

2014학년도 경희대학교
모의논술고사 문제지(자연계)

수험번호

--	--	--	--	--

성 명()

<유의사항>

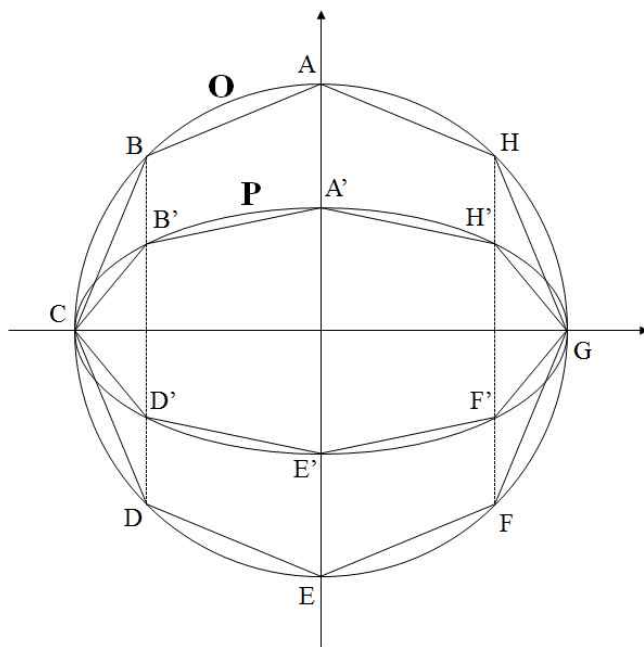
1. 제목은 쓰지 마시고 특별한 표시를 하지 마시오.
2. 제시문 속의 문장을 그대로 쓰지 마시오.
3. 답안작성과 정정은 반드시 본교에서 지급한 필기구를 사용하시오.
4. 본교에서 지급한 필기구를 사용하지 않았거나, 답안지에 특별한 표시를 한 경우에는 감점 또는 0점 처리합니다. (예: 감사합니다. 등)
5. 답안 정정 시에는 두줄을 긋고 작성하며, 수정액 등을 사용한 경우에는 0점 또는 감점 처리합니다.
6. 답안 작성은 답안지 인쇄된 부분을 이용하여 1장 이내로 작성하시오.

I. 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오. [40점]

[가] 아르키메데스(약 기원전 287년 ~ 기원전 212년)는 고대 그리스 시칠리아섬의 시라쿠사 출신의 철학자, 수학자, 천문학자, 물리학자, 공학자이다. 아르키메데스는 물리학 분야에서 정역학과 유체정역학을 연구했으며 지레의 원리를 설명한 것으로 잘 알려져 있다. 또한 아르키메데스는 아르키메데스 나선양수기, 해상에 있는 배를 공격하기 위한 거울 등의 기계를 제작하기도 하였다. 또한, 아르키메데스는 고전 고대 시기의 가장 뛰어난 수학자 가운데 한 명으로 소거법의 도입, 포물선으로 둘러싸인 도형의 넓이 계산, 원주율의 계산과 같은 업적들이 있다.

타원은 평면 위의 서로 다른 두 정점에서의 거리의 합이 일정한 점들의 집합을 말하며, 두 정점을 타원의 초점이라고 한다.

아르키메데스는 아래와 같은 방법으로 타원의 넓이를 계산하는 방법을 생각하였다. 아래 그림에서 P는 장축의 길이가 a 이고 단축의 길이가 $2b$ 인 타원이고, O는 이 타원의 장축을 지름으로 하는 원이다. 원 O에 내접하는 정 $2n$ 각형을 그리고, 정 $2n$ 각형의 각 꼭짓점에서 장축에 내린 수직선과 타원이 만나는 점들을 연결하여 $2n$ 각형을 그린다. 이 때, n 이 증가할수록 각 다각형의 넓이는 원과 타원의 넓이에 수렴하게 된다.

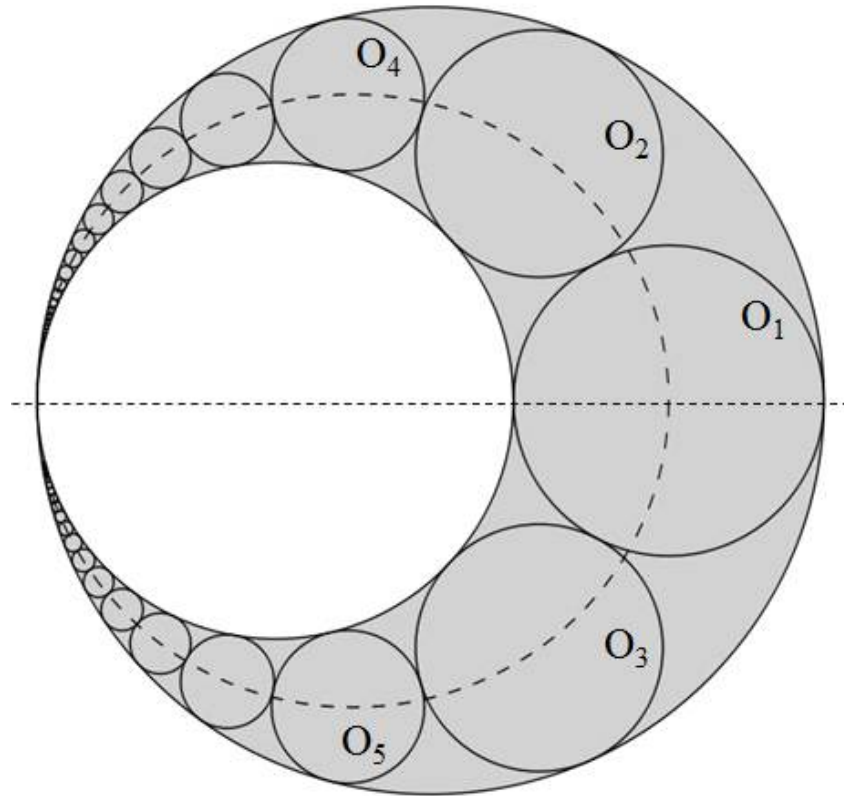


원 O의 방정식: $x^2 + y^2 = a^2$

타원 P의 방정식: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

[나] 파푸스(약 기원후 290년 ~ 기원후 350년)는 고대 그리스의 수학자이다. 파푸스는 그리스 기하학의 기존 정리와 증명에 주석을 붙이고, 개선한 기하학 연구 총서와 같은 <수학집성(Collection)>을 저술하였다.

파푸스가 남긴 기하학 연구 주제 중에 아래 그림과 같은 파푸스 체인이라는 것이 있다. 먼저 큰 원 안에 작은 원이 내접하고 있다. 그러면 두 원의 중심을 연결하는 직선 위에 중심이 있으면서 두 원에 동시에 접하는 원을 한 개(O_1) 그릴 수 있다. 그 다음에 이 세 원에 동시에 접하는 원을 두 개(O_2, O_3) 그릴 수 있다. 이와 같은 과정을 반복하면 아래 그림과 같이 원들($O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, \dots$)이 서로 접하고 있는 체인 형태를 얻게 된다. 이것을 파푸스 체인이라고 부른다. 파푸스 체인은 여러 가지 재미있는 성질을 가지고 있다. 한 예로, 파푸스 체인의 모든 원들의 중심은 어떤 한 타원 위에 있다.



<문제 I-1> 제시문 [가]를 참조하여 다음 질문에 답하시오.

장축의 길이가 a , 단축의 길이가 $2b$ 인 타원의 넓이를 구하는 공식을 구하려고 한다. 제시문 [가]에 주어진 아르키메데스의 방법을 이용하여 타원의 넓이 공식을 유도하고 유도과정을 설명하시오.

<문제 I-2> 제시문 [나]를 참조하여 다음 질문에 답하시오.

파푸스 체인의 각 원들의 중심이 지나는 타원의 두 초점과 장축, 단축의 길이를 설명하시오.

<문제 I-3> 제시문 [가]와 [나]를 참조하여 다음 질문에 답하시오.

파푸스 체인을 만들기 위하여 주어진 처음 두 원의 반지름이 각각 12, 8일 때, 파푸스 체인의 각 원의 중심들이 지나는 타원의 넓이를 구하고, 그 근거를 논술하시오.

2014학년도 경희대학교 모의논술고사 문제지(자연계)

수험번호 성명()

<유의사항>

1. 제목은 쓰지 마시고 특별한 표시를 하지 마시오.
2. 제시문 속의 문장을 그대로 쓰지 마시오.
3. 답안작성과 정정은 반드시 본교에서 지급한 필기구를 사용하시오.
4. 본교에서 지급한 필기구를 사용하지 않았거나, 답안지에 특별한 표시를 한 경우에는 감점 또는 0점 처리합니다. (예: 감사합니다. 등)
5. 답안 정정 시에는 두줄을 긋고 작성하며, 수정액 등을 사용한 경우에는 0점 또는 감점 처리합니다.
6. 답안 작성은 답안지 인쇄된 부분을 이용하여 1장 이내로 작성하시오.

II. 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

[가] 물체가 유체 속을 움직일 때 물체의 움직임을 방해하는 방향으로 저항력이 작용하게 되며, 이 저항력의 크기는 Bv 로 주어진다. 여기서 B 는 비례 상수이며, v 는 물체의 속도로서 저항력의 크기는 속도의 크기에 비례하고 방향은 속도의 반대 방향이다. 물체가 공기 중에서 중력에 의해 낙하할 경우 공기에 의한 저항력은 속도가 증가할수록 증가하여 저항력과 중력의 크기가 같아지는 순간 낙하 속도는 더 이상 증가하지 않고 일정한 속도를 갖게 된다.

[나] 일률의 정의는 단위 시간 동안에 한 일로서 단위는 W(와트)이며, 일률의 단위 1W는 1초당 1J의 일을 하는 것과 같다. 에너지 변환 장치에 있어서 입력 에너지에 대한 출력에너지의 비를 효율이라고 하며, 그 예로 10%의 효율을 가진 태양전지에 100W의 일률을 투입하면, 전기에너지의 일률 10W를 얻게 된다. 잠수함에서 승무원에게 산소 공급을 하기 위한 산소발생기는 전기 에너지를 이용해 작동하며, 잠수함에서 한 사람이 활동하는데 필요한 산소를 공급하기 위해서는 1kW의 전력이 필요하다. 잠수함 엔진의 출력은 잠수함이 움직일 때 필요한 동력을 제공할 뿐만 아니라 발전기를 돌려 전기 에너지를 공급함으로써 산소발생기를 가동시킨다.

[다] 약산 HA가 물에 녹으면 수용액에서 다음과 같은 이온화 평형을 이룬다. $HA(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons H_3O^+(aq) + A^-(aq)$
이 반응의 평형 상수 K 는 다음과 같이 나타낼 수 있다. $K = \frac{[H_3O^+][A^-]}{[HA][H_2O]}$
약산 수용액에서 물의 농도는 거의 일정하므로 상수로 취급하여 $K[H_2O] = K_a$ 라 놓으면, 위의 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다. $K_a = \frac{[H_3O^+][A^-]}{[HA]}$
이 때 K_a 를 이온화 상수라 하고, 이의 역수의 상용로그 값, 즉 $-\log K_a$ 를 pK_a 라 한다.

[라] 일반적으로 사람 혈액의 정상 pH는 7.4이다. 이 pH 값에서 위 또는 아래로 0.1 정도만 벗어나게 되면 심각한 질병이 유발하게 된다. 혈액의 pH를 7.4 부근으로 유지시키기 위하여 우리 몸은 다양한 완충 용액을 사용한다. 완충용액이란 산이나 염기를 가해도 그 용액의 pH가 크게 변하지 않는 용액이다. 완충용액은 약산과 이의 짝염기(또는 약염기와 이의 짝산)를 함께 사용하여 만들 수 있는데, 약산과 짝염기의 농도를 각각 $[HA]$ 와 $[A^-]$ 라고 하면 오른쪽 네모 안과 같은 반응에 의하여 화학평형이 성립한다. 어떤 완충용액이 pH의 큰 변화 없이 흡수할 수 있는 산이나 염기의 양을 완충용량이라 하는데, 최대 완충용량은 약산과 이의 짝염기의 몰농도가 같은

$HA + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$			
$[HA]$	$[A^-]$	0	처음 농도
$-\alpha$	$+\alpha$	α	변화

$[HA]-\alpha$	$[A^-]+\alpha$	α	평형농도

여기서 약산의 경우에 α 는 매우 작으므로 반응이 완결되었을 때, $[HA]-\alpha \approx [HA]$ 그리고, $[A^-]+\alpha \approx [A^-]$ 으로 보아도 좋다.

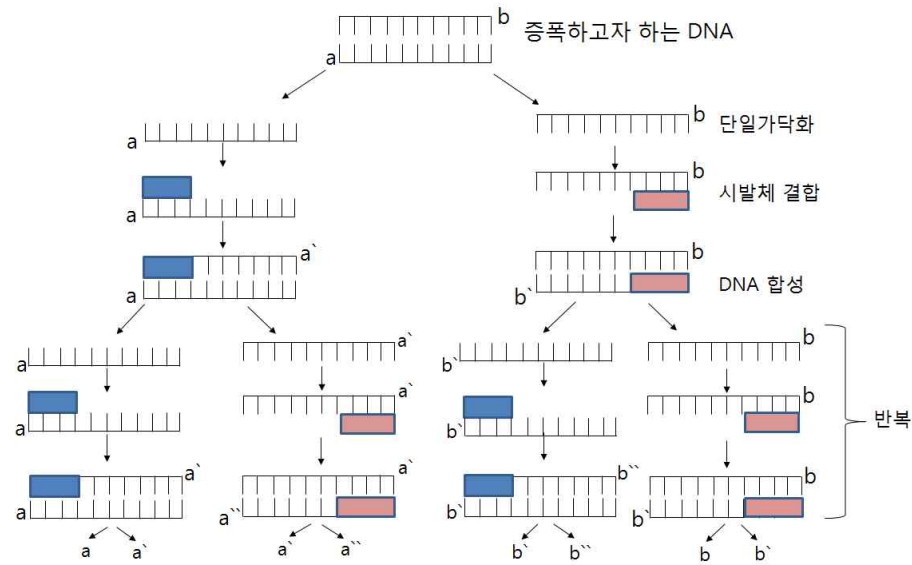
경우에 얻어질 수 있다.

[마] 1884년 프랑스의 화학자 르 샤틀리에에는 화학평형에 관한 규칙성을 연구하여 ‘가역 반응이 평형 상태에 있을 때 온도, 압력, 농도 등과 같은 조건을 변화시키면 그 조건의 변화를 감소시키는 쪽으로 평형이 이동하여 새로운 평형에 도달한다.’라는 평형 이동에 관한 법칙을 발표하였다. 이를 르 샤틀리에의 원리 또는 평형 이동 법칙이라고 한다.

[바] 우리 몸이 격렬히 운동을 하게 되면, 근육에서 약산의 일종인 젖산($pK_a=3.86$)이 생성된다. 적당한 젖산의 증가는 혈액의 pH 변화없이 완충 작용에 의하여 조절될 수 있으나, 과도한 양의 젖산은 완충용액의 완충용량을 넘어서게 된다. 또한 우리 몸은 운동 중에 근육세포의 산소호흡 결과로 이산화탄소 (CO_2)가 발생하게 된다. 생성된 이산화탄소는 다음과 같은 반응을 통하여 탄산으로 변화하고 혈액을 통해 폐로 이동하여 몸 밖으로 배출된다. $CO_2 + H_2O \rightleftharpoons H_2CO_3$

[사] 생체 내 DNA 복제 과정에서 이중나선의 모 DNA가 분리되어 상보적인 DNA 가닥을 만들기 위한 주형으로 작용한다. 이 DNA 복제 과정은 합성을 시작하고자 하는 부분의 DNA 주형에 상보적인 시발체라는 짧은 가닥이 결합되어야만 시작된다. 다음으로 DNA 중합효소는 시발체의 말단에 주형가닥을 따라서 5' → 3' 방향으로 염기결합법칙에 맞는 상보적인 염기를 연결하여 새로운 DNA 가닥을 만든다. 이렇게 하여 원래의 DNA 염기서열과 똑같은 새로운 2개의 딸 DNA 분자가 만들어지며, 이들 각각은 모 DNA 한 가닥씩을 나누어 가지게 되는 반보존적 방식으로 복제된다.

[아] 최근에 흔히 사용되는 유전자 검사는 DNA를 분석하는 분자유전검사이다. 분자유전검사에서 가장 널리 사용되고 있는 방법은 시료에서 추출한 전체 DNA에서 검사하고자 하는 부분만 시험관에서 인공적으로 증폭하는 중합효소연쇄반응법이다. 이 중합효소연쇄반응법의 원리는 (1) 이중나선의 DNA에 열을 가하여 단일가닥으로 분리하고, (2) 합성하고자 하는 부분의 이중나선 DNA 주형에 상보적인 한 쌍의 시발체를 결합시키고, (3) DNA 중합효소가 시발체의 말단에 DNA 주형을 따라서 상보적인 염기를 붙여 새로운 딸 DNA를 합성하게 된다. 이와 같은 (1) - (3)의 복제과정을 반복하면 DNA 분자 수는 두 배로 늘어난다. 결국 이와 같은 중합효소연쇄반응을 이용하여 몇 시간 안에 한 개의 DNA 분자로부터 1,000억 개 정도의 DNA 분자를 생산해 낼 수 있게 되어 소량의 모 DNA 분자와 똑같은 염기서열을 가진 많은 양의 새로운 DNA 분자를 만들어낼 수 있다. (아래그림 참조)



[자] 환자로부터 분리된 DNA를 이용하여 특정 질병 유전자를 중합효소연쇄반응법을 통하여 합성하고자 실험을 수행하였다. 이때 실험에 사용된 합성하고자 하는 DNA 이중나선의 염기서열과 각 DNA 주형 가닥에 결합하는 시발체 쌍의 염기서열은 다음과 같다.

☞ 증폭하고자 하는 DNA 이중나선 주형의 염기서열(----- : 염기서열 생략부분):
 5'-AATTGCTATTAGCATA-----GTGTCGATACATTA-3'
 3'-TTAACGATAATCGTAT-----CACAGCTATGTAAT-5'

☞ DNA 주형 가닥에 결합하는 왼쪽 시발체의 염기서열: 5'-AATTGCTATT-3'

☞ DNA 주형 가닥에 결합하는 오른쪽 시발체의 염기서열: 5'-ATTACATAGC-3'

<문제 II-1> 제시문 [가], [나]를 읽고 다음 질문에 답하시오. [20점]

열 명의 승무원을 태운 질량이 10톤인 잠수함이 수심 100m에서 초속 5m의 속도로 등속운동을 하고 있다. 저항력의 상수 B가 1000 Ns/m이고 발전기의 효율이 20%이다. 잠수함의 엔진의 동력을 이용해 발전기를 돌려서 산소발생기를 작동하고 있다.

- (1) 위와 같은 등속운동을 하기 위해서 필요한 잠수함의 추진력(N)과 산소공급을 고려한 엔진의 총 일률(W)을 구하는 과정을 논술하시오.
- (2) 위 문항(1)에서 얻어진 엔진의 총 일률을 산소발생기를 작동하지 않고 잠수함의 추진에만 사용하여 등속운동을 하게 한다면 그 때 잠수함의 속도(m/s)를 계산하는 과정을 논술하시오.

<문제 II-2> 제시문 [다], [라], [마], [바]를 읽고 다음 질문에 답하시오. [20점]

(1) 탄산완충용액은 혈액이 사용하는 가장 주요한 pH 조절 방법의 하나이다. 이는 탄산(H_2CO_3)을 약산으로, 탄산수소이온(HCO_3^-)을 짝염기로 사용한다. 탄산은 이온화 상수 K_a 가 4.3×10^{-7} ($pK_a=6.4$)인 약산이다. 같은 농도의 탄산과 탄산수소이온이 섞여 있는 완충용액의 pH를 기술하고, 여기에 탄산수소이온을 추가로 넣어주면 pH가 어떻게 변화할 것인지 그리고 그 이유가 무엇인지 논술하시오.

(2) 이산화탄소의 영향에 의하여 동맥과 정맥의 혈액 pH가 어떻게 차이가 날지 예측하고, 그 이유에 대하여 논술하시오. 단, 혈액의 pH는 탄산완충용액에 의해서만 조절된다고 가정하시오.

(3) 실제 여러분 혈액 내 탄산의 농도는 대략 0.0025 M 이다. 그렇다면 혈액의 pH를 정상으로 유지시키기 위한 혈액 내 탄산수소이온의 농도는 얼마가 되어야 하는가? 여기서 얻어진 신체 내 탄산과 탄산수소이온의 농도 차이가 혈액의 pH를 정상으로 유지시키기 위해서 어떻게 기능을 할 것으로 예상되는지 논술하시오. 단, 혈액의 pH는 탄산완충용액에 의해서만 조절된다고 가정하시오.

<문제 II-3> 제시문 [사], [아], [자]를 읽고 다음 질문에 답하시오. [20점]

(1) 중합효소연쇄반응법에서 1회의 복제 단계를 수행하는데 2분이 소요된다면 단일 DNA 분자에서 12분이 되는 시점에 존재하는 DNA 전체 분자 수는 몇 개인지 풀이과정을 서술하고 답을 쓰시오.

(2) 제시문 [자]와 같이 분자유전 검사를 위해 중합효소연쇄반응법을 수행하였다. 그 실험 결과 원하는 유전자의 DNA를 복제하여 대량으로 생산하는데 실패하였다. 제시문 [사], [아]를 참고하여 이 실험 과정에서 문제점을 찾아 논술하고 해결방법을 제시하시오. 단, 수행한 실험의 실패한 원인을 찾기 위하여 추가분석을 수행한 결과 실험과정에서 사용된 DNA 주형과 중합효소 및 딸 DNA 복제에 필요한 뉴클레오타이드는 문제가 없었다.