 \times a_7 \times a_8 \times a_9 \times a_{10}$ 을 t라고 하자 주사위는 1에서 6까지의 눈이 나올 수 있다.

t가 10 일때, 10^2일때, 10^3일때, 10^4일때, 10^5일때, 10^6일때 를 세어보자

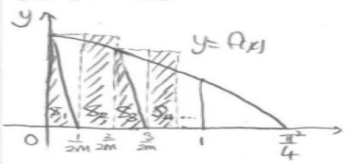
주사위의눈	1	2	4	5
$t=10$일때	8개	1개		1개
$t=10^2$일때	6개	2개		2개
	7개		1개	2개
$t=10^3$일때	4개	3개		3개
	5개	2개	1개	3개

주사위의눈	1	2	4	5
$t=10^4$일때	2개	4개		4개
	4개		2개	4개
	3개	2개	1개	4개
$t=10^5$일때		5개		5개
	1개	3개	1개	5개
	2개	1개	2개	5개

주사위눈	1	2	4	5
$t=10^6$일때	1개		3개	6개
		2개	2개	6개

이므로 총 13개

[문제 2-2번]



$\lim_{m\to\infty} \sum_{i=1}^{2m} b_i$ 는 요의 그림에서 빗금친 부분의 넓이와 같다

그림과 같이 $S_1, S_2, S_3, S_4 \cdots$ 을 정의하면

$S_1+S_2 = \frac{3}{2}S_2$, $S_3+S_4 = \frac{3}{2}S_4$, $\cdots$ $S_i S_{i+1} = \frac{3}{2}S_{i+1}$ (i는 홀수)

$S_1+S_2+S_3+\cdots+S_{2m}$은 구분구적법의 정의에 의하여

$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{3}{4} f\left(\frac{k-1}{n}\right) \times \frac{1}{n}$ 이고 정적분의 정의에의해 $\int_0^1 \frac{3}{4} f(x)\, dx$ 이다.

$\therefore \frac{3}{4}\int_0^1 \cos\sqrt{x}\, dx = \frac{3}{4}\cdot\int_0^1 2t\cos t\, dt = \frac{3}{4}\left\{[t\sin t]_0^1 - \int_0^1 \sin t\, dt\right\}$

$= \frac{3}{4}(\sin 1 + \cos 1 - 1)$ 이다.

[문제 2-3번]

(1)에서 치환적분법을 통해 $\frac{1}{x^3}\int_0^x 2k^2 f(k)\, dk = \frac{2}{3} e^{g(x)}$

(2)에서 치환적분법을 통해 $\int_0^x g(k) \frac{2k}{x^2} dk = \ln\left|\frac{h(-x)}{h(x)}\right| + x^{f(0)}$

(2)에서 $x=0$ 이면 $\int_0^1 g(0)\, dt = g(0) = \ln\left|\frac{h(0)}{h(0)}\right| + 0^{f(0)} = 0$ $\therefore g(0)=0$

(1)에서 $x=0$ 이면 $\int_0^1 \sqrt{t} f(0)\, dt = \frac{2}{3}e^{g(0)} = \frac{2}{3} = f(0)\cdot\left[\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}\right]_0^1 = \frac{2}{3}f(0)$

$\therefore f(0)=1$

문제	등급	평가
문제 2-1	A	매우 서술을 잘했음.
문제 2-2	A	약간의 실수가 있었으나 잘 서술하였음.
문제 2-3	A	중간까지 서술하였음.

[문제 2-1번]

$\sum_{i=1}^{10} \log a_i = \log a_1 + \log a_2 + \log a_3 + \cdots + \log a_{10} = \log a_1a_2a_3\cdots a_{10}$ (∵ 제시문 (나)-⑤)

$\log a_1a_2a_3\cdots a_{10}$ 의 값이 자연수이려면 $a_1a_2a_3\cdots a_{10}$이 10의 거듭제곱이어야 한다.

$\log a_1a_2\cdots a_{10}$의 값이 n일 때 생각해 보자

i) 1일 때, $a_1a_2\cdots a_{10}=10$ ⇒ 2,5 : 1가지

ii) 2일 때 $a_1a_2\cdots a_{10}=100$ ⇒ 2,2,5,5 / 4,5,5 : 2가지

iii) 3일 때, $a_1a_2\cdots a_{10}=1000$ ⇒ 2,2,2,5,5,5 / 2,4,5,5,5 : 2가지

iv) 4일 때, $a_1a_2\cdots a_{10}=10000$ ⇒ 2,2,2,2,5,5,5,5 / 2,2,4,5,5,5,5 / 4,4,5,5,5,5 : 3가지

v) 5일 때, $a_1a_2\cdots a_{10}=100000$ ⇒ 2,2,2,2,2,5,5,5,5,5 / 2,2,2,4,5,5,5,5,5 / 2,4,4,5,5,5,5,5 : 3가지

vi) 6일 때, $a_1a_2\cdots a_{10}=1000000$ ⇒ 2 두개, 4 두개, 5 여섯개 / 4 세개, 5 여섯개 : 2가지

n≥7일 때부터는 $2^n\times5^n$의 [illegible] 자연수 값도 없다

∴ 13가지

[문제 2-2번]

$\lim_{m\to\infty}\sum_{i=1}^{2m} b_i = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{m}\left(\cos\sqrt{\frac{2k-2+2k-1}{2\cdot 2m}}\times\frac{1}{2}+\cos\sqrt{\frac{2k}{2m}}\right)\times\frac{1}{2m} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{m}\cos\sqrt{\frac{4k-3}{4m}}\times\frac{1}{2m}+\lim_{n\to\infty}\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\times\frac{1}{2m}$ 이다

여기서 $\frac{4k-3}{4m}=x$, $\frac{k}{m}=t$ 라하면

$\frac{1}{4}\int_0^1\cos\sqrt{x}\,dx+\frac{1}{2}\int_0^1\cos\sqrt{t}\,dt = \frac{3}{4}\int_0^1\cos\sqrt{x}\,dx$.

$\sqrt{x}=A$라하면 $x=A^2$. $1=2A\frac{dA}{dx}$, $dx=2A\,dA$. $\frac{3}{4}\int_0^1 A\cos A\,dA=\frac{3}{4}\times\left(\left[+A\sin A\right]_0^1-\int_0^1\sin A\,dA\right)$

$=\frac{3}{4}\times\left[A\sin A+\cos A\right]_0^1$

$=\frac{3}{4}\times(\sin 1+\cos 1-\cos 0)$

[문제 2-3번]

$\int_0^1\sqrt{t}f(x\sqrt{t})\,dt$ 에서 $x\sqrt{t}=k$ 라 할 때, $x^2\cdot t=k^2$, $x^2\cdot dt=2k\,dk$ 이므로,

$=\int_0^x\frac{2k^2}{x^3}f(k)\,dk=\frac{2}{3}e^{g(x)}\cdot x^3$ 이다. 양변을 x에 대해 미분하면,

$\therefore x^2\cdot f(x)=\frac{1}{3}e^{g(x)}\cdot(g'(x)x+3)\cdot x^2$. 이다. 같은 방법으로, $\int_0^1 g(x\sqrt{t})\,dt$.

$=\int_0^x\frac{2k}{x^2}g(k)\,dk=x^2\ln\left|\frac{h(-x)}{h(x)}\right|+x^{f(0)+2}$ 이다. $\ln\left|\frac{h(-x)}{h(x)}\right|=H(x)$ 라하고, 양변을 x에 대해 미분하면,

$2x\cdot g(x)=H'(x)x^2+2x\cdot H(x)+(f(0)+2)\cdot x^{f(0)+1}$ 인데, $H'(x)\cdot x$, $H(x)$, $x^{f(0)}$은 모두 기함수 이므로 (∵ by 제시문(가) $H(x)=-H(-x)$) $g(x)=-g(-x)$ 이다. $f(3)=\frac{1}{3}e^{g(3)}\cdot 3$ (∵ $g'(3)=0$) 이고,

$f(-3)=\frac{1}{3}e^{g(-3)}\cdot 3\ (\because g'(-3)=0)=\frac{1}{3}e^{-g(3)}$ 이므로, 산술기하평균에 의해,

$f(3)+f(-3)=e^{g(3)}+e^{-g(3)}\geq 2\sqrt{1}$

즉 최솟값 2를 가진다.

문제	등급	평가
문제 2-1	A	답안을 이해하기 쉽도록 잘 정리하여 서술하였음.
문제 2-2	A	“매우” 잘 서술하였음.
문제 2-3	A	치환적분을 통해 함수 f(x)를 구하고 올바른 방법을 통해 f(3)+f(-3)의 최솟값을 정확히 구했음

[문제 2-1번]

밑이 '10' 이기 때문에 '3, 6'은 곱해지면 안된다. 따라서 가능한 수 '1, 2, 4, 5'

$2^a \times 5^a$ 형태여야 한다.

↳ $2^{\square} \cdot 4^{\square}$

$a=1$	1가지	$(2, 5)$
$a=2$	2가지	$(2^2, 5^2)$ $(4, 5^2)$
$a=3$	2가지	$(2^3, 5^3)$ $(2, 4, 5^3)$
$a=4$	3가지	$(2^4, 5^4)$ $(2^2, 4, 5^4)$ $(4^2, 5^4)$
$a=5$	3가지	$(2^5, 5^5)$ $(2^3, 4, 5^5)$ $(2, 4^2, 5^5)$
$a=6$	2가지	$(2^2, 4^2, 5^6)$ $(4^3, 5^6)$
$a=7$	0가지	$\cancel{(2, 4^3, 5^7)}$

따라서, 13가지이다.

[문제 2-2번]

$$\lim_{m\to\infty}\sum_{i=1}^{m} b_{2i} = 2\lim_{m\to\infty}\sum_{i=1}^{m} b_{2i-1}$$ 이므로 (∵ 조건 (다))

$$\lim_{m\to\infty}\sum_{i=1}^{2m} b_i = \frac{3}{4}\int_0^1 \cos\sqrt{x}\,dx = \frac{3}{4}\int_0^1 2t\cos t\,dt = \frac{3}{2}\int_0^1 t\cos t\,dt$$

$$= \frac{3}{2}\Big[t\sin t + \cos t\Big]_0^1 = \frac{3}{2}(\sin 1 + \cos 1 - 1)$$

[문제 2-3번] $x\sqrt{t} = \alpha$ $\quad x \times \frac{1}{2\sqrt{t}} = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{x}{2} \times \frac{x}{\alpha} = \frac{x^2}{2\alpha}$

$$\int_0^x \frac{\alpha}{x} f(\alpha)\frac{2\alpha}{x^2}\,d\alpha = \frac{2}{x^3}\int_0^x t^2 f(t)\,dt = \frac{2}{3}e^{g(x)} \quad (x \neq 0)$$

$$\int_0^x t^2 f(t)\,dt = \frac{1}{3}x^3 e^{g(x)} \quad (x \neq 0) \cdots (1)$$

$$\int_0^x g(\alpha)\frac{2\alpha}{x^2}\,d\alpha = \ln\left|\frac{h(-x)}{h(x)}\right| + x$$

$$\frac{2}{x^2}\int_0^x t\,g(t)\,dt = \ln\left|\frac{h(-x)}{h(x)}\right| + x$$

$x \to -x$ $\quad \frac{2}{x^2}\int_0^{-x} t\,g(t)\,dt = \ln\left|\frac{h(x)}{h(-x)}\right| - x$

(2)에 $x=0$ 대입

$\int_0^1 g(0)\,dt = g(0) = 0+0=0$

$\therefore g(0)=0$

(1)에 $x=0$ 대입

$\int_0^1 \sqrt{t} f(0)\,dt = \frac{2}{3}$

$f(0)\left[\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}\right]_0^1 = \frac{2}{3}$

$f(0)=1$

문제	등급	평가
문제 2-1	A	잘 서술을 잘했음.
문제 2-2	A	구하고자 하는 값을 치환적분법을 이용하여 정확히 구했음.
문제 2-3	A	중간까지 서술하였음.

[문제 2-1번]

$\sum_{i=1}^{10} \log a_i = \log a_1 a_2 \cdots a_{10} = \log 10^k = k$ k는 자연수

나머지는 다 1이어야 한다.

$k=1$ $a_1 a_2 \cdots a_{10} = 10 = 2\times5$ $k=2$ $a_1 a_2 \cdots a_{10} = 100 = 2^2\times5^2 = 4\times5^2$

$k=3$ $a_1 a_2 \cdots a_{10} = 10^3 = 2^3\times5^3 = 4\times2\times5^3$ $k=4$ $a_1 a_2 \cdots a_{10} = 10^4 = 2^4\times5^4 = 4\times2\times5^4 = 4^2\times5^4$

$k=5$ $a_1 a_2 \cdots a_{10} = 10^5 = 2^5\times5^5 = 4\times2^3\times5^5 = 4^2\times2\times5^5$

$k=6$ $a_1 a_2 \cdots a_{10} = 10^6 = 2^2\times4^2\times5^6 = 4^3\times5^6$

총 13개

[문제 2-2번]

i가 짝수 일때 $A_i=1$ 합은 $\frac{1}{2m}\left(\cos 0+\cos\sqrt{\frac{1}{m}}+\cos\sqrt{\frac{2}{m}}+\cdots+\cos\sqrt{\frac{m-1}{m}}\right)$

$= \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{2m}\cos\sqrt{\frac{k-1}{m}}$

i가 홀수 일때 $A_i=1$ 합은 $\frac{1}{4m}\left(\frac{\cos 0+\cos\sqrt{\frac{1}{2m}}}{2}+\frac{\cos\sqrt{\frac{2}{2m}}+\cos\sqrt{\frac{3}{2m}}}{2}+\cdots+\frac{\cos\sqrt{\frac{m-1}{m}}+\cos\sqrt{\frac{2m-1}{2m}}}{2}\right)$

$= \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{8m}\left(\cos\sqrt{\frac{k-1}{m}}+\cos\sqrt{\frac{2k-1}{2m}}\right)$

$\lim_{m\to\infty}\sum_{i=1}^{m} b_i = \lim_{m\to\infty}\sum_{k=1}^{m}\left(\frac{1}{2m}\cos\sqrt{\frac{k-1}{m}}+\frac{1}{8m}\left(\cos\sqrt{\frac{k-1}{m}}+\cos\sqrt{\frac{2k-1}{2m}}\right)\right)$

$= \frac{3}{4}\int_0^1 \cos\sqrt{x}\,dx$ $\sqrt{x}=t$ 치환 $2t\,dt=dx$ $\frac{3}{4}\int_0^1 2t\cos t\,dt = \frac{3}{4}\left[2t\sin t\right]_0^1 - \frac{3}{4}\int_0^1 2\sin t\,dt$

$= \frac{3}{2}\sin(1) - \frac{3}{2}\left[-\cos t\right]_0^1$

$= \frac{3}{2}\sin(1) - \frac{3}{2}\cos(1) - \frac{3}{2}$

문제	등급	평가
문제 2-1	A	예시답안과 다른 방법이지만 문제의 조건에 맞게 정확한 경우를 따져 정답을 구했음.
문제 2-2	A	마지막 부호를 잘 못 생각하였으나 비교적 잘 서술하였음.