<2012학년도 모의논술-자연계>

논 술 출 제 계 획 개 요

2012학년도 경희대학교 자연계 모의 논술고사는 자연계 고교 교과과목의 기본 개념들에 대한 이해도와 응용력에 기반하여, 다양한 자연 현상을 통합적 사고틀 안에서 학생들의 창의력, 이해능력, 논리적 사고능력과 해석력 그리고 설명능력을 측정할 수 있도록 출제되었다. 따라서 고등학교 교과 교육을 충실히 이수한 학생이라면 제시문을 활용하여 누구든지 풀 수 있는 문제들로 구성하였다.

특히 수학과 과학으로 제시문과 논제를 구별하여 출제한 점은 예년과 달라진 점이며, 2011학년도에서와 같이 자연계의 답안지는 원고지를 사용하지 않고 글자수를 제한하지 않았다. 논제 I의 경우 수학의 쉬운 소재를 활용하여 출제되었으나 단순한 지식 암기로 답안을 작성하기는 까다롭게 느껴질 수 있는 논제가 출제되었다. 제시문은 수학적 귀납법과 미분에 대한 설명이 제시되었다. 수험생들이 제시문을 활용하여 고교 과정에서 필요한 기본 개념을 이해하고 분석한 후 간단한 경우에 성립하는 수학적 원리를 일반적인 경우까지 확장할 수 있는 논리와 추론능력을 가지고 있는지를 평가하고자 하였다.

논제 II에서는 일본 원전 방사성 원소 유출과 관련하여 방사능에 대한 사회적 관심이 높아지고 있는 상태에서 이를 소재로 활용하여 과학 분야 전반에 걸친 다양한 제시문을 다루었다. 특히 요드와 인, 질소 등의 방사성 동위원소와 관련시켜 유전자 복제, 방사선의 종류와 특징, 화학 평형 등 생물, 물리, 화학 등 고교 과학을 전체적으로 통합하여 출제하였다.

제시문 [가]와 [나] 는 물리 및 화학 영역에서 다루는 원자와 원자핵에 대한 지식을 활용하여 방사선의 종류와 특징에 대한 내용을 제시하고 있다. 특히 물리I의 역학 단원에서 배운 구심력을 이해한다면 제시문을 발전적으로 이해할 수 있을 것이다. 제시문 [다]와 [라]는 화학의 기본적인 개념인 화학평형을 반응 메커니즘과 함께 이해하고, 이 개념과 모델을 이용하여 방사성 물질인 요오드의 체내 축적과 연관시켰다. 제시문 [마]와 [바]는 생물 II 수준의 내용이지만 방사성 동위원소를 생물 분야에서 표식으로 사용하여 내용을 그림과 함께 소개하였다.

논제 II-1에서는 방사선의 종류와 특징에 대해서 학습한 학생들에게 다소 평이한 문제가 되겠으나, 제시문의 내용에 착안하여 역학적 원리를 이용하여 방사선의 종류를 논술하려한 답안이 기대된다. 논제 II-2에서는 방사성 요오드의 체내 흡수 과정을 모델화하고 이에 따라 과학적 추론을 통해 그 피해를 줄이는 방법에 대해서 논증하게 하였다. 논제 II-3은 제시문의 내용과 그림을 활용하여 학교 과학과정을 정상적으로 이수한 학생이라면 모두 이해할 수 있는 허쉬의 실험에 대한 것이다. 이는 단순히 제시문 뿐 아니라 제시문과 함께 제시되는 그림, 도표, 그래프 등의 해석 능력도 함께 측정하고자 하는 의도이다.

모든 제시문은 고등학교 자연계 교과서 및 관련 참고 문헌에서 출제 의도 및 응시생들의 이해수준 등을 고려하여 발췌 혹은 재구성하였으며, 답안지 내용에 대한 평가는 제시문과 논제와 관련된 수학과 과학의 기본 개념의 이해력, 주어진 문제에 대한 분석력, 답안의 논리적 구성, 논의의 일관성과 타당성을 기준으로 하여 이뤄졌다.

2012학년도 모의논술고사 예시답안(자연계)

<논제 Ⅰ> 예시답안

1. 상수함수와 지수함수는 R 전체에서 미분가능하므로 $x \neq 0$ 에서 f가 미분가능임을 알 수 있다. 따라서 $x=0$ 에서 미분가능임을 밝혀야 한다.

$$f'(0)=\lim_{t\to 0}\frac{f(t)-f(0)}{t}=\lim_{t\to 0}\frac{f(t)}{t}$$

에서 주어진 조건으로부터

$$\lim_{t\to -0}\frac{f(t)}{t}=\lim_{t\to 0-}\frac{0}{t}=0,$$

$$\lim_{t\to +0}\frac{f(t)}{t}=\lim_{t\to +0}\frac{e^{\frac{-1}{t}}}{t}=\lim_{t\to +0}\frac{\frac{1}{t}}{e^{\frac{1}{t}}}=\lim_{s\to\infty}\frac{1}{e^s}=0$$

이다. 따라서 $f'(0)$ 이 존재하고 $f'(0)=0$이며. $f(x)$는 $x=0$에서 미분가능이다.

2. 수학적 귀납법을 사용하자.

먼저 $f'(0)=0$ 이므로 f 의 $n-1$ 계 도함수 $f^{(n-1)}(x)$가 $f^{(n-1)}(0)=0$ 이라 가정하자. 다음으로

$$f^{(n)}(0)=\lim_{t\to 0}\frac{f^{(n-1)}(t)-f^{(n-1)}(0)}{t}=\lim_{t\to 0}\frac{f^{(n-1)}(t)}{t}$$

를 구하는 계산에 있어, $t<0$ 일 때는 $f^{(n-1)}(t)=0$ 이므로 $\lim_{t\to -0}\frac{f^{(n-1)}(t)}{t}=\lim_{t\to -0}\frac{0}{t}=0$ 이다. 다음으로 $t>0$ 일 때

$$f'(t)=\frac{1}{t^2}e^{\frac{-1}{t}},$$

$$f''(t)=(-\frac{2}{t^3}+\frac{1}{t^4})e^{\frac{-1}{t}} \quad ,$$

...

$$f^{(n-1)}(t)=P(\frac{1}{t})e^{\frac{-1}{t}},\ (P(t)\text{는 } t\text{의 다항식})$$

이 됨을 알 수 있다.

따라서 로피탈의 정리를 사용하면

$$\lim_{t \to +0} \frac{f^{(n-1)}(t)}{t} = \lim_{t \to +0} \frac{P(\frac{1}{t})e^{\frac{-1}{t}}}{t} = \lim_{s \to \infty} \frac{sP(s)}{e^s} = 0$$

이 됨을 알수 있다. 따라서 $f^{(n)}(0) = 0$ 이다.

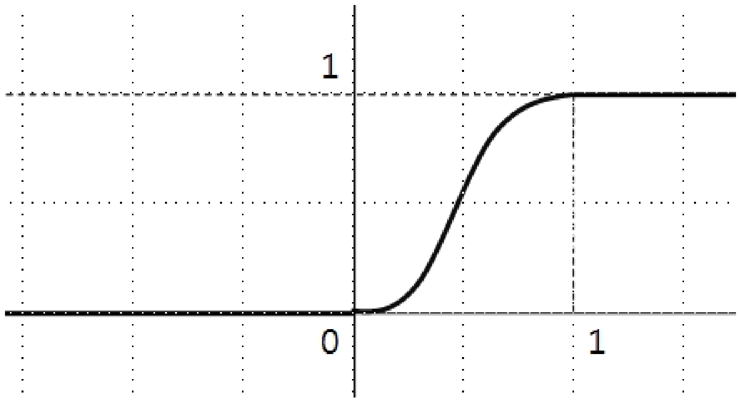
3. f 의 정의를 사용하면 함수 h 의 분모는 0이 아니며, f가 미분가능한 함수이므로 함수 h 가 미분가능임을 알 수 있다.

또한 $f \geq 0$ 이므로 $0 \leq h(x) \leq 1$ 이며,

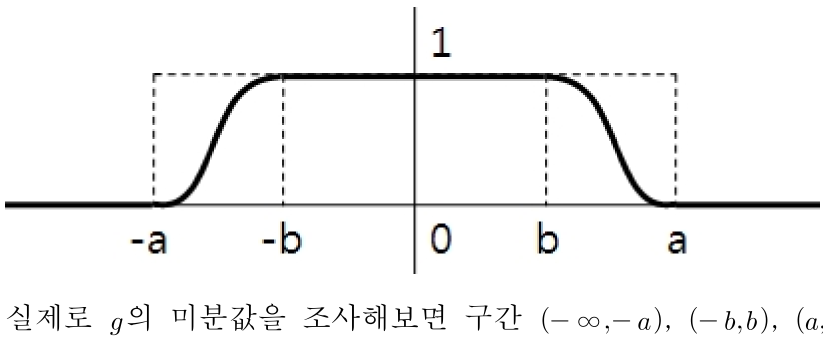
$x \leq 0$ 에서 $f(x) = 0$ 이므로 $h(x) = 0$ 이다.

그리고 $x \geq 1$ 에서는 $f(1-x) = 0$ 이므로 $h(x) = 1$ 이다.

또한 $0 \leq x \leq 1$ 에서 $h'(x) \geq 0$ 이므로, h 의 그래프는



4. 함수 h 가 미분가능하고 미분가능한 함수의 곱은 미분가능하므로 함수 g 는 미분가능하다. 그리고 $|x| \geq a$ 에서 $g(x) = 0$ 이 됨을 알수 있다. 또한 함수 h 의 정의와 그래프 및 g를 이용하면 $|x| \geq b$ 에서 $g(x) = 1$ 임을 알 수 있다. 따라서 함수 g 의 그래프는



실제로 g의 미분값을 조사해보면 구간 $(-\infty, -a)$, $(-b, b)$, (a, ∞)에서는 g의 함숫값이 0 혹은 1 이므로 이 구간들에서 $g'(x) = 0$이다. 구간 $(-a, -b)$와 (b, a)에서의 g의 미분값을 조사하기 위해 g를 미분하면

$$g'(x) = \frac{1}{a-b}\left[h'\left(\frac{x+a}{a-b}\right)h\left(\frac{-x+a}{a-b}\right) - h\left(\frac{x+a}{a-b}\right)h'\left(\frac{-x+a}{a-b}\right)\right].$$

한편 구간 $(-a, -b)$에서 $0 < \frac{x+a}{a-b} < 1$이고 $\frac{-x+a}{a-b} > 1$임을 알 수 있고, 구간 (b, a)에서는 $\frac{x+a}{a-b} > 1$이고 $0 < \frac{-x+a}{a-b} < 1$이다. h의 미분값을 조사해보면 구간 $(-\infty, 0)$, $(1, \infty)$에서 0이고

$(0,1)$에서는 양수이다. 따라서 구간 $(-a,-b)$에서

$g'(x)=\frac{1}{a-b}h'\left(\frac{x+a}{a-b}\right)h\left(\frac{-x+a}{a-b}\right)\geq 0$이고

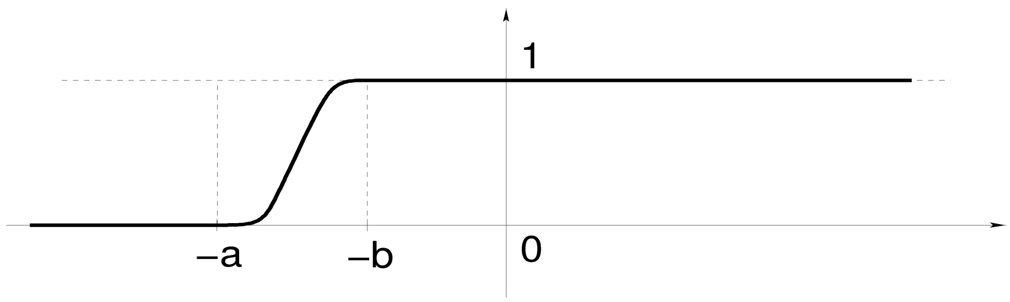
구간 (b,a)에서는

$g'(x)=-\frac{1}{a-b}h\left(\frac{x+a}{a-b}\right)h'\left(\frac{-x+a}{a-b}\right)\leq 0$임을 할 수 있다. 따라서 g의 그래프는 위의 그림과 같이 $(-a,-b)$에서 증가하고 (b,a)에서 감소한다.

별해) (3)의 결과를 이용하면

$h(\frac{x+a}{a-b})$ 는 $x\leq -a$ 일때 함수값이 0 이며,

$x\geq -b$ 일때 함수값이 1이다.



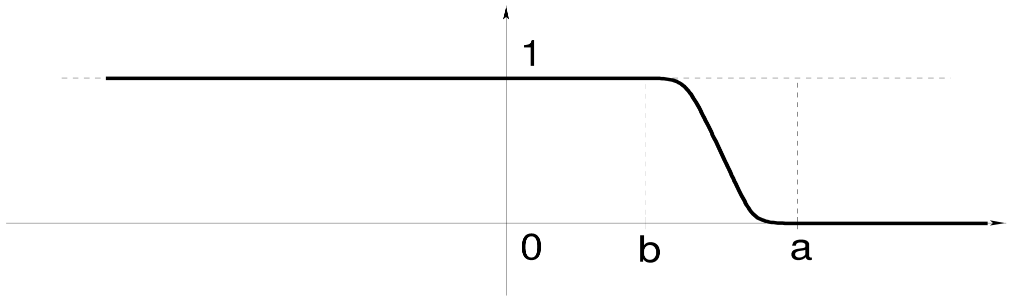
그리고 $-a<x<-b$ 에서 $h'(\frac{x+a}{a-b})=\frac{1}{a-b}h'(\frac{x+a}{a-b})\geq 0$ 이므로 $h(\frac{x+a}{a-b})$ 의 그래프는 다음과 같다.

마찬가지 방법으로

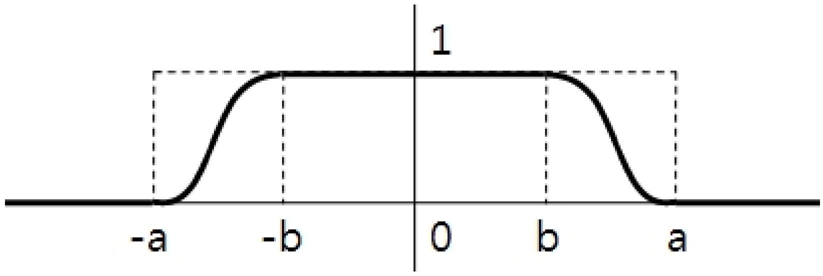
$h(\frac{-x+a}{a-b})$ 는 $x\geq a$ 일때 함수값이 0 이며,

$x\leq b$ 일때 함수값이 1이다.

그리고 $b<x<a$ 에서 $h'(\frac{-x+a}{a-b})=-\frac{1}{a-b}h'(\frac{x+a}{a-b})\leq 0$ 이므로 $h(\frac{x+a}{a-b})$ 의 그래프는 다음과 같다.



따라서 함수 g는 두 함수 $h(\frac{x+a}{a-b})$와 $h(\frac{-x+a}{a-b})$의 곱으로 정의되므로 g는 다음과 같은 그래프를 가진다.



<논제 Ⅱ-1> 예시답안

1. 제시문 [가]에 주어진 전기장, 자기장 실험에서 확실히 알 수 있는 성질은 바로 전하의 부호와 질량과 전하의 비율이다. γ선은 두 경우 모두 아무런 힘을 받지 않고 직선운동을 하므로 전하가 없다고 할 수 있다. 반면에, α선은 전기장 실험에서는 전기장의 방향에 따라 음극 방향으로 끌리고(또는 가속운동을 하고), 자기장 실험에서는 자기력을 받아서 진행방향의 오른쪽으로 휘어지는 원운동을 하므로 제시문 [나]에 의거하여 양의 전하를 가지고 있다고 할 수 있고, β선은 α선과 정반대로 움직이므로 음의 전하를 가지고 있다고 할 수 있다. 또한, 자기장 실험에서 자기력이 입자에 구심력으로 작용하여 원운동을 일으키므로, 이를 이용하여 원궤도의 반지름과 속력사이의 관계를 구할 수 있다.

$$|q|vB=\frac{mv^2}{r} \quad \rightarrow \quad \frac{r}{v}=\frac{m}{|q|}$$

즉, r/v 비는 질량과 전하의 비와 같다.

2. 문제 (1)에서 구한 식은 α선과 β선 둘다 성립한다. 문제의 조건에 의해서 β선은 전자이므로, β선의 질량과 전하의 비는

$$\left(\frac{m}{|q|}\right)_\alpha=\frac{m_e}{e}$$

이다. 따라서 문제의 조건에 의해서 α선의 질량과 전하 비는

$$\left(\frac{m}{|q|}\right)_\beta=\left(\frac{r}{v}\right)_\beta=3680\left(\frac{r}{v}\right)_\alpha=3680\frac{m_e}{e}$$

이다. α선이 양성자와 중성자로만 이루어져 있다고 할 때, 양성자만이 전하량에 기여를 하므로, 위 비율을 주는 구성은 양성자와 중성자가 같은 개수로 이루어져 있는 경우이다.

$$\frac{3680m_e}{e}=\frac{n(1840m_{e)}+n(1840m_{e)}}{ne}$$

<논제Ⅱ-2> 예시답안

1. 안정한 요오드(^{127}I)가 함유된 요오드화 칼륨(KI)과 같은 물질을 충분히 섭취하면, 방사성 요오드가 체내에 흡수되더라도 그 피해를 줄일 수 있다. 위 제시문을 바탕으로 그 이유를 논술하시오. 단, 티록신 형성에 필요한 갑상선 단백질의 양은 일정하기 때문에, 필요한 양 이상의 요오드가 체내에 흡수되더라도, 티록신은 일정량 이상 만들어지지 않는다고 가정하시오.

→ 유해한 ^{131}I을 포함한 티록신과 무해한 ^{127}I을 포함한 티록신의 양은 각 요오드 종의 체내 농도에 비례한다고 볼 수 있다. 안정한 요오드를 충분히 섭취하면 방사성 요오드가 체내로 흡수되더라도 두 요오드 종의 농도가 큰 차이를 나타내게 될 것이다. 두 티록신의 양은 두 요오드 종의 농도비에 따라서 만들어지므로, 유해한 ^{131}I을 포함한 티록신의 생성을 충분히 저해할 수 있을 것이다.

2. 티록신 형성 과정이 역반응도 활발히 일어나는 가역반응이라고 가정하면, 충분히 반응이 진행된 후 정반응과 역반응의 속도가 같아지는 동적 평형 상태에 도달하게 될 것이다. 이와 같이 티록신이 만들어지는 반응이 가역적인 경우와 제시문 2에 설명된 비가역적인 경우에 대하여, 체내로 흡수되는 방사성 요오드의 피해를 최소한으로 줄이기 위한 요오드화 칼륨의 복용 방법을 논술하시오. 단, 외부로부터 흡수된 요오드는 티록신을 형성하지 않는 한 24시간이 경과하면 땀과 소변을 통해 대부분 배출된다고 가정하시오.

→ 비가역적인 경우: 생성된 티록신은 분해되지 않고 체내에 축적될 것이므로, 방사성 요오드가 체내에 흡수되는 시점에 안정한 ^{127}I의 농도를 높게 유지하여 유해한 ^{131}I을 포함한 티록신의 생성을 억제해야 한다. 즉, 요오드화 칼륨이 예방제 역할을 하므로 방사성 요오드에 노출되기 전부터 직후까지 최소한 24시간 간격으로 충분히 복용해야 할 것이며, 유해한 ^{131}I을 포함한 티록신이 생성된 후에 복용한 요오드화 칼륨은 피해를 줄이지 못할 것이다.
가역적인 경우: 체내에 존재하는 안정한 ^{127}I과 방사성 ^{131}I의 상대적인 양에 비례하여 무해한 티록신과 유해한 티록신이 생성될 것이므로 방사성 ^{131}I에 노출되기 전에 가능한 많은 양의 안정한 ^{127}I를 섭취해야 할 것이다. 또한 유해한 티록신이 이미 생성된 경우에도 안정한 요오드를 많이 섭취하여 체내의 ^{127}I : ^{131}I비율을 증가시키면, 역반응에 의해 유해한 티록신에서 ^{131}I가 분리되고 ^{127}I : ^{131}I비율이 높기 때문에 다시 생성되는 티록신은 무해한 형태가 대부분을 이룰 것이다. 전체적으로는 티록신에 결합되어 있던 방사성 요오드가 분리되어 체외로 배출될 것이다. 따라서, 방사성 ^{131}I에 노출되기 전과 후에 최소한 24시간 간격으로 충분한 요오드화 칼륨을 복용해야 할 것이다.

<논제Ⅱ-3> 예시답안

1. 제시문 2의 증명실험에 사용된 표적물질로서의 ^{15}N을 제시문 1의 유전물질이 단백질인지 DNA인지를 증명한 연구에 ^{32}P 대신 사용될 수 있는지 없는지를 답하고 그 이유를 설명하시오.

→ 질소는 단백질의 주요 구성성분 아미노기에 포함되고, 또한 DNA의 염기에 주요한 구성성분이므로 단백질에는 없는 인(P)이나 DNA에는 없는 황(S)과 달리 단백질과 DNA에 모두 포함되므로 두 가지를 구분하는 실험에 사용할 수 없다.

2. 제시문 2의 실험에서 ^{14}N과 안정한 동위원소인 ^{15}N 대신 ^{31}P와 ^{32}P를 사용하였다고 가정한

다. 즉, ^{32}P로 표지된 대장균을 어버이(G_0)세대로 하여 ^{31}P 배지로 옮겨 자손 1세대(G_1),2세대(G_2),3세대(G_3)….자손 10세대(G_{10})를 얻었다. G_{10}의 모든 대장균을 모아서 추출한 DNA의 총량 중 ^{32}P가 표지된 DNA의 비율은 얼마인가? (G_0에서 G_{10}까지 배양하는데 걸린 시간은 28.6일 이었다). 풀이 과정을 설명하시오.

→ ^{32}P는 G_0의 DNA에만 표지된다. G_1부터 G_{10}세대에는 ^{31}P가 DNA합성에 사용된다. G_0에서 G_{10}으로 대장균이 세대증식 되었을 때, 증가되는 DNA의 양은 다음과 같이 계산된다. G0의 DNA양이 1이라면, G_{10}세대의 DNA양은 2^{10}=1024이 된다. ^{15}N과 달리 ^{32}P는 방사성 동위원소로 시간에 따라 붕괴되므로 28.6일 뒤에는 2번의 반감기가 되므로 처음 존재하는 ^{32}P 양의 1/4가 남아있게 된다. 즉, G0 세대에서 DNA에 표지 되었던 ^{32}P의 총량은 G_1부터는 ^{31}P 배지로 옮겨 주었으므로 더 이상 늘어나지 않고, 반감기에 의해 1/4로 감소되게 된다. 따라서 G_{10}세대의 대장균에서 추출된 총 DNA의 양이 1 (혹은 100%) 일 때, ^{32}P가 표지된 DNA의 양은 1/1024 X 1/4 = 1/4096 이 된다. (0.0002441%)