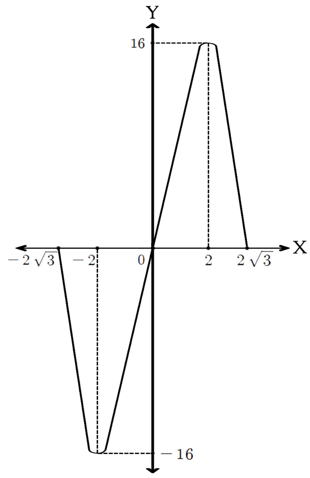
2012학년도 수시 2차 논술고사(일요일 오전) 예시답안

자연계 논술(일요일 오전)

<논제 I-1>

(1) 논제에 주어진 방정식 $(x+y)=f(x)+f(y)-3xy(x+y)$에 $x=0$과 $y=0$을 대입하면 $f(0)=0$을 얻는다. 제시문 [나]와 논제에서 주어진 방정식에 따르면



$$f'(x)=\lim_{\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x)+f(h)-3xh(x+h)-f(x)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\left[\frac{f(h)}{h}-3x(x+h)\right]$$

이다. 제시문 [나]와 $f(0)=0$을 이용하여

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\left[\frac{f(0+h)-f(0)}{h}-3x(x+h)\right]=f'(0)-3x^2$$

이고 논제에서 주어지기를 $f'(0)=12$이므로

$$f'(x)=-3x^2+12$$

임을 구할 수 있다. $x=\pm 2$에서 $f'(x)=0$이므로 $x=2$에서 극댓값 16을 갖고 $x=-2$에서 극솟값 -16을 갖는다.

(2) 논제에서 주어진 방정식 $f(x)=1+xg(x)$에 $x=0$ 을 대입하면

$$f(0)=1 \qquad (*)$$

이다. 제시문 [나]와 논제에서 주어진 방정식 $f(x+y)=f(x)f(y)$에 따르면

$$f'(0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(0)f(h)-f(0)}{h}$$

이고 (*)와 논제에서 주어진 방정식 $f(x)=1+x\,g(x)$와 $\lim_{x\to 0} g(x)=1$에 의해

$$f'(0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-1}{h}=\lim_{h\to 0} g(h)=1 \qquad (**)$$

을 얻을 수 있다. 제시문 [나]와 논제에서 주어진 방정식 $f(x+y)=f(x)f(y)$에 따르면

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x)f(h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x)[f(h)-1]}{h}$$

이고 (*)와 (**)로부터

$$f'(x)=f(x)\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(0)}{h}=f(x)f'(0)=f(x)$$

임을 알 수 있다. 따라서, $f'(-x)=f(-x)$이고, 논제에서 주어진 방정식 $f(x+y)=f(x)f(y)$에 의해 $f(0)=f(x-x)=f(x)\,f(-x)$이므로 $f(0)=f'(x)f'(-x)$이다. 그러므로, (*)로부터

$$f'(-x)=\frac{f(0)}{f'(x)}=\frac{1}{f'(x)}$$

이 성립한다.

<논제 I-2>

논제에서 주어진 방정식 $(x+y)=f(x)+f(y)$에 $y=x$를 대입하면 $f(2x)=2f(x)$이고 $y=2x$ 를 대입하면 $f(3x)=f(x)+f(2x)=f(x)+2f(x)=3f(x)$을 얻을 수 있다. 이 과정을 반복하여 주어진 방정식에 $y=(n-1)x$를 대입하면

$$f(nx)=f(x)+f((n-1)x)=f(x)+(n-1)f(x)=nf(x) \qquad (*)$$

이다. 한편, 제시문 [다]에 따르면

$$^{1}f(1+x)\,dx=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\ 1+\frac{k}{n}\Big)\cdot\frac{1}{n} \qquad (**)$$

을 확인할 수 있다. 제시문 [다]와 $(*)$에 의해

$$\int_{11}^{22}f(x)\,dx=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(11+\frac{11k}{n}\right)\cdot\frac{11}{n}=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} 11f\left(1+\frac{k}{n}\right)\cdot\frac{11}{n}=121\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(1+\frac{k}{n}\right)\cdot\frac{1}{n}$$

$(**)$와 논제에서 $\int_0^1 f(1+x)\,dx=11$이므로

$$\int_{11}^{22}f(x)\,dx = 121\int_0^1 f(1+x)\,dx=121\cdot 11=1331$$

이다.

<논제 I-3>

논제에서 주어진 방정식 $4(1-x)^2 f\left(\frac{1-x}{2}\right)+16f\left(\frac{1+x}{2}\right)=16(1-x)-(1-x)^4$에서 $\frac{1-x}{2}=t$라고 놓고 정리하면

$$t^2f(t)+f(1-t)=2t-t^4 \qquad (*)$$

이 성립한다. $(*)$의 양변에 t대신 $1-t$를 대입하여 정리하면

$$(1-t)^2f(1-t)+f(t)=2(1-t)-(1-t)^4 \qquad (**)$$

을 구할 수 있다. $(*)\times(1-t)^2-(**)$로부터

$$(t^2-t+1)(t^2-t-1)f(t)=(1-t^2)(t^2-t+1)(t^2-t-1)$$

를 얻는다. 모든 실수 t에 대하여 $t^2-t+1\neq 0$이므로

$$(t^2-t-1)f(t)=(1-t^2)(t^2-t-1)$$

이다. 그러므로 $t\neq\frac{1\pm\ 5}{2}$ 인 t에 대하여 $t^2-t+1\neq 0$이므로 $f(t)=1-t^2$임을 알 수 있다.

그리고 $t=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$, 이 두 곳에서 함수 $f(t)$를 적당한 값으로 정의하면

$$f(x)=\begin{cases}1-x^2, & x\neq\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}\\ c, & x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\\ d, & x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}\end{cases}$$

를 얻을 수 있다(단 c와 d는 실수이다).

<논제 II-1>

(1) 음의 에너지는 수소분자가 서로 결합되어 있는 상태를, 양의 에너지 상태는 수소 원자가 속박을 벗어나 자유롭게 움직이는 상태를 의미한다. 총 에너지가 (ㄱ) 상태에 있는 것은 운동에너지가 0(zero)인 상태이며 이때 수소 원자간 거리는 x_0만큼 떨어져서 안정한 상태에 있다. (ㄴ) 상태에 있다면 운동에너지는 위치에너지보다 크기가 작으며 수소원자는 속박 상태에서 x_1과 x_2 사이를 진동하게 된다. (ㄷ) 상태에 있으면 수소 원자들의 결합은 끊어지고 수소원자는 서로 자유롭게 운동하는 상태가 된다.

(2) 티민의 원자구조를 파괴하기 위해서는 결합에너지 보다 큰 에너지의 빛을 조사하여야 한다. 아인슈타인의 광량자 가설에 의하면 빛은 불연속적인 에너지의 흐름으로써 파장을 가지지만 에너지가 양자화 됨으로써 빛은 입자성과 파동성을 모두 가진다. 이때 광자 에너지는 아래와 같이 플랑크 상수와 그 빛의 진동수의 곱으로 표현된다.

$$hf = \frac{hc}{\lambda}$$ (단, f를 v로 써도 무방함)

여기에서 f는 빛의 진동수, λ는 빛의 파장, h는 플랑크 상수로써 6.6×10^{-34} Js이며 빛의 속도 c는 3×10^{8} m/s이다. 따라서 자외선 살균을 위해서는 빛의 에너지가 3.17 eV 이상을 가져야 하며 이때의 파장은 아래의 수식에 의해 계산할 수 있다. $= \frac{hc}{\ } = \frac{hc}{3.17eV}$ (h가 eV 단위) 또는

$$\lambda = \frac{hc}{3.17\times1.6\times10^{\ 19}J}$$ (h가 J단위)

<논제 II-2>

(1) 물의 정화과정(정수 처리 과정)은 크게 취수, 약품처리, 응고와 응집, 침전, 여과, 소독, 저장의 총 7단계로 나눈다.

상수원에서 취수된 물은 먼저 침사지에서 굵은 모래, 흙 등을 가라앉힌 후, 황산알루미늄, 염소(Cl_2)등을 넣어서 암모니아성 질소, 철, 망간 등을 산화시킨다. 이때, 침사지에서 가라앉지 않는 미세한 흙 입자를 가라앉히기 위해 첨가된 응집용 약품인 백반(황산알루미늄, $KAl(SO_4)_2\cdot12H_2O$)과 수산화칼슘($Ca(OH)_2$)이 반응하여 젤라틴 모양의 수산화알루미늄($Al(OH)_3$)을 형성한다.

$$Al^{3+} + 3OH^{-} \rightarrow Al(OH)_3$$

형성된 수산화알루미늄은 탁한 물속의 흙 등 미세한 입자들을 엉기게 하여 침전지에 가라앉힌다. 여기서 가라앉지 않은 불순물은 모래와 자갈로 된 여과지에서 걸러 물을 맑게 한다. 최종적으로 물에 남은 세균을 죽이기 위해 염소 소독을 한 다음, 배수지와 송수 펌프를 이용하여 원하는 장소로 공급한다.

염소를 물에 넣으면 아래와 같은 화학반응에 의해 하이포아염소산(HOCl)이 생성되어 강력한 살균작용을 한다.

$$H_2O + Cl_2 \rightarrow HCl + HOCl$$

살균제로 사용한 염소는 물속의 유기물과 반응하여 발암성 물질인 트리할로메탄(trihalomethane, THM)이 생성되는 경우가 있다.

(2) 반투막에 의해 순수한 용매와 분리되어 있는 용액에 삼투압보다 더 큰 외부압력을 가해주면 역삼투(reverse osmosis) 현상이 일어난다. 역삼투압을 이용한 물의 정수는 반투막인 고분자 멤브레인을 통하여 물질이 이동하는 현상을 이용한 방식으로 막의 구멍(분자간의 틈새)은 물 분자를 통과시키기에 충분한 크기이며 높은 수압으로 인해 물 분자는 막을 통과하고 오염 물질과 같은 물보다 큰 분자는 통과시키지 않고 남기는 방법이다.

역삼투에서는 반투막이 용질입자를 제거하는 “분자 거르게” 역할을 한다. 체액보다 훨씬 고장액이기 때문에 마실 수 없는 바닷물의 탈염 (desalination)에 이 사실을 이용할 수 있다. 바닷물과 순수한 물 사이의 삼투압은 24.8 기압(atm)이다. 역삼투압을 이용한 정수는 (아래 그림과 같이) 물 분자만을 통과시킬 수 있는 반투막을 장치 통로에 설치하고, 반투막을 사이에 두고 바닷물 쪽에서 기계적으로 24.8 기압(atm)이 넘는 큰 압력을 가하여 바닷물 속의 물만 반투막을 통하여 순수한 물 쪽으로 흘러나오게 한다. 이것을 ″역삼투 현상″이라 한다. 역삼투압 현상을 이용하면 유기물은 물론 이온까지 모두 걸러낼 수 있으므로 거의 순수한 물을 얻을 수 있다. 이 때 보다 빠르고 효율적으로 많은 양의 식수를 얻기 위해서는 보다 높은 압력과 그 압력을 견디며 물 분자만을 통과시킬 수 있는 고성능의 반투막이 필요하다. 최근에는 100 기압까지 견딜 수 있는 반투막이 사용되어 순수한 물을 얻고 있다.

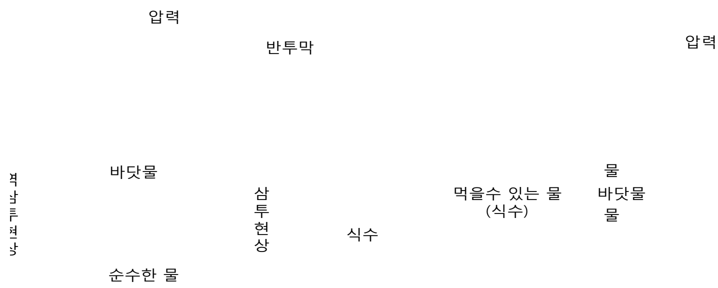


그림. 역삼투 현상에 의한 물의 제조

그림. 역삼투 현상을 이용한 바닷물의 정수.

<논제 II-3>

(1)

▶ 아래가 맞게 논술되면 최고 4점.

지질분자의 친수성을 띄는 <u>극성 또는 전하 부위는 물과 접촉하는 바깥쪽으로, 그리고 소수성 지방 사슬들은 안쪽으로 서로 마주보도록 지질분자들을 2층으로 배치</u> (2점) 하고, 옆쪽으로도 연속적으로 이어지게 배열된 이중지질층의 막이 형성되어, 궁극적으로는 <u>막의 양 끝도 이어져서 닫히게 되면서</u> (1점) 내부의 수용액 공간과 외부의 수용액 공간이 분리되게 된다. 한편, 이중지질층을 구성하는 지질분자의 지방산 사슬들의 길이와 불포화도는 이중지질층의 <u>세포막이 적당한 유동성을 가지도록</u> (1점) 한다.

▶ 아래에 나열된 수송의 종류가 맞게 논술되면 1개당 1점, 최고 3점.

① 지용성의 용질은 세포막을 확산으로 통과할 수 있으나 (1점),

② 극성 또는 전하를 띄는 작은 수용성의 용질은 단백질의 도움으로 수송되어진다 (1점). 이 때 에너지를 사용하여 전기화학적 구배를 거슬러서 능동적으로, 또는 에너지를 사용하지 않고 전기화학적 구배를 따라서 수동적으로 수송되기도 한다.

③ 물의 경우는 극성이지만, 분자량이 작아 운동성이 좋고 고농도로 존재하기 때문에 농도 구배를 따라서 세포막을 직접 통과할 수도 있으나, 채널 단백질을 통하여 주로 흐르며 (1점), 물의 흐름을 삼투현상이라 부른다.

④ 무기질 이온들은 해당하는 채널 단백질의 구멍 (문)이 열렸을 때 흘러서 수송되기도 한다 (1점).

⑤ 단백질과 같은 거대 용질은 내포 (Endocytosis) 및 외포 (Exocytosis) 작용에 의하여 수송되며 (1점), 수용체 단백질에 결합하는 용질들 또한 이와 같이 수송되기도 한다.

(2)

① 세포막 단백질 유전자의 발현을 조절하거나 (1점),

② 그리고 발현된 세포막 단백질을 내포 또는 외포 작용을 통하여 조절함으로서 (1점), 세포막 표면에 존재하는 단백질의 종류 및 양이 조절되고, 따라서 선택적 수송의 조절이 기본적으로 이루어진다.

③ 한편, 다양한 화합물, 기계적 힘 또는 전압의 변화와 같은 자극에 의한 단백질의 구조변화와 (1점),

④ ATP와 같은 에너지에 의한 단백질의 구조변화 (1점) 등도 선택적 수송을 조절하게 되고, 이러한 단백질을 이용한 수송에는 한정된 단백질의 발현량 및 단백질 구조의 변화 속도 등으로 인하여 수송의 정도가 제한되는 포화 현상이 나타난다.

⑤ 외부환경에 비교적 노출되어 생활하는 세포들은 세포벽 등으로 삼투압의 변화에 적응하였고 (1점),

⑥ 노출되지 않는 내부 환경에서 생활하는 세포들은 소화기관 및 배설기관 등에서 물의 삼투를 유도하는 용질의 수송을 조절함으로서 세포 외액의 삼투압적 항상성이 유지되도록 하는 적응을 하였다 (1점).