

자연계

2011학년도 수시 2차 논술고사

자연계



단국대학교 입학처

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하십시오. (30 점)

<제시문>

집합에 대한 이론은 수학 뿐 아니라 컴퓨터과학, 물리학, 공학 등 거의 모든 이공계 분야에서 가장 기초가 되는 이론이다. 따라서 집합에 대한 기본 개념을 아는 것은 이공계를 전공하고자 하는 학생들에게 매우 중요한 과제이다.

집합론의 창시자로 알려져 있는 러시아 태생의 독일 수학자 칸토어(Cantor, 1845-1918)는 임의의 두 집합 A 와 B 에 대하여, A 에서 B 로의 일대일 대응함수가 존재하면 A 와 B 의 크기가 서로 같다고 정의하였다. 또 어떤 집합이 자기 자신과 크기가 같은 진부분집합을 가지면 무한집합이고, 그렇지 않으면 유한집합이라고 정의하였다.

[문제 1] 출제의도

두 집합의 크기가 서로 같다고 하는 정의를 정확하게 이해하여 두 집합 N 과 $N \cup \{0\}$ 의 크기가 서로 같다는 것을 판단하고 그 이유를 논리적으로 설명할 수 있는지를 평가

[문제 1] 자연수 전체의 집합을 N 이라 할 때, N 과 $N \cup \{0\}$ 의 크기가 서로 같은지 또는 같지 않은지를 판단하고, 그에 대한 이유를 설명하십시오. (10점)

[문제 2] 출제의도

집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 이 유한집합이 된다는 사실을 보이기 위해 문제에서 제시한 칸토어의 정의를 정확하게 이해하고 이를 이용하여 논리적으로 증명할 수 있는지를 평가

[문제 2] 칸토어의 정의에 따라 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 이 유한집합임을 보이시오. (10점)

[문제 3] 출제의도

자연수 집합 N 이 무한집합이 된다는 사실을 보이기 위해 문제에서 제시한 칸토어의 무한집합의 정의를 정확하게 이해하고 이를 이용하여 논리적으로 증명할 수 있는지를 평가

[문제 3] 자연수 전체의 집합을 N 이라 할 때, 칸토어의 정의에 따라 N 이 무한집합임을 보이시오. (10점)

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하십시오. (30 점)

<제시문>

은행에서 취급하는 예금상품의 금리는 일반적으로 연이율로 표시된다. 예금만기 시에 은행은 고객이 예금했던 원금에 계약기간 동안 복리로 계산한 이자를 더한 금액을 고객에게 지급한다.

어떤 예금상품의 연이율이 r 이고 계약기간은 1년이라고 하자. 또한 자연수 n 에 대하여 $1/n$ 년 이율을 r_n 이라고 하자(단, 모든 이자는 복리로 계산함). 이때 r_{12} 는 이 예금의 월 이율을 뜻하고 $r_1 = r$ 이 된다.

그런데 r_n 의 값을 복리로 정확하게 구하여 표시하는 대신에 그 근삿값으로 $1/n$ 년 이율을 표시하는 경우가 종종 있다. 예를 들어, 연이율 0.06 인 예금상품의 월이율을 $0.06/12 = 0.005$ 로 표시하는 경우 등을 말한다. 이제 $1/n$ 년 이율, 즉 r_n 의 어떤 근삿값을 s_n 이라고 할 때,

$$W = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + s_n)^n / (1 + r)$$

의 값을 근삿값 s_n 의 초단기근사효율지수라고 정의하자. 정의의 내용으로부터 W 의 값이 1 에 가까울수록 s_n 이 초단기이율에 대한 근사효율 면에서 좋다고 판단할 수 있다.

[문제 1] 출제의도

복리의 개념을 정확히 이해하고 지수에 대한 기본적인 계산능력을 갖추고 있는지를 평가

[문제 1] $1/n$ 년 이율인 r_n 을 연이율 r 에 관한 식으로 나타내시오. (8점)

[문제 2] 출제의도

주어진 문제의 풀이에 필요한 방정식을 정확하게 설정하는 능력과 이항정리를 이용한 다항식의 전개능력, 근삿값의 대한 이해도 등을 평가

[문제 2] 이항정리를 증명 없이 간단히 기술하고, 저금리의 경우(즉, r 의 값이 0 에 가까운 경우)에 월이율 r_{12} 의 근삿값으로 $r/12$ 을 사용할 수 있는 근거를 이항정리를 이용하여 설명해보시오. (10점)

[문제 3] 출제의도

제시문에서 정의된 새로운 개념을 이해하는 이해력과 수학교과에서 배우는 극한, 지수, 로그 등에 대한 이해도 등을 평가.

[문제 3] r_n 에 대하여 $s_n = \frac{r}{n}$ 과 $t_n = \frac{1}{n} \log_e(1+r)$ 의 두 가지 근삿값을 생각해보자. s_n 과 t_n 의 초단기근사효율지수 W_1 과 W_2 의 값을 각각 구하여 초단기이율에 대한 근사효율 면에서 어느 쪽이 더 좋은지 판단하십시오(단, $r > 0$). (12점)

(단, $e = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = 2.718 \dots$ 인 무리수임)

[문제 3] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하십시오. (40 점)

<제시문>

- (가) 다양한 구성요소를 가지는 하나의 시스템이 지속적으로 유지되기 위해서는 외부로부터 에너지 또는 물질이 공급되어야 하고, 개별 구성요소들 간에 에너지 또는 물질의 순환이 가능해야 한다. 외부에서 개별 구성요소들로 에너지 또는 물질이 직접 공급되는 경우에는 순환이 중요하지 않을 수 있으나, 그렇지 않은 경우에는 순환이 매우 중요하다.
- (나) 시스템의 하나라고 할 수 있는 생태계의 구성요소에는 생물적 요소와 무생물적 요소가 있다. 생물적 요소에는 식물, 동물, 미생물 등이 있고 무생물적 요소에는 햇빛, 대기, 토양, 물, 미네랄 등이 있다. 생태계를 지속적으로 유지하기 위해서는 동물이 배출한 이산화탄소를 식물이 흡수하여 산소로 배출해 주고, 이 산소를 다시 동물이 흡수하여 이산화탄소로 배출하는 순환이 요구된다. 또한, 무생물 요소의 하나인 화석연료는 죽은 동식물의 몸을 구성하는 탄소유기물이 오랜 기간에 걸쳐 지하에 축적되면서 만들어진 것으로, 화석연료를 태워 얻어진 에너지를 다른 구성요소에 공급하는 것은 비순환적 특성을 가진다.
- (다) 고대부터 현대에 이르기까지 우주를 관찰하고 이를 탐사하고자 하는 인간의 기술은 지속적으로 발달해 왔다. 우주를 탐사하는 방법은 과거에는 주로 육안에 의한 관찰과 작도기술 등에 한정되었으나, 현재는 육안의 기능을 극대화시킨 망원경을 이용한 간접탐사에서 우주선을 이용한 직접탐사에 이르기까지 크게 발달하였다. 우주선에는 인간의 탐승 유무에 따라 요구되는 기술이 크게 달라지며, 우주선의 구성요소도 달라진다. 현재까지 인간의 최장 우주 체류 기간은 약 14개월에 이른다.
- (라) 생물연료(bio-fuel)는 화석연료가 아닌 식물 또는 미생물 등에서 생산되는 대체에너지 원으로 이에 대한 많은 연구와 상업적 성과가 이루어졌다. 최근 가장 많이 사용되는 생물연료로는 대규모 플랜테이션 농장에서 재배된 열대 야자열매에서 얻는 경유 대용의 팜유나 옥수수로부터 얻는 에탄올 등이 있다. 탄소포집율이 가장 높은 팜유의 경우 거래량의 약 2%만이 국제적 규제에 맞게 생산되는 것으로 알려져 있다. 생물연료가 성공적인 화석연료의 대안이 되기 위해서는 지속가능한 방식의 생산체제가 확립되어 인류에게 필요한 만큼의 충분한 양으로 제공될 수 있어야 한다. 이를 위해서 탄소포집율이 높은 식물자원의 확보, 다양한 지역에서 재배와 생산이 가능한 수단의 개발, 친환경 재배방식의 도입 등이 고려될 수 있다. 또한 식량의 연료자원화에 따라 제기될 수 있는 윤리적 문제도 해결되어야 할 것이다.

[문제 1] 출제의도

우주탐사선을 하나의 시스템으로 생각할 때 인간이 탑승함으로써 달라지는 구성요소를 합리적으로 생각하고 이러한 요소들로 구성된 시스템이 지속적으로 유지되기 위한 조건을 에너지 또는 물질의 공급과 순환의 관점에서 추론할 수 있는 능력을 평가

[문제 1] 우주를 탐사하는 과정을 하나의 시스템으로 볼 때, 무인 우주탐사 시스템과 비교하여 유인 우주탐사 시스템에 새로이 추가되는 구성요소에 대하여 기술하고, 유인 우주탐사 시스템을 지속적으로 유지하기 위한 구체적인 방법에 대하여 제시문 (가), (나), (다)에 근거하여 논술하시오(500자 내외). (20점)

[문제 2] 출제의도

식물 등을 이용한 생물연료의 탄소순환 시스템을 이해하고, 이를 생산하기 위한 방법에서 나타나는 환경적, 윤리적 문제점 및 그 해결방안을 제시할 수 있는지를 평가

[문제 2] 제시문 (가), (나), (라)를 참고하여, 생물연료 이외의 태양광이나 수소연료 등과 같은 대체에너지원과 생물연료의 차이점을 기술하고, 생물연료의 생산양식에서의 문제점, 윤리적 관점에서의 문제점, 그리고 각 문제점을 극복하기 위한 구체적인 방법들에 대하여 논술하시오(500자 내외). (20점)