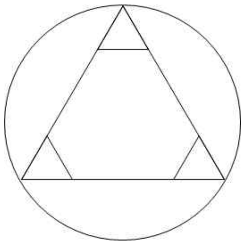
2014학년도 수시 2차 논술고사 예시답안(자연계)

논제 I

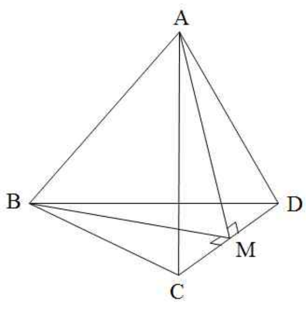
[논제 I-1]
정사면체 ABCD의 각 면은 정삼각형이고 아래 그림과 같이 정삼각형 3개와 육각형으로 나뉜다.

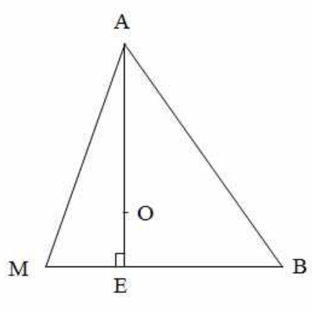


이때, 닮음의 성질을 이용하여 삼각형은 모두 정삼각형이고 육각형의 모든 내각은 120도임을 알 수 있다. 팔면체 V가 깎은 정사면체이면, 모든 모서리의 길이가 같아야 하므로 정삼각형의 한 변의 길이와 육각형의 6개의 변의 길이가 모두 같다. 이 길이는 주어진 정사면체의 한 모서리의 길이를 3등분하는 것이므로 V의 한 모서리의 길이는 $\frac{6}{3}=2$이다.

그러므로 팔면체 V의 정삼각형과 정사면체 ABCD의 한 면인 정삼각형은 닮음비 $1:3$인 닮은 도형이다. [나]에서 부피비는 닮음비의 세제곱이므로 부피비는 $1:27$이다. 팔면체 V의 부피는 정사면체 ABCD의 부피에서 작은 정사면체 4개의 부피를 뺀 것이므로, ABCD 부피의 $\frac{23}{27}\left(=1-4\times\frac{1}{27}\right)$배이다.

정사면체의 한 면은 한 변의 길이가 6인 정삼각형이므로 넓이가 $\frac{\sqrt{3}}{4}6^2=9\sqrt{3}$이다. 정사면체의 높이를 구하기 위하여 아래 그림과 같이 정사면체를 한 모서리와 외접구의 중심을 지나는 평면으로 자른 단면(삼각형 ABM)을 생각하자.

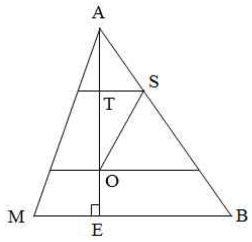




이 삼각형은 아래 그림과 같이 밑변 $\overline{BM}$의 길이가 $3\sqrt{3}$이고, 나머지 두 변 $\overline{AM}$, $\overline{AB}$의 길이가 $3\sqrt{3}$, 6이다. A에서 삼각형의 밑변에 내린 수선의 발 AE에서 점 E는 밑면의 무게중심이므로 피타고라스 정리를 이용하면 높이가 $\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}$이다. 따라서 정사면체 ABCD의 부피는 $\frac{1}{3}\times9\sqrt{3}\times2\sqrt{6}=18\sqrt{2}$이고, 팔면체 V의 부피는 $\frac{23}{27}\times18\sqrt{2}=\frac{46\sqrt{2}}{3}$이다.

[논제 I-2]

아래 그림은 정사면체를 한 모서리와 외접구의 중심을 지나는 평면으로 자른 단면이다.



구 O는 팔면체 V의 모든 꼭짓점들을 지나므로, 구 O의 반지름은 $\overline{\mathrm{OS}}$의 길이와 같다. 점 O는 정사면체 ABCD의 외접구의 중심인데, 정사면체이므로 내접구의 중심과 일치한다. 정사면체 ABCD를 작은 정사면체 4개 OABC, OBCD, OCDA, ODAB로 나누어서 부피를 구하면 작은 정사면체들의 높이가 정사면체 ABCD의 $\frac{1}{4}$임을 알 수 있다. 따라서 $\overline{\mathrm{OE}}=\frac{1}{4}\overline{\mathrm{AE}}$이다. 또한 삼각형 AST와 ABE는 닮음비 1:3으로 닮은 삼각형이므로 $\overline{\mathrm{AT}}=\frac{1}{3}\overline{\mathrm{AE}}$이다.

이를 종합하면 $\overline{\mathrm{OT}}=\frac{5}{12}\overline{\mathrm{AE}}=\frac{5\sqrt{6}}{6}$이고 $\overline{\mathrm{ST}}=\frac{1}{3}\overline{\mathrm{BE}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$이며, 피타고라스 정리에 의하여

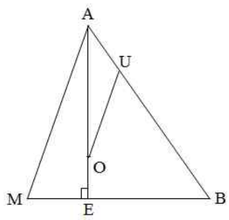
$\overline{\mathrm{OS}}=\sqrt{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2+\left(\frac{5\sqrt{6}}{6}\right)^2}=\sqrt{\frac{33}{6}}=\frac{\sqrt{22}}{2}$이다.

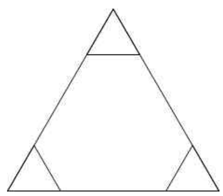
[논제 I-3]

삼각형 AUO에서 $\overline{\mathrm{AU}}=x$라 하자. $\overline{\mathrm{AO}}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$이고, $\cos\angle\mathrm{BAE}=\frac{\overline{\mathrm{AE}}}{\overline{\mathrm{AB}}}=\frac{2\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{3}$이다.

이들을 코사인 제2법칙에 대입하면 $x^2+\frac{9\times 6}{4}-2x\frac{3\sqrt{6}}{2}\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{27}{4}$이고, 해는 $x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{9}{2}$이다. $x=\frac{9}{2}$이면 팔면체 V가 만들어지지 않으므로 $x=\frac{3}{2}$이다.

팔면체 V의 8면은 한 변의 길이가 $\frac{3}{2}$인 정삼각형 4개와 아래 그림과 같은 육각형 4개다.





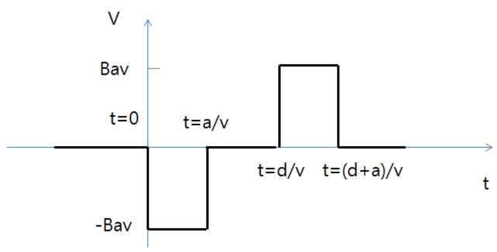
정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9\sqrt{3}}{16}$이고, 육각형의 넓이는 큰 정삼각형에서 작은 정삼각형 3개의 넓이를 뺀 것이므로 $\frac{\sqrt{3}}{4}6^2-3\frac{9\sqrt{3}}{16}=\frac{117\sqrt{3}}{16}$이다. 따라서 팔면체 V의 겉넓이는 $4\left(\frac{9\sqrt{3}}{16}+\frac{117\sqrt{3}}{16}\right)=\frac{63\sqrt{3}}{2}$이다.

2014학년도 수시 2차 논술고사 예시답안(자연계)

논제 Ⅱ

[논제 II-1]

(1) 운동과정에서 루프를 통과하는 자기력선속의 변화는 그 시간변화율에 비례하는 크기와 자기력선속의 변화를 방해하는 방향을 갖는 기전력을 루프에 발생시킨다. 먼저, 속도 v로 시간 $t=0$에 자기장 영역으로 진입해서 $t=\frac{a}{v}$에 완전진입하기까지 자기력선속 $\Phi=Bavt$은 일정하게 증가하므로 기전력 $E=-\frac{d\Phi}{dt}=-Bav$은 일정한 음(−)의 값이다. 다음으로 완전진입 후 $t=\frac{d}{v}$에 자기장을 빠져나가기 시작할 때까지 자기력선속은 $\Phi=Ba^2$로 일정하여 기전력은 $E=0$이다. 마지막으로 자기장을 빠져나가기 시작한 후 $t=\frac{d+a}{v}$에서 완전히 빠져나올 때까지 자기력선속 $\Phi=Ba[d-(vt-a)]$은 일정하게 감소하여 기전력 $E=Bav$은 일정한 양(+)의 값이다. 따라서 시간에 따른 유도기전력은 다음과 같다.



(2) 높이 h에서부터 자유낙하하는 루프가 자기장 위치에 도달했을 때 역학적에너지보존 $\Delta E=\Delta K+\Delta U=\frac{1}{2}mv^2+(-mgh)=0$으로부터 속도는 $v=\sqrt{2gh}$이다. 따라서 유도기전력의 최대 크기 $V_{\max}=Bav=Ba\sqrt{2gh}$는 높이 h의 제곱근에 비례한다.

일정한 크기의 기전력에 의한 소모전력 $P=\frac{V^2}{R}\propto h$ (R:루프저항)이 $\Delta t=\frac{a}{v}\propto\frac{1}{\sqrt{h}}$ 동안 열을 2번 발생시키므로 발생한 열 $\Delta E_{열}=2\times P\Delta t$은 높이 h의 제곱근에 비례한다.

[논제 II-2]

(1) π−결합의 수가 많을수록 바닥 상태와 들뜬 상태의 에너지 준위의 간격이 좁아진다. 따라서 π−결합이 많은 분자가 긴 파장의 빛을 흡수할 것이다. π−결합의 수는 각각 베타−카로틴 11개, 레티날−II 7개, 레티날−I 6개이므로 흡수 파장이 긴 분자부터 순서대로 나열하면 베타−카로틴, 레티날−II, 레티날−I이다. (베타−카로틴 > 레티날−II > 레티날−I)

(2) 분자 내 전자들의 에너지 준위는 분자의 구조나 주변 환경에 의하여 달라진다. 레티날 분자 내

전자들의 에너지 준위도 레티날의 구조나 주변 환경에 의하여 달라질 수 있다.

레티날 분자의 구조는 세 가지 로돕신 수용체의 구조에 따라 달라질 수 있다. 또한 레티날 말단의 암모늄 이온 주변에 위치한 로돕신 수용체의 아미노산 작용기의 종류와 위치에 따른 정전기적 상호작용의 변화가 레티날 분자 내 전자들의 에너지 준위를 변화시킬 수 있다.

이와 같은 이유로 발생하는 레티날 분자 내 전자들의 에너지 준위 변화에 따라 흡수 파장이 달라진다.

[논제 II-3]

(1) 휴지막전위는 나트륨채널은 거의 닫혀있고, 칼륨채널은 약간 열려있어 칼륨의 평형전위에 가깝게 형성되어 있다. 자극에 의한 막전위의 변화가 역치(threshold potential)를 넘으면 전압감지 나트륨채널이 먼저 열려 나트륨이 세포 안쪽으로 쏟아져 들어와 급격한 탈분극이 일어나고, 나트륨의 평형전위에 도달하기 전에, 즉 탈분극이 최고에 도달할 즈음에 전압감지 나트륨채널이 빠르게 불활화 되어 차단된다, 이즈음 전압감지 칼륨채널이 열려서 칼륨이 쏟아져 나가고 다시 재분극을 일으킨다. 전압감지 칼륨채널은 닫힘이 느려서 과분극 현상을 일으키고 세포막은 휴지막전위보다 약간 낮은 전위를 순간적으로 갖게 된다. 그 후 나트륨-칼륨 ATPase의 작용으로 휴지기전위를 다시 회복하게 된다.

축삭돌기 상에서의 활동전위의 전도는 전압감지 나트륨채널이 불활화에서 회복되는 시간과 막전위의 과분극 현상으로 인하여 축삭돌기의 원래 위치에서는 활동전위가 순간적으로 다시 일어나기 힘들다. 따라서 활동전위는 앞으로만 진행되고, 축삭돌기가 마이엘린으로 절연된 경우에는 랑비에 결절(Ranvier's node)에서만 활동전위가 일어나서 빠른 도약전도가 이루어진다.

활동전위가 시냅스에 도달하면 신경전달 물질의 분비가 일어난다. 분비된 신경전달 물질이 시냅스후 신경 또는 반응세포의 막에 존재하는 수용체에 결합하면 채널이 열리고 막전위의 변화가 일어난 후, 이어서 다시 활동전위가 발생하면 신경전달이 계속된다.

(2) 단백질의 골격은 세포막을 통과할 때 펩타이드결합의 카보닐기(CO)와 아마이드기(NH)의 극성을 서로간의 수소결합(H-bond)으로 상쇄시켜 중성화하기 위하여 단백질의 골격이 나선구조를 주로 형성하며, 드물게 병풍구조를 형성하기도 한다. 세포막 통과 시 곁사슬(R기)이 무극성이면 별 문제가 없으나, 곁사슬이 극성일 경우는 수소결합, 정전기적 결합으로 중성화 시켜야 할 것이다.

세포막을 통과하는 나선 또는 병풍구조가 한 단백질 안에 여러 개 존재하고 그 곁사슬들이 극성이면 나선 또는 병풍구조들을 서로 상보적으로 이웃하게 배치시킴으로서 곁사슬들을 중성화 시킬 수 있다. 한편, 같거나 다른 막단백질들이 복합체(homo 또는 hetero-complex)를 형성함으로서 곁사슬을 상보적으로 중화할 수도 있다.

막단백질이 채널일 경우에는 물이나 이온들이 채널을 통과할 수 있도록 나선 또는 병풍구조들이 에워싸서 만드는 채널의 안쪽 면은 극성의 곁사슬이 배치되고, 세포막 내의 지방산 꼬리들과 접촉하는 쪽의 면은 무극성의 곁사슬들이 배치되어 진다.