2012학년도 신입생 수시 2차 모집 논술우수자전형(II) 논술고사

모범답안 예시 <자연계>

【문제 1】

(문제 1-1) (배점 50%) 2, 4, 6, 8, 10번 풍선 색깔이 각각 순서대로 파랑, 빨강, 파랑, 노랑, 빨강이면 5번이 노랑이므로 위쪽의 나머지 풍선은 모두 빨강 또는 파랑인데 짝을 이룬 아래쪽의 풍선과는 다른 색깔이므로 1, 3, 5, 7, 9번은 각각 빨강, 파랑, 노랑, 빨강, 파랑이다.

1	3	5	7	9
빨강	파랑	노랑	빨강	파랑

파랑	빨강	파랑	노랑	빨강
2	4	6	8	10

(문제 1-2) (배점 50%) 5번의 짝인 6번은 5번과 같은 노랑이 될 수 없기 때문에 아래쪽에서 노랑이 2개가 되려면 2번이 노랑이고, 8, 10번 중에서 한 개가 노랑이다.
4번이 빨강이므로 6번은 4, 5번과 다른 파랑이다.
3번은 4, 5번과 다른 파랑이다.
1번은 2, 3번과 다른 빨강이다.
따라서 1, 2, 3, 4, 5, 6번의 색깔이 한 가지로 고정된다.
8, 10번은 둘 중에서 어느 것이든 하나를 노랑으로 할 수 있으므로 색깔이 한 가지로 고정되지 않고, 그 노랑의 위치에 따라서 7, 9번의 색깔도 달라지므로 7, 9번은 한 가지로 정해지지 않는다. 따라서 색깔이 한 가지로 정해지는 풍선은 1-빨강, 2-노랑, 3-파랑, 4-빨강, 5-노랑, 6-파랑이다.

1	3	5	7	9
빨강	파랑	노랑	*	*

노랑	빨강	파랑	*	*
2	4	6	8	10

【문제 2】

(문제 2-1) (배점 50%)

$$\begin{aligned}\int_a^b f(x)\,dx &= \sum_{i=1}^{n} A_i \\ &\approx \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{f(x_{i-1})+f(x_i)}{2}\right\}\Delta x \\ &= \left\{\frac{f(x_0)+f(x_1)}{2}+\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}+\cdots+\frac{f(x_{n-1})+f(x_n)}{2}\right\}\frac{b-a}{n} \\ &= \frac{b-a}{2n}\{f(x_0)+2f(x_1)+2f(x_2)+\cdots+2f(x_{n-1})+f(x_n)\} \\ &= \frac{b-a}{2n}\left\{f(x_0)+f(x_n)+2\sum_{i=1}^{n-1}f(x_i)\right\}\end{aligned}$$

(문제 2-2) (배점 50%)

종양의 부피를 V라 하면, (2-1)에서 유도한 공식에서 $a=0, b=10, n=10$ 이고, $x_i=i\,(0\le i\le 10)$ 이므로, 아래 계산 과정에 의해 V의 근사값은 $51.5mm^3$ 이다.

$$\begin{aligned}&V=\int_0^{10} S(x)\,dx \\ &\approx \frac{10-0}{2\cdot 10}\{0+1+2(1+4+3+6+9+12+8+6+2)\} \\ &= 51.5\,(mm^3)\end{aligned}$$

【문제 3】

(문제 3-1) (배점 50%)

최소 세 개의 암호가 필요하다. 왜냐하면, 사장이 n을 2로, 열쇠를 (A, B, C)로 선택하였기에, 2차 다항식 $f(x)=Ax^2+Bx+C$ 이 암호생성 알고리즘이 된다. 따라서 2차 함수의 계수 (A, B, C)를 결정하기 위해서는 최소한 그 곡선을 지나는 서로 다른 3개의 좌표만 있으면 된다.

(문제 3-2) (배점 50%)

필요한 암호의 최소 개수는 3개이므로 <암호-1>, <암호-2>, <암호-3>을 2차 다항식 $f(x)=Ax^2+Bx+C$ 에 입력하여 연립일차방정식 세 개를 구한다. 즉, $(3, f(3))=(3, 85)$, $(5, f(5))=(5, 187)$, $(7, f(7))=(7, 329)$로부터

$9A+3B+C=85$ .... (1)
$25A+5B+C=187$ .... (2)
$49A+7B+C=329$ .... (3)

(2)-(1)에서 $16A+2B=102$ .... (4)
(3)-(2)에서 $24A+2B=142$ .... (5)
(5)-(4)에서 $8A=40$. $\therefore A=5$
A 의 값을 (4)에 대입하면 $B=11$
A, B 의 값을 (1)에 대입하면 $C=7$.
따라서 $(A,B,C)=(5,11,7)$이다.

【문제 4】

(문제 4-1) (배점 50%)
표본공간을 S 라 하고, A, B 자동차가 선택될 사건을 각각 A, B 로 놓으면,
$S=A\cup B,\ A\cap B=\varnothing$, $1=P(S)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)=0.4+0.6$, $F\subset S$ 이므로

$$\begin{aligned}
P(F) &= P(F\cap S) \\
&= P(F\cap(A\cup B)) \\
&= P((F\cap A)\cup(F\cap B)) \\
&= P(F\cap A)+P(F\cap B) \\
&= P(A)P(F|A)+P(B)P(F|B) \\
&= (0.4)(0.005)+(0.6)(0.003) \\
&= 0.0038\,(0.38\%).
\end{aligned}$$

(문제 4-2) (배점 50%)
수색 작업이 진행되기 전에는 3개 지역에 실종자가 있을 가능성이 동일하다고 했으므로
$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{3}$ 이다.

$$P(A|E_A)=\frac{P(A\cap E_A)}{P(E_A)},\ P(B|E_A)=\frac{P(B\cap E_A)}{P(E_A)},\ P(C|E_A)=\frac{P(C\cap E_A)}{P(E_A)}$$

이므로 먼저 분모인 $P(E_A)$를 계산하면,

$$\begin{aligned}
P(E_A) &= P(E_A\cap A)+P(E_A\cap B)+P(E_B\cap C) \\
&= P(A)P(E_A|A)+P(B)P(E_A|B)+P(C)P(E_A|C) \\
&= \frac{1}{3}\cdot\beta_A+\frac{1}{3}\cdot 1+\frac{1}{3}\cdot 1 \\
&= \frac{1}{3}(\beta_A+2)
\end{aligned}$$

이다. 그러므로 구하고자 하는 조건부확률 값은 다음과 같다.

$$P(A|E_A) = \frac{P(A \cap E_A)}{P(E_A)} = \frac{P(A)P(E_A|A)}{P(E_A)} = \frac{1/3 \cdot \beta_A}{1/3 \cdot (\beta_A + 2)} = \frac{\beta_A}{(\beta_A + 2)}$$

$$P(B|E_A) = P(C|E_A) = \frac{1/3 \cdot 1}{1/3 \cdot (\beta_A + 2)} = \frac{1}{(\beta_A + 2)}$$

한편, 문제에서 주어진 조건으로부터 $0 < \beta_A < 1$이므로

$$P(A|E_A) < P(B|E_A) = P(C|E_A)$$

이 성립한다. 그러므로 사건 E_A가 발생한 시점에서는 A지역을 재수색하는 것보다 조건부확률 값이 더 큰 B나 C지역을 수색 대상으로 하는 것이 더 합리적이다.

< 끝 >