

2014학년도 신입생 수시 2차 모집 논술우수자전형
 <자연계> 논술고사 시험문제지

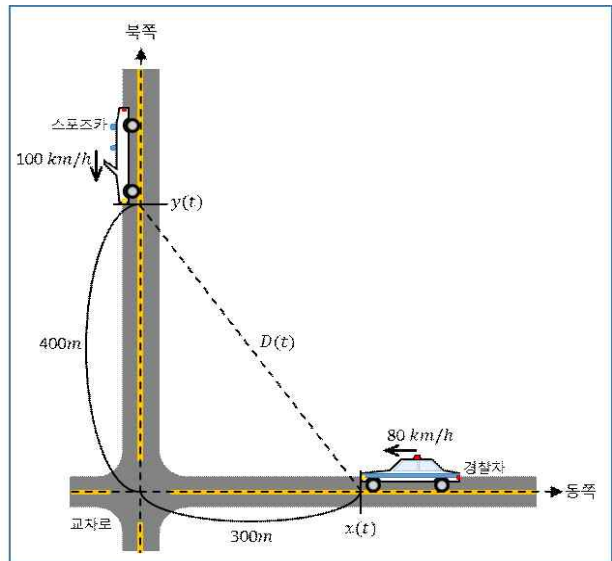
< 유의사항 >

1. 시험시간은 120 분입니다.
2. 답안내용 작성은 어문 규정을 따라야 합니다.
3. 답안지에 기재된 번호에 해당 문제의 답안을 작성해야 하며, 답안지의 범위를 넘으면 안 됩니다.

【문제 1】 【지정문제 1】 (배점 27%)

아래의 제시문을 읽고 다음 문제에 답하십시오.

스포츠카 한 대가 교차로의 400m 북쪽 지점에서 100km/h 속력으로 교차로를 향해 달리고 있다. 이 때, 경찰차는 교차로의 300m 동쪽 지점에서 80km/h 속력으로 교차로를 향해 달리면서 스포츠카의 속력을 스피드건(속력 측정기)으로 측정하였다. 경찰차와 스포츠카 사이에는 속력 측정을 방해하는 장애물이 없다. 시간 t 에 따라 변하는 경찰차와 교차로 사이의 거리를 $x(t)$ 라 하고, 교차로에서 스포츠카까지의 거리를 $y(t)$ 라 하자.



- (1-1) 시간 t 에 따라 변하는 경찰차와 스포츠카 사이의 직선거리를 $D(t)$ 라 할 때, $D(t)$ 를 $x(t)$ 와 $y(t)$ 가 포함된 t 의 함수로 나타내시오.
- (1-2) 스피드건에 기록된 스포츠카의 속력을 구하십시오.
- (1-3) 만일 경찰차가 달리지 않고 정지해 있었다면, 스피드건에는 속력이 얼마로 기록될지 구하십시오.
- (1-4) 경찰이 과속을 단속할 때, 달리는 자동차의 정면에서 정지한 상태로 속력을 측정해야 하는 이유를 문제 (1-2)와 문제 (1-3)의 결과를 토대로 기술하십시오.

【문제 2】 【지정문제 2】 (배점 27%)

아래의 제시문을 읽고 다음 문제에 답하십시오.

<뒷장에 계속>

철수와 영희는 암호시스템을 이용한 둘만의 비밀통신을 원한다. 암호시스템은 26개의 영문 알파벳을 집합 $A = \{0, 1, 2, \dots, 25\}$ 의 각 원소에 대응시켜 암호화한다. A 에서의 연산과 역원은 다음과 같이 정의되어 있다.

- ㉠ A 의 임의의 두 원소 α 와 β 에 대하여 $\alpha + \beta$, $\alpha - \beta$, $\alpha \cdot \beta$ 의 값은 각각의 계산결과를 26으로 나누었을 때의 나머지이다. 예를 들어, $\alpha = 10$, $\beta = 20$ 이라면, $\alpha + \beta = 30 = 26 \cdot 1 + 4$, $\alpha - \beta = -10 = 26 \cdot (-1) + 16$, $\alpha \cdot \beta = 200 = 26 \cdot 7 + 18$ 이므로 $\alpha + \beta = 4$, $\alpha - \beta = 16$, $\alpha \cdot \beta = 18$ 이다.
- ㉡ A 의 임의의 원소 α 에 대하여 $\alpha \cdot \beta = 1$ 을 만족하는 β 가 A 에 존재하면, β 를 α 의 역원이라 하고 α^{-1} 로 나타낸다. α 와 26이 서로소이면 α^{-1} 가 존재하고, 그렇지 않으면 존재하지 않는다. 예를 들어, $\alpha = 4$ 라면 α^{-1} 가 존재하지 않고, $\alpha = 5$ 이면 $5 \cdot 21 = 105 = 26 \cdot 4 + 1$ 이므로 $5^{-1} = 21$ 이다.

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

철수와 영희는 암호시스템 사용을 위하여 영문 알파벳을 위의 표와 같이 집합 A 의 원소에 대응시킨다. 두 사람은 각 성분이 A 의 원소이고 역행렬이 존재하는 2×2 행렬 K 를 비밀로 간직하면서 다양한 메시지의 암호화에 계속 사용한다. 철수가 영희에게 “fighting”이라는 메시지를 비밀로 보내는 과정을 예로 들면 다음과 같다.

[철수] 표를 이용하여 메시지 “fighting”을 “(5,8), (6,7), (19,8), (13,6)”으로 바꾼다.

K 를 사용하여 행렬의 곱

$$(5,8)K = (21,25), (6,7)K = (7,4), (19,8)K = (5,3), (13,6)K = (1,7)$$

을 통한 결과 값 “(21,25), (7,4), (5,3), (1,7)”을 얻는다. 이를 다시 알파벳으로 바꾼 암호문 “vzhefdbh”를 영희에게 보낸다.

[영희] 받은 암호문 “vzhefdbh”를 바꾼 “(21,25), (7,4), (5,3), (1,7)”과 K 의 역행렬

K^{-1} 를 이용하여 행렬의 곱

$$(21,25)K^{-1} = (5,8), (7,4)K^{-1} = (6,7), (5,3)K^{-1} = (19,8), (1,7)K^{-1} = (13,6)$$

을 통한 결과 값 “(5,8), (6,7), (19,8), (13,6)”을 알파벳으로 바꾸어 메시지 “fighting”을 얻는다.

(2-1) 집합 A 의 원소 19의 역원을 찾으시오.

(2-2) 암호시스템을 알고 있으나 K 를 모르는 제 3자가 메시지 “fighting”이 “vzhefdbh”로 암호화 되었다는 정보를 입수했다고 하자. 이 경우 제 3자는 K 를 찾아냄으로써 모든 암호문을 해독할 수 있게 된다. K 를 찾아내는 과정을 서술하시오.

(2-3) 문제 (2-2)에서 찾아낸 K 가 사용된 암호문이 “qdjqec” 일 때, 원래의 메시지를 찾으시오.

【문제 3】 (배점 23%)

아래의 제시문을 읽고 다음 문제에 답하시오.

N 과 r 이 양의 정수이고 $r \leq N$ 일 때, 방정식 $x_1 + x_2 + \dots + x_r = N$ 의 정수해 (x_1, x_2, \dots, x_r) 의 개수를 세는 문제를 생각하자. 모든 $x_i (1 \leq i \leq r)$ 가 양의 정수일 때, 해의 개수는 N 개의 공을 r 개의 항아리에 빈 곳 없이 나누어 담는 방법의 가짓수이다. 이는 N 개의 “0”을 일렬로 배열한 후 그들 사이 $N-1$ 자리에 $r-1$ 개의 “|”를 놓는 가짓수이므로, $N-1$ 개에서 $r-1$ 개를 선택하는 조합의 수인 ${}_{N-1}C_{r-1}$ 이다. 예를 들면, $x_1 + x_2 + x_3 = 5$ 를 만족하는 양의 정수해의 개수는 “0^0^0^0^0”에서 $N-1 = 5-1 = 4$ 개의 “^” 자리 중에서 $r-1 = 3-1 = 2$ 자리를 선택하여 “|”를 놓는 가짓수인 ${}_4C_2 = 6$ 이다. 여기에서 실제로 가능한 양의 정수해 (x_1, x_2, x_3) 를 모두 나열하면, $(1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$ 이다. 이 중 $(2, 2, 1)$ 은 세는 과정에서 “00|00|0”과 대응된다.

(3-1) 두 지역 사이의 무선통신을 위하여 N 개의 중계 안테나를 일렬로 설치하고자 한다. 통신이 원활히 이루어지기 위해서는 불량인 안테나가 2개 이상 연속으로 설치되지 않아야 한다. 모양이 동일하고 불량 여부를 식별할 수 없는 N 개의 안테나 중에서 m 개가 불량이라고 할 때, 통신이 원활하게 이루어지도록 안테나가 설치되는 방법의 가짓수를 구하시오. (단, 정상적인 안테나의 개수는 불량인 것보다 많다.)

(3-2) 제시문에서 밑줄친 “양의 정수”라는 조건을 “0 또는 양의 정수”라는 조건으로 변경하면, 방정식 $x_1 + x_2 + \dots + x_r = N$ 의 해는 몇 개인지 구하시오.

(3-3) 어떤 주식투자자가 2천만 원의 자본 전부를 4종목까지 분산 투자하는 전략을 구상하고 있다. 투자전략은 100만 원을 기본 단위로 하여 각 종목별 투자 금액을 차례로 나열한 (m_1, m_2, m_3, m_4) 로 나타낸다. 즉, $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 2$ 천만(원)이고, $m_i (1 \leq i \leq 4)$ 는 0 또는 100만(원)의 배수이다. 이러한 투자전략의 총 가짓수를 구하시오.

(3-4) 문제 (3-3)에서 주식투자자가 2천만 원 일부 또는 전부를 투자하지 않아도 된다면, 총 투자전략은 몇 가지인지 구하시오.

【문제 4】 (배점 23%)

아래의 제시문을 읽고 다음 문제에 답하시오.

5명의 등산객 A, B, C, D, E 가 국민대학교에서 북한산 정상을 향하여 일렬로 걸어 올라가고 있다. 이들은 각각 빨강, 노랑, 파랑 중에서 한 가지 색깔의 배낭을 메고 있고, 걸어가는 순서와 배낭 색깔은 다음과 같은 조건을 만족한다.

- ㉠ 맨 앞 사람은 파랑이 아니고, 파랑은 적어도 1명 있다.
- ㉡ 노랑은 단 1명이다.
- ㉢ 두 번째와 세 번째 사람은 같은 색이다.
- ㉣ C 와 D 는 E 보다 뒤에 있다.
- ㉤ B 는 A 보다 앞이고, C 보다는 뒤에 있다.
- ㉥ B 와 B 의 바로 앞 사람은 같은 빨강이다.

(4-1) E 가 노랑이 아니라면, C 와 E 는 반드시 같은 색인지 설명하시오.

(4-2) 맨 뒤의 2명이 같은 색이라면, D 가 다섯 번째가 될 수 있는지 설명하시오.

(4-3) 두 번째 사람은 반드시 빨강인지 설명하시오.

(4-4) B 와 C 는 빨강이며, 반드시 빨강인 사람은 B 와 C 두 사람 뿐임을 설명하시오.

<끝>