2018학년도 신입학 수시모집
논술고사 문제지 (자연계열-오전)

※ 본 논술문제에 대한 지적 소유권은 광운대학교에 있으며,
시험 종료 후 답안지와 함께 제출하여야 합니다.

지원학과(부)			
수 험 번 호		성 명	

※ 답안 작성 시 유의 사항

■ 시험시간은 2시간(120분)입니다.

■ 답안지 상의 모집단위, 성명, 수험번호, 주민등록번호 앞자리를 "**검정색볼펜**"으로 정확히 기재 및 마킹(진하게)바랍니다.

■ 답안 작성란은 "**검정색볼펜**" 또는 "**검정색 연필(샤프)**"로 작성하십시오.
※ 검정색 이외(빨간색, 파란색 등) 사용 금지
※ **지우개, 수정액, 수정테이프 사용 가능**

■ 답안지에는 제목을 쓰지 마십시오.

■ 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 하지 마십시오.

■ 답안지 1장 이내에 답안을 작성해야 합니다.

광운대학교
KwangWoon University

[문제 1] (50점) 다음 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

1. 공간 벡터의 내적과 성분

두 공간벡터 $\vec{a}=(a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b}=(b_1, b_2, b_3)$에 대하여 $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

2. 일차방정식과 평면

좌표공간에서 x, y, z에 대한 일차방정식 $ax+by+cz+d=0$은 벡터 $\vec{n}=(a, b, c)$에 수직인 평면을 나타낸다.

3. 두 평면이 이루는 각의 크기

두 평면 α, β의 법선벡터를 각각 $\overrightarrow{n_1}$, $\overrightarrow{n_2}$라 하고, α, β가 이루는 각의 크기를 θ, $\overrightarrow{n_1}$과 $\overrightarrow{n_2}$가 이루는 각의 크기를 θ'이라고 하면 θ는 θ'과 $\pi-\theta'$ 중 크지 않은 쪽이다. 이때 $\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2} = |\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|\cos\theta'$

이므로 $\cos\theta = |\cos\theta'| = \dfrac{|\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}$ 이다.

4. 구의 방정식

중심이 $\mathrm{C}(a, b, c)$이고 반지름의 길이가 r인 구의 방정식은 $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$

5. 두 점 사이의 거리

두 점 $\mathrm{P}(x_1, y_1, z_1)$, $\mathrm{Q}(x_2, y_2, z_2)$ 사이의 거리는 $\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$

[1] 좌표공간에서 원점 O와 직선 $l : \dfrac{x+1}{2} = y = 2-z$, 평면 $\alpha : x-3y+2z=0$에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) 원점 O에서 직선 l까지의 거리를 구하시오. [8점]

(2) 직선 l과 평면 α가 만나는 교점 A를 지나고 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$에 수직인 평면을 β라고 하자. 이때 평면 β의 방정식을 구하시오. [9점]

(3) xy평면과 평면 β가 이루는 각을 θ라고 할 때, $\cos\theta$의 값을 구하시오. [7점]

[2] 좌표공간에서 원점 O와 두 점 $\mathrm{B}(5, 3, \sqrt{2})$, $\mathrm{C}(7, 5, -\sqrt{2})$에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{BP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CP}} = 0$을 만족시키는 점 P가 나타내는 도형이 구임을 보이고, 이 구의 중심 D의 좌표와 반지름의 길이 r를 구하시오. [9점]

(2) 두 삼각형 OBD와 ODC의 넓이를 각각 S_1과 S_2라고 할 때, $\dfrac{S_1}{S_2}$의 값을 구하시오. [7점]

(3) 점 Q가 (1)에서 구한 구와 xy평면이 만나는 도형 위를 움직일 때, 점 Q와 점 $\mathrm{E}(2, 1, 3\sqrt{3})$ 사이 거리의 최솟값을 구하시오. [10점]

<다음 장 계속>

광운대학교 KwangWoon University

[문제 2] (50점) 다음 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

1. 함수의 증가와 감소

함수 $f(x)$가 어떤 열린 구간에서 미분가능할 때, 그 구간의 모든 x에 대하여

㉠ $f'(x) > 0$이면 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다.

㉡ $f'(x) < 0$이면 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다.

2. 미적분의 기본 정리

함수 $f(t)$가 구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(t)$의 한 부정적분을 $F(t)$라고 하면 $\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$

3. 적분과 미분의 관계

함수 $f(t)$가 구간 $[a,b]$에서 연속일 때, $\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x)$ (단, $a < x < b$)

4. 사이값 정리

함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$이면, $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여 $f(c) = k$ $(a < c < b)$인 c가 적어도 하나 존재한다.

5. 곡선의 오목과 볼록

함수 $f(x)$가 어떤 구간에서

㉠ $f''(x) > 0$이면 곡선 $y = f(x)$는 이 구간에서 아래로 볼록(또는 위로 오목)하다.

㉡ $f''(x) < 0$이면 곡선 $y = f(x)$는 이 구간에서 위로 볼록(또는 아래로 오목)하다.

6. 정적분의 부분적분법

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 미분가능하고, $f'(x)$, $g'(x)$가 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)\,dx$$

7. 치환적분법을 이용한 정적분

구간 $[a,b]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 미분가능한 함수 $x = g(t)$의 도함수 $g'(t)$가 구간 $[\alpha,\beta]$에서 연속이고, $a = g(\alpha)$, $b = g(\beta)$이면

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)\,dt$$

<다음 장 계속>

[1] 구간 $(-\infty, \infty)$에서 정의된 함수 $f(x)$는 다음과 같다.

$$f(x) = x - 2 + 2\int_0^x (1 - \cos t + t\sin t)\, dt$$

다음 물음에 답하시오.

(1) $f(0)$의 값을 구하시오. [3점]

(2) $\frac{\pi}{4} < 1 < \frac{\pi}{3}$를 이용하여 다음이 성립함을 보이시오. [10점]

$1 - \sqrt{2} < f(1) < 0$

(3) 문항 (1)과 (2)의 결과를 이용하여 방정식 $f(x) = -1$을 만족시키는 근이 0과 1 사이에 있음을 보이시오. [5점]

(4) $f(x)$는 구간 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$에서 증가함을 보이시오. [6점]

(5) 곡선 $y = f(x)$는 구간 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$에서 아래로 볼록함을 보이시오. [6점]

[2] 수열 $\{a_n\}$의 일반항이 $a_n = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{n}}} \frac{x}{n+1} e^{-nx^2} dx$일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) a_1의 값을 구하시오. [6점]

(2) $\sum_{n=1}^{99} a_n$의 값을 구하시오. [14점]

<끝>

광운대학교 KwangWoon University

[문제 1]

▣ 출제의도

[1] 좌표공간에서 점, 직선, 평면의 위치관계를 이해하고, 공간벡터를 이용하여 직선과 평면의 방정식을 구하고 주어진 문제를 해결하는 과정을 설명할 수 있는 능력을 판단한다.
[2] 좌표공간에서 점과 직선, 직선과 평면의 교점을 구하고, 두 점 사이의 거리와 두 평면이 이루는 각의 크기를 구하는 과정을 설명할 수 있는 능력을 판단한다.
[3] 좌표공간에서 공간벡터를 이용하여 구의 방정식을 구하고 평면과 구의 위치관계와 기본 도형의 성질을 이해하여 주어진 문제를 해결하는 과정을 설명할 수 있는 능력을 판단한다.

▣ 문항별 배점

[1] (1) 8점 (2) 9점 (3) 7점
[2] (1) 9점 (2) 7점 (3) 10점

▣ 참고자료

[1] 기하와 벡터, 이준열 외 9인, 천재교육, 2016(3쇄), p.195
[2] 기하와 벡터, 류희찬 외 17인, 천재교육, 2016(2판2쇄), p.191
[3] 기하와 벡터, 황선욱 외 10인, 좋은책 신사고, 2016, p.170
[4] 기하와 벡터, 김원경 외 11인, 비상교육, 2016, p.140
[5] 기하와 벡터, 우정호 외 24인, 동아출판, 2016, p.181

▣ 채점기준

하위 문항		채점 기준	배점
[1]	(1)	• 직선의 방정식을 이해하고 직선 위의 점의 좌표를 구할 수 있다. $\frac{x+1}{2}=y=2-z=t$라 하면 직선 위의 점의 좌표는 $\mathrm{P}(2t-1, t, 2-t)$이다.	3점
		• 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. 원점 O와 점 P 사이의 거리는 $\overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{(2t-1)^2+t^2+(2-t)^2} = \sqrt{6\left(t-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{7}{3}}$ 이다.	3점
		• 이차방정식의 최소값을 구할 수 있다. 원점과 직선까지의 거리는 $\overline{\mathrm{OP}}$ 의 최솟값이므로, $t=\frac{2}{3}$일때 $\frac{\sqrt{21}}{3}$이다.	2점
	(2)	• 직선과 평면의 교점을 구할 수 있다. 직선 l 위의 점 $\mathrm{P}(2t-1, t, 2-t)$가 평면 α 위에 있으면 $(2t-1)-3t+2(2-t)=0$이므로 $t=1$이고, 직선 l과 평면 α의 교점은 $\mathrm{A}(1,1,1)$이다.	4점
		• 법선벡터를 이용하여 평면의 방정식을 구할 수 있다. $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(1,1,1)$이 평면 β의 법선벡터이므로 평면 β의 방정식은 $x+y+z+d=0$이다.	3점
		• 지나는 점을 이용하여 평면의 방정식을 구할 수 있다. 이 평면이 점 $\mathrm{A}(1,1,1)$을 지나므로 $d=-3$이고 평면 β의 방정식은 $x+y+z-3=0$이다.	2점
	(3)	• 평면의 법선벡터를 구할 수 있다. $\overrightarrow{n_1}=(1,1,1)$은 평면 β의 법선벡터이고, $\overrightarrow{n_2}=(0,0,1)$은 xy평면의 법선벡터이다.	3점
		• 두 평면이 이루는 각을 구할 수 있다. 두 평면이 이루는 각을 θ라 할 때 $\cos\theta = \frac{\left\vert\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}\right\vert}{\left\vert\overrightarrow{n_1}\right\vert\left\vert\overrightarrow{n_2}\right\vert} = \frac{\vert 1\times0+1\times0+1\times1\vert}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}\sqrt{0^2+0^2+1^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.	4점

하위 문항		채점 기준	배점
[2]	(1)	• 공간벡터의 연산을 할 수 있다. 구하는 도형 위의 임의의 점을 $\mathrm{P}(x, y, z)$라고 하면 $\overrightarrow{\mathrm{BP}} = \left(x-5, y-3, z-\sqrt{2}\right)$, $\overrightarrow{\mathrm{CP}} = \left(x-7, y-5, z+\sqrt{2}\right)$이다.	3점
		• 공간벡터의 성분을 이용하여 내적을 구할 수 있다. 조건에서 $\overrightarrow{\mathrm{BP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CP}} = 0$이므로 $\overrightarrow{\mathrm{BP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CP}} = (x-6)^2 + (y-4)^2 + z^2 - 4 = 0$이다.	4점
		• 구의 방정식을 이해하고 중심과 반지름을 구할 수 있다. 이 구의 중심은 $\mathrm{D}(6, 4, 0)$이고 반지름은 $r = 2$이다.	2점
	(2)	• 구의 성질을 이해하고 점의 위치관계를 구할 수 있다. 두 점 B, C는 구 위에 있고, 구의 지름의 양 끝점이 된다. 따라서 세 점 $\mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{D}$는 일직선 위에 있다.	3점
		• 삼각형의 성질을 이해하고 넓이를 구할 수 있다. 점 D는 구의 중심이므로 $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CD}}$이고, 선분 BD, CD를 밑변으로 하는 두 삼각형 OBD, ODC의 높이는 같다. 따라서 $S_1 = S_2$이고 $\dfrac{S_1}{S_2} = 1$이다.	4점
	(3)	• 좌표공간에서 점과 도형의 위치관계를 이해하고 있다. 구와 xy평면이 만나는 도형은 $(x-6)^2 + (y-4)^2 = 4$인 원이다. 점 $\mathrm{E}\left(2, 1, 3\sqrt{3}\right)$에서 xy평면에 내린 수선의 발을 E'이라고 할 때, $\overline{\mathrm{E'D}} = \sqrt{(6-2)^2 + (4-1)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{25} = 5$이고, 원의 반지름이 2이므로 점 E'은 원 외부에 있는 점이 된다.	5점
		• 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. 선분 $\mathrm{E'D}$와 원이 만나는 점을 Q'이라고 할 때, $\overline{\mathrm{E'Q'}}$은 $\overline{\mathrm{E'Q}}$ 중 최소가 되고, 따라서 $\overline{\mathrm{EQ'}}$도 $\overline{\mathrm{EQ}}$ 중 최소가 된다. $\overline{\mathrm{E'Q'}} = \overline{\mathrm{E'D}} - 2 = 5 - 2 = 3$이다.	3점
		• 직각삼각형의 성질을 이해하고 선분의 길이를 구할 수 있다. 점 E에서 원위의 점까지 거리의 최솟값은 $\overline{\mathrm{EQ'}} = \sqrt{\left(3\sqrt{3}\right)^2 + 3^2} = \sqrt{36} = 6$이다.	2점

▣ 모범답안

[1]

(1) $\frac{x+1}{2}=y=2-z=t$라 하면 직선 위의 점의 좌표는 $\mathrm{P}(2t-1, t, 2-t)$이다. [3점]

원점 O와 점 P 사이의 거리는

$\overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{(2t-1)^2+t^2+(2-t)^2} = \sqrt{6\left(t-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{7}{3}}$ 이다. [3점]

원점 O와 직선 l까지의 거리는 $\overline{\mathrm{OP}}$의 최솟값이므로, $t=\frac{2}{3}$일때 $\frac{\sqrt{21}}{3}$이다. [2점]

(2) 직선 l위의 점 P가 평면 α 위에 있으면 $(2t-1)-3t+2(2-t)=0$이므로

$t=1$이고, 따라서 직선 l과 평면 α의 교점은 $\mathrm{A}(1,1,1)$이다. [4점]

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(1,1,1)$이 평면 β의 법선벡터이므로

평면 β의 방정식은 $x+y+z+d=0$이다. [3점]

이 평면이 점 $\mathrm{A}(1,1,1)$을 지나므로 $d=-3$이고,

따라서 평면 β의 방정식은 $x+y+z-3=0$이다. [2점]

(3) $\overrightarrow{n_1}=(1,1,1)$은 평면 β의 법선벡터이고 $\overrightarrow{n_2}=(0,0,1)$은 xy평면의 법선벡터이다. [3점]

두 평면이 이루는 각을 θ라 할 때

$$\cos\theta=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{|1\times0+1\times0+1\times1|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}\sqrt{0^2+0^2+1^2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$ 이다.

[4점]

[2]

(1) 구하는 도형 위의 임의의 점을 $\mathrm{P}(x,y,z)$라고 하면

$\overrightarrow{\mathrm{BP}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}=(x-5, y-3, z-\sqrt{2})$, $\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OC}}=(x-7, y-5, z+\sqrt{2})$이다. [3점]

조건에서 $\overrightarrow{\mathrm{BP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CP}}=0$ 이므로

$\overrightarrow{\mathrm{BP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CP}}=(x-5, y-3, z-\sqrt{2})\cdot(x-7, y-5, z+\sqrt{2})=(x-6)^2+(y-4)^2+z^2-4=0$이다. [4점]

따라서 점 P가 나타내는 도형은 구이고,

이 구의 중심은 $\mathrm{D}(6,4,0)$이고 반지름은 $r=2$이다. [2점]

(2) 두 점 B, C는 구의 방정식을 만족하므로 구 위에 있고,

$\overrightarrow{\mathrm{BP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CP}}=0$ 이므로 두 점 B, C는 구의 지름의 양 끝점이 된다.

따라서 세 점 B, C, D는 일직선 위에 있다. [3점]

점 D는 구의 중심이므로 $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{CD}}$이다.

선분 BD와 선분 CD를 밑변으로 하는 두 삼각형 OBD와 ODC의 높이는 같다.

따라서 $S_1=S_2$이고 $\frac{S_1}{S_2}=1$이다. [4점]

광운대학교 KwangWoon University

(3) 구와 xy평면이 만나는 도형은 $z=0$에서 $(x-6)^2+(y-4)^2=4$인 원이다.
점 Q를 원 위의 임의의 점이라고 하고
점 $\mathrm{E}(2,1,3\sqrt{3})$에서 xy평면에 내린 수선의 발을 $\mathrm{E}'(2,1,0)$이라고 하자.
이때 $\overline{\mathrm{E'D}}=\sqrt{(6-2)^2+(4-1)^2+(0-0)^2}=\sqrt{25}=5$이고,
원의 반지름이 2이므로 점 E'은 원 외부에 있는 점이 된다. [5점]
따라서 선분 $\mathrm{E'D}$와 원이 만나는 점을 Q'이라고 할 때,
$\overline{\mathrm{E'Q'}}$은 $\overline{\mathrm{E'Q}}$ 중 최소가 되고, 따라서 $\overline{\mathrm{EQ'}}$도 $\overline{\mathrm{EQ}}$ 중 최소가 된다.
$\overline{\mathrm{E'Q'}}=\overline{\mathrm{E'D}}-2=5-2=3$이다. [3점]
점 E에서 원 위의 점까지 거리의 최솟값은
$\overline{\mathrm{EQ'}}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+3^2}=\sqrt{36}=6$이다. [2점]

광운대학교
KwangWoon University

[문제 2]

▣ 출제의도

[1]

(1) 정적분의 성질을 이용하여 함수의 값을 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.
(2) 정적분 계산, 정적분의 성질, 정적분의 부분적분법, 삼각함수의 특수각을 이용하여 함숫값의 크기를 측정하는 문제이다.
(3) 정적분의 성질 및 사이값 정리를 이용하여 방정식의 실근의 존재를 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다.
(4) 정적분으로 정의된 함수의 도함수를 구할 수 있는지를 평가하고 도함수의 부호를 이용하여 함수의 증가와 감소를 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다.
(5) 주어진 함수의 이계도함수를 구하고 이계도함수의 부호와 함수의 그래프의 오목, 볼록 과의 관계를 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다.

[2]

(1) 정적분으로 정의된 수열의 첫째항을 구할 수 있는 지를 평가하는 문제이다.
(2) 정적분으로 정의된 수열을 정적분의 치환적분법을 이용하여 일반항을 구하고 수열의 합을 계산할 수 있는 지를 평가하는 문제이다.

▣ 문항별 배점

[1] (1) 3점 (2) 10점 (3) 5점 (4) 6점 (5) 6점
[2] (1) 6점 (2) 14점

▣ 참고자료

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	미적분 Ⅰ	김원경외	비상교육	2016	106 146 147
	미적분 Ⅰ	신항균외	㈜지학사	2016	75
	미적분 Ⅱ	우정호외	동아출판	2016	212
	미적분 Ⅱ	김원경외	비상교육	2016	117
	미적분 Ⅱ	황선욱외	좋은책 신사고	2016	150

▣ 채점기준

하위 문항	채점 기준	배점
[1]-(1)	$f(0) = -2+2\int_0^0 (1-\cos t + t\sin t)\,dt = -2$ 이다.	3
[1]-(2)	$f(1) = -1+2\int_0^1 (1-\cos t+t\sin t)\,dt$ $= -1+2\left([t-\sin t]_0^1 + \int_0^1 t\sin t\,dt\right)$ $= -1+2\left([t-\sin t]_0^1 - [t\cos t]_0^1 + [\sin t]_0^1\right)$ $= 1-2\cos 1$	6
	$\frac{\pi}{4} < 1 < \frac{\pi}{3}$ 이므로 $\frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} < \cos 1 < \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이다.	2
	그러므로 $1-\sqrt{2} < f(1) = 1-2\cos 1 < 0$	2
[1]-(3)	$f(x)$는 $[0,1]$에서 연속이고	1
	$f(0) = -2 < -1 < 1-\sqrt{2} < f(1)$ 이므로	2
	사이값 정리에 의하여 방정식 $f(x) = -1$을 만족시키는 근이 0과 1사이에 있다.	2
[1]-(4)	구간 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$에서 $f'(x) = 1+2(1-\cos x + x\sin x) = 3-2\cos x + 2x\sin x$	4
	> 0이다. 따라서 $f(x)$는 구간 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$에서 증가한다.	2
[1]-(5)	구간 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$에서 $f''(x) = 4\sin x + 2x\cos x$	4
	> 0이다. 따라서 $f(x)$는 구간 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$에서 아래로 볼록하다	2
[2]-(1)	$a_1 = \int_0^1 \frac{x}{2} e^{-x^2}\,dx = \left[-\frac{1}{4}e^{-x^2}\right]_0^1$	5
	$= \frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{e}\right)$	1
[2]-(2)	$a_n = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{n}}} \frac{x}{n+1} e^{-nx^2}\,dx = \left[-\frac{1}{2n(n+1)} e^{-nx^2}\right]_0^{\frac{1}{\sqrt{n}}}$	6
	$= \frac{1}{2n(n+1)}\left(1-\frac{1}{e}\right)$	2
	그러므로 $\sum_{n=1}^{99} a_n = \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{e}\right)\sum_{n=1}^{99}\frac{1}{n(n+1)} = \frac{e-1}{2e}\sum_{n=1}^{99}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right) = \frac{99(e-1)}{200e}$	6

▣ 모범답안

[1]

(1) $f(0) = -2 + 2\int_0^0 (1-\cos t + t\sin t)\,dt = -2$이다.

(2) $f(1) = -1 + 2\int_0^1 (1-\cos t + t\sin t)\,dt$

$$= -1 + 2\left([t-\sin t]_0^1 + \int_0^1 t\sin t\,dt\right)$$

$$= -1 + 2\left([t-\sin t]_0^1 - [t\cos t]_0^1 + \int_0^1 \cos t\,dt\right)$$

$$= -1 + 2(1-\cos 1)$$

$$= 1 - 2\cos 1$$ 이다.

$\frac{\pi}{4} < 1 < \frac{\pi}{3}$ 이므로 $\frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} < \cos 1 < \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이다.

따라서 $1-\sqrt{2} < f(1) = 1 - 2\cos 1 < 0$이다.

(3) $f(x)$는 구간 $[0,1]$에서 연속이고 $f(0) = -2 < -1 < 1 - \sqrt{2} < f(1)$이므로 사이값 정리에 의하여 방정식 $f(x) = -1$을 만족시키는 근이 0과 1사이에 존재한다.

(4) 구간 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$에서 $f'(x) = 1 + 2(1-\cos x + x\sin x) = 3 - 2\cos x + 2x\sin x > 0$이므로 $f(x)$는 구간 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$에서 증가한다.

(5) 구간 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$에서 $f''(x) = 4\sin x + 2x\cos x > 0$이므로곡선 $y = f(x)$는 구간 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$에서 아래로 볼록하다.

[2]

(1) $a_1 = \int_0^1 \frac{x}{2} e^{-x^2}\,dx = \left[-\frac{1}{4}e^{-x^2}\right]_0^1 = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{1}{e}\right)$이다.

(2) $a_n = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{n}}} \frac{x}{n+1} e^{-nx^2}\,dx = \left[-\frac{1}{2n(n+1)}e^{-nx^2}\right]_0^{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \frac{1}{2n(n+1)}\left(1 - \frac{1}{e}\right)$이므로 다음이 성립한다.

$$\sum_{n=1}^{99} a_n = \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{e}\right)\sum_{n=1}^{99}\frac{1}{n(n+1)} = \frac{e-1}{2e}\sum_{n=1}^{99}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = \frac{99(e-1)}{200e}$$

광운대학교 KwangWoon University