경희대학교 2013학년도
모의논술고사 문제지(자연계)

접수번호 | | | | | | 성 명( )

<유의사항>

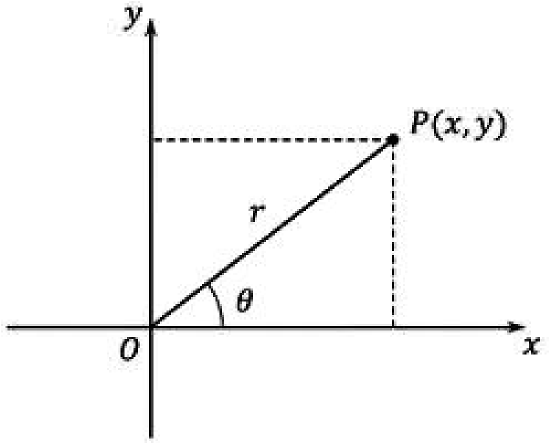
1. 제목은 쓰지 마시고 특별한 표시를 하지 마시오.
2. 제시문 속의 문장을 그대로 쓰지 마시오.
3. 답안작성과 정정은 반드시 본교에서 지급한 필기구를 사용하시오.
4. 본교에서 지급한 필기구를 사용하지 않았거나, 답안지에 특별한 표시를 한 경우에는 감점 또는 0점 처리합니다. (예: 감사합니다. 등)
5. 답안 정정 시에는 두줄을 긋고 작성하며, 수정액 등을 사용한 경우에는 0점 또는 감점 처리합니다.
6. 답안 작성은 답안지 인쇄된 부분을 이용하여 1장 이내로 작성하시오.

Ⅰ. 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

[가] 인수분해가 되지 않는 x, y에 관한 이차방정식 $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$ 을 만족하는 평면 위의 점 $P(x,\ y)$의 집합을 이차곡선이라 하고, 그 계수의 값에 따라 포물선, 원, 타원, 쌍곡선으로 분류할 수 있다. 이들은 또한 원뿔곡선이라고도 불리는데, 그 이유는 원뿔을 평면으로 자를 때 얻어지는 단면 곡선이기도 하기 때문이다.

[나] 이차곡선을 이해하는 또 하나의 관점은 이들을 평면 위의 두 정점과의 위치 관계에 따라 분류하는 방법이다. 즉, 두 정점 F_1, F_2로부터 점 P까지의 거리를 각각 $d_1=\overline{PF_1}$, $d_2=\overline{PF_2}$라 할 때, d_1+d_2를 일정하게 하는 점 P의 집합은 타원이고 $|d_1-d_2|$를 일정하게 하는 점 P의 집합은 쌍곡선이다. 이 두 점 F_1, F_2를 초점이라 하는데, 일찍이 케플러(1571~1630)는 포물선 역시 두 초점 중 하나가 "무한히" 멀리 떨어져 있는 타원 또는 쌍곡선으로 볼 수 있음을 이해하였다. 물론, 원은 두 초점이 일치하는 타원의 특별한 경우로 볼 수 있고, 또한 d_1/d_2를 일정하게 하는 점 P의 집합으로 이해할 수도 있다.(아폴로니우스의 원)

[다] 평면 위의 점은 직교좌표를 이용하여 실수의 순서쌍 $(x,\ y)$로 나타낼 수 있다. 또 다른 방법으로는 원점 O로부터 점 P까지 거리 $\overline{OP}=r$과 $\overline{OP}$가 x축의 양의 방향으로 회전한 각 θ를 이용하여 $(r,\ \theta)$로 나타낼 수 있다. 이를 극좌표라고 하며, $r\ge 0$, $0\le\theta<2\pi$일 때, $x=r\cos\theta$, $y=r\sin\theta$를 만족한다. 예를 들어 원점을 중심으로 하는 반지름 1인 원을 나타내는 방정식은 직교좌표로는 $x^2+y^2=1$인데 반해 극좌표로는 $r=1$이다. 점 P의 직교좌표와 극좌표의 관계는 아래와 같이 정리할 수 있다.

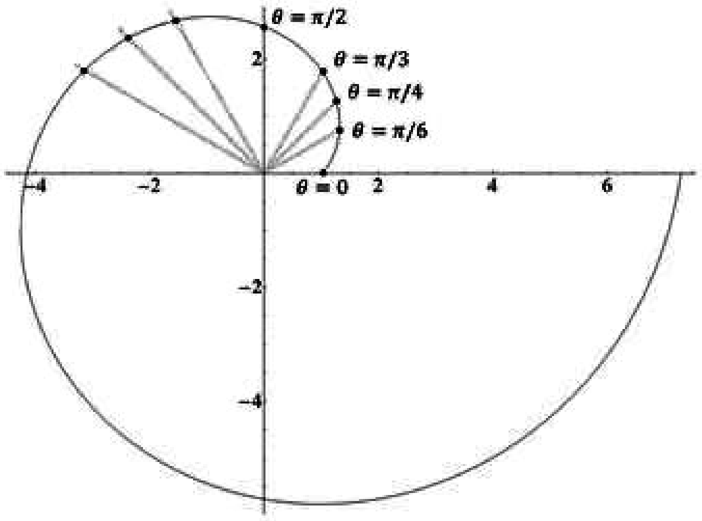


$r=\sqrt{x^2+y^2}$, $\tan\theta=\dfrac{y}{x}(x\ne 0)$

$x=r\cos\theta$, $y=r\sin\theta$

<뒷면에 계속>

극좌표 r, θ의 방정식으로 표현된 곡선은 몇 개의 값 θ에 대한 r의 값을 구하고, 이에 대응하는 점을 표시한 후 이렇게 얻은 점들을 적당히 연결하여 그 개형을 구할 수 있다. 예를 들어 $r = 1 + \theta$를 만족하는 점들의 집합은 $0 \le \theta < 2\pi$일 때, 다음 그림과 같은 나선의 형태가 될 것이다.



제시문 (나)의 논의를 확장하여 이제 두 정점 F_1, F_2로부터 거리의 곱이 일정한 점 P의 집합에 대하여 알아보자. 편의상 $F_1(1,0)$, $F_2(-1,0)$이라 하고 상수 k에 대하여 $d_1 d_2 = k$를 만족하는 점 P의 자취에 대하여 알아보자.

<**논제 Ⅰ-1**> $d_1 d_2 = k$를 만족하는 점 P에 관한 x, y의 관계식과 r, θ의 관계식을 각각 구하여라. (10점)

<**논제 Ⅰ-2**> $d_1 d_2 = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$를 만족하는 θ의 범위를 구하고, 원점을 지나고 이 곡선에 접하는 접선의 기울기(또는 x축의 양의 방향과 이루는 각)를 구하여라. (20점)

<**논제 Ⅰ-3**> $k \ge 0$의 값이 변하면 곡선 $d_1 d_2 = k$의 모양도 변할 것이다. 원점을 지나는 직선으로서 k의 값에 관계없이 이러한 곡선들과 항상 만나는 것이 존재하겠는가? (10점)

<다음 장에 계속>