

## 2013학년도 모의논술고사 예시답안(자연계)

### <문제 I> 예시답안

1.  $d_1 = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$ ,  $d_2 = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}$  을 대입하면  
 $\{(x-1)^2 + y^2\}\{(x+1)^2 + y^2\} = k^2$  이 되고 이것을 정리하면

$$(1) \quad (x^2 + y^2)^2 - 2x^2 + 2y^2 - k^2 + 1 = 0 \text{ 이 된다.}$$

이 식에  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$  을 대입하여 정리하면

$$(2) \quad r^4 - 2r^2(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) - k^2 + 1 = 0 \text{ 또는}$$

$$(2') \quad r^4 - 2r^2 \cos 2\theta - k^2 + 1 = 0 \text{ 이 된다.}$$

2.  $k = \frac{1}{\sqrt{2}}$  이면 (2')은  $r^4 - 2r^2 \cos 2\theta + \frac{1}{2} = 0$  이 되고 이  $r^2$ 에 관한 이차방정식이 음이 아닌 근을 적어도 하나 가질 조건을 구하면 되는데, 이 경우에는 두 근의 곱이 이미 양이므로 두 근이 모두 양일 조건을 구하면 된다.

$$\text{판별식: } \cos^2 2\theta - \frac{1}{2} \geq 0,$$

$$\text{근의 합: } \cos 2\theta > 0,$$

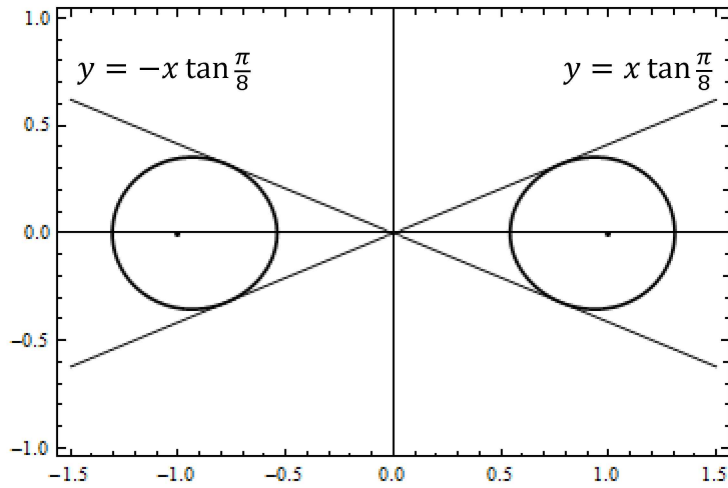
$$\text{근의 곱: } \frac{1}{2} > 0 \text{ (이미 만족)}$$

을 연립하여 풀면

$$\cos 2\theta \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ 이 되고, 이를 만족하는 } \theta \text{의 범위는 } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{8}, \frac{7\pi}{8} \leq \theta \leq \frac{9\pi}{8},$$

$$\frac{15\pi}{8} \leq \theta < 2\pi \text{가 된다.}$$

접선의 경우는 위에서 특히 판별식이 0이 되는 경우 이므로  $\cos 2\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$  이고 이로부터  $\theta = \frac{\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}, \frac{15\pi}{8}$ 가 나오게 되는데 이로부터 접선의 방정식은  $y = \pm x \tan \frac{\pi}{8}$  이 됨을 알 수 있다.



별해) 식 (1)과  $y = mx$ 를 연립하여 풀면

$$(3) \quad (1+m^2)^2 x^4 - 2(1-m^2)x^2 + \frac{1}{2} = 0$$

을 얻는데,  $x^2$ 에 관한 이 이차방정식이 중근을 가질 조건은

$$(1-m^2)^2 - \frac{1}{2}(1+m^2)^2 = 0 \text{이다.}$$

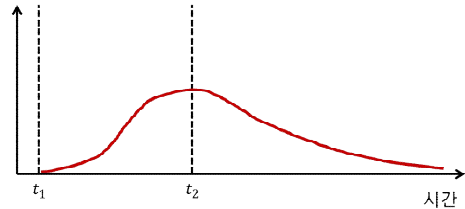
이로부터  $m = \pm(\sqrt{2}+1)$ ,  $m = \pm(\sqrt{2}-1)$ 를 얻는데 후자의 두 값에 대해서만 (3)에서 실수  $x$ 를 얻는다. 즉 구하는 접선의 기울기는

$$m = \pm(\sqrt{2}-1) \text{이다. (참고로 } \tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2}-1)$$

3.  $k$ 의 값이 0에 가까워짐에 따라 곡선  $d_1 d_2 = k$ 은 점점 작아져 결국 정점  $F_1, F_2$ 으로 수렴한다. 따라서 논제의 직선이 만약 존재한다면 그것은  $x$ 축이 되어야한다. 식 (1)에  $y=0$ 을 대입하면  $k^2 = (x^2-1)^2$ 이 되므로, 직선  $y=0$ 은 임의의  $k$ 에 대하여 곡선  $d_1 d_2 = k$ 과  $(\pm \sqrt{1+k}, 0)$ 에서 만난다.

## <문제 II-1> 예시답안

(1) 짧은 구리도선이 평행구리도선을 따라 낙하하면서 전구, 평행구리도선, 짧은 구리도선으로 이루어진 회로를 통과하는 자속이 시간에 따라 변하므로 페러데이 법칙에 따라 도선에 기전력이 유도된다. 유도된 기전력은 전구의 양단에 걸려 전구를 통해 빛과 열을 발산한다. (가) 즉, 짧은 구리도선의 중력에 대한 위치에너지가 낙하를 통해 운동에너지로 바뀌고, 전자기유도현상을 통해 전기에너지로 바뀐 후 빛과 열에너지로 발산된다. (나) 구리도선의 전 운동과정을 통해 전구에서 빛과 열로 발산하는 총 에너지는 구리도선의 초기 위치에너지,  $mgh$ 와 같다. (다) 유도 기전력은 자속의 시간 변화율, 즉 짧은 구리도선의 속력에 비례한다. 따라서 낙하 중 ( $t_1 < t < t_2$ )에는 중력 가속도에 의해 구리도선의 속력이 증가하므로 전구밝기가 증가하지만, 전류의 크기에 비례하여 자기장에 의한 로렌츠 힘이 구리도선에 낙하 반대방향으로 작용하므로 밝기의 증가율은 점차 줄어든다. 구리도선이 경사를 다 내려온 시점부터는( $t > t_2$ ) 운동을 방해하는 로렌츠힘만이 작용하므로 구리도선의 밝기 속력이 점차 감소하고 따라서 전구의 밝기는 순감소한다.



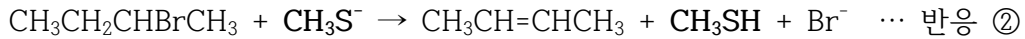
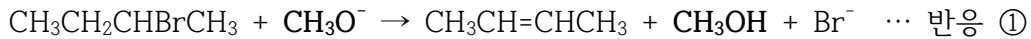
(2) 나무막대가 내려오는 동안은 전구가 이어진 회로에 아무런 변화가 없으므로 전구에 불이 들어오지 않다가 나무막대가 구리도선과 부딪쳐 구리도선이 움직이기 시작하면서 전구에 불이 들어온다. (가)의 경우, 나무막대와 구리도선의 탄성충돌에서 운동량과 운동에너지 모두 보존되므로, 나무막대와 구리도선의 질량을  $m$ , 충돌직전의 나무막대의 속도를  $v$ , 충돌후의 나무막대, 구리도선의 속도를  $V_1$ ,  $V_2$ 라 하면,  $mv + 0 = mV_1 + mV_2$ ,  $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}mV_2^2$ 이 성립하고, 따라서  $V_1 = 0$ ,  $V_2 = v$ 이다. 즉, 나무막대의 모든 운동에너지가 구리도선으로 옮겨지고, 이 에너지가 전구를 밝히는데 사용되므로, 전구에서 발생하는 총에너지는 나무막대의 초기 위치에너지  $mgh$ 와 같다. 즉 (1)에서와 같은 에너지를 발생한다. (나)의 경우, 충돌 후에 나무막대와 구리도선이 함께 움직이므로, 충돌 후의 속도를  $V$ 라 하면, 운동량 보존에 의해  $mv + 0 = 2mV$ , 즉  $\frac{1}{2}(2m)V^2 = m\frac{v^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{1}{2}mv^2$ 으로 충돌 후 구리도선의 운동에너지는 충돌 전 나무막대의 에너지의 절반밖에 되지 않는다. 따라서 구리도선의 운동 중에 전구에서 발생하는 총에너지는 나무막대의 초기 위치에너지의 절반, 즉  $\frac{1}{2}mgh$ 밖에 되지 않는다. 나머지 에너지는 나무막대와 구리도선의 충돌 중에 열에너지나 변형에너지에 소모되었다.

<문제 II-2> 예시답안

(1) 제시문 [라]에서 기술된 바와 같이, 이중결합을 중심으로 한 회전은 불가능하므로 2-부텐의 이중결합에 연결되어 있는 두 CH<sub>3</sub>의 위치에 따라 성질이 다른 이성질체가 나타날 것이다. 그러므로 다음과 같은 두 개의 이성질체를 생각할 수 있다.



(2) 2-부텐을 만드는 두 가지 방법인 반응 ①과 ②를 비교해보면, 반응물이 CH<sub>3</sub>O<sup>-</sup> 이 사용되어 CH<sub>3</sub>OH를 형성하느냐, 또는 CH<sub>3</sub>S<sup>-</sup>이 사용되어 CH<sub>3</sub>SH를 형성하느냐에 따라 반응의 효율이 다르게 나타남을 유추할 수 있다.



반응 ①이 반응 ②보다 더 많은 2-부텐을 형성하였으므로, 이들 반응은 CH<sub>3</sub>O<sup>-</sup> 이 사용되어 CH<sub>3</sub>OH를 만드는 반응이 더욱 잘 진행되며, CH<sub>3</sub>O<sup>-</sup> 이 CH<sub>3</sub>CH<sub>2</sub>CHBrCH<sub>3</sub> 의 H와 결합하는 능력이 CH<sub>3</sub>S<sup>-</sup>보다 우수하다는 의미가 된다. 이는 H를 중심으로 일어나는 반응이므로, 반응물 CH<sub>3</sub>O<sup>-</sup> 또는 CH<sub>3</sub>S<sup>-</sup>은 염기로 작용하여 CH<sub>3</sub>OH 또는 CH<sub>3</sub>SH을 형성한 것과 같다. 이를 [제시문 마]에서 설명한 산-염기 세기의 개념과 관련지어 설명하면, O와 S는 같은 족에 속하는 원소로, 족 위로 올라가면서 보다 강한 O-H 결합을 형성하고, 족 아래로 내려가면서 보다 약한 S-H 결합이 형성된 것이다. 즉, 반응물 CH<sub>3</sub>O<sup>-</sup>가 강한 염기로 작용하여 보다 강한 O-H 결합을 형성하였으므로 반응 ①이 더욱 많은 2-부텐을 형성하게 된 것이다.

### <문제 II-3> 예시답안

(1) ATP→ADP로, ADP→AMP로 분해될 때 발생하는 에너지는 약 36kcal/mol로, AMP→Adenosine으로 분해될 때 방출되는 에너지인 12.6 kcal/mol 과 비교해볼 때 고에너지 인산결합을 하고 있기 때문이다.

(대부분의 물질들은 이보다 낮은 에너지 결합을 하고 있다.)

(2) 효모증식에 유리한 것은 유기호흡이다. 왜냐하면 유기호흡을 통해 포도당 한분자로 38개의 ATP를 생성할 수 있고, 무기호흡을 통해서만 2개의 ATP 생성이 가능하기 때문이다. 따라서 유기호흡을 통해 생산된 풍부한 에너지는 효모증식에 관여하는 대사작용의 에너지원으로 사용된다.

ATP의 생산 효율성에서는 무기호흡이 유기호흡보다는 덜 효율적이거나 바이오에너지로 이용되는 에탄올의 형성은 혐기적 조건에서 생성된다. 따라서 사람은 효모가 포도당을 분해할 때 발효의 조건으로 이행될 수 있는 혐기조건의 무기호흡을 유도하면 보다 효율적인 바이오 에너지를 생산할 수 있다.