

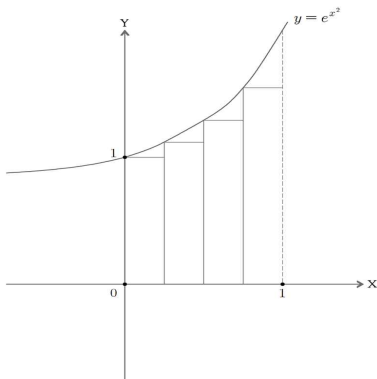
2012학년도 수시 2차 논술고사 예시답안

자연계 논술 (토) 오전

<문제 I-1>

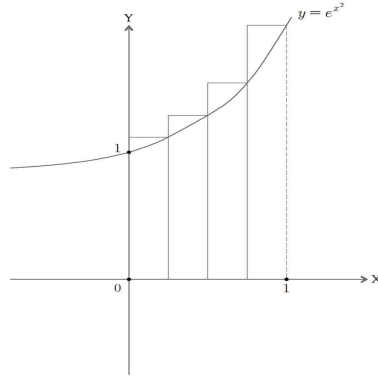
(1) 주어진 함수는 증가함수이므로 왼쪽 끝점을 이용하였을 때 근사값이 영역의 넓이보다 작고, 오른쪽 끝점을 이용하였을 때는 근사값이 크게 된다. 그래서 왼쪽 끝점을 이용하였을 경우에는 오차가 음수가 나오고, 오른쪽 끝점을 이용하였을 경우에는 오차가 양수가 나오게 된다. 따라서, 표 A는 좌종점 근사값에 대한 오차이고, 표 B는 우종점 근사값에 대한 오차이다.

(ㄱ)



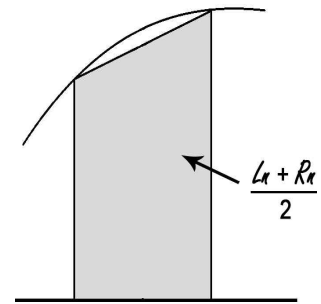
좌종점 근사값(표 A)

(ㄴ)



우종점 근사값(표 B)

(ㄷ)



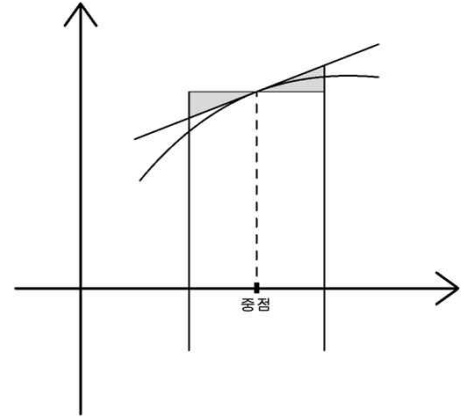
(2) 왼쪽 끝점을 이용한 근사값은 실제 영역의 넓이보다 작고, 오른쪽 끝점을 이용한 근사값 R_n 은 실제 영역의 넓이보다 크다. 여기에서 두 오차의 평균이 훨씬 에 가깝다는 사실을 확인하고, 이 사실로부터 L_n 과 R_n 의 평균값이 영역의 넓이에 더 가까운 근사값을 만든다는 것을 유추할 수 있다. 이때 L_n 과 R_n 의 평균값은 각 소구간에서 왼쪽 끝점과 오른쪽 끝점에 대응되는 함수값을 잇는 사다리꼴의 면적의 합과 같음을 위 그림의 (ㄷ)을 통해서 알 수 있다.

<문제 I-2>

함수 $f(x)$ 의 이계도함수를 살펴보면

$$f''(x) = \frac{-5}{4x^2 + 3x + 1} < 0$$

임을 알 수 있다. 따라서 주어진 함수는 위로 볼록함수가 된다. 이때, 중점에서의 접선의 그래프를 그리고 접선에 의해서 만들어진 두 개의 직각삼각형이 합동이므로(오른쪽 그림 참조) 각 소구간의 중점에 대응하는 함수값을 높이로 갖는 직사각형의 넓이는 그 점에서의 접선을 한 변으로 하는 사다리꼴의 넓이가 같아짐을 알 수 있다. 그런데 함수가 위로 볼록이므로 그 접선은 주어진 함수의 그래프 위쪽에 있게 되고, 따라서 각 소구간에서의 사다리꼴의 넓이가 그 소구간에서의 함수의 정적분값보다 크게 된다. 따라서 이 방법을 통한 근삿값은 실제 정적분값보다 큼을 알 수 있다.



<문제 I-3>

주어진 부등식

$$(n-1)! \leq n e^{-n} e \leq n!$$

을 증명하는 것은 위의 부등식의 모든 변에 로그함수를 취한 부등식

$$\ln(2) + \ln(3) + \dots + \ln(n-1) \leq n \ln(n) - n + 1 \leq \ln(2) + \ln(3) + \dots + \ln(n)$$

을 증명하는 것과 같다. 여기서 영역 $[1, n]$ 에서 정의된 함수 $y = \ln(x)$ 를 생각하고, 영역 $[1, n]$ 을 길이가 1인 n 개의 소구간으로 나누고 좌중점 근삿값을 구하는 공식을 함수 $y = \ln(x)$ 에 적용하면 다음과 같은 부등식

$$\ln(2) + \ln(3) + \dots + \ln(n-1) \leq \int_1^n \ln(x) dx$$

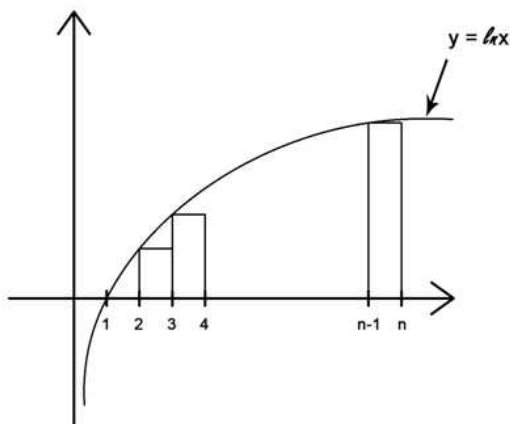
을 얻을 수 있다. 이번엔 우중점 근삿값을 구하는 공식을 함수 $y = \ln(x)$ 에 적용하여

$$\int_1^n \ln(x) dx \leq \ln(2) + \ln(3) + \dots + \ln(n)$$

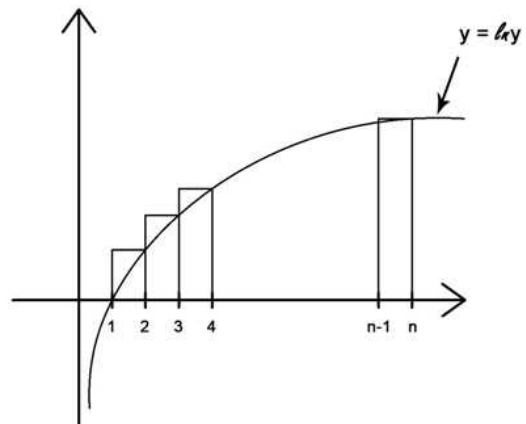
임을 알 수 있다. 이때, 제1문 2에서 주어진 미적분학의 기본 정리를 이용하면

$$\int_1^n \ln(x) dx = [x \ln(x) - x]_1^n = n \ln(n) - n + 1$$

임을 알 수 있고, 따라서 원하는 부등식을 보일 수 있다.



좌중점 근삿값



우중점 근삿값

<문제 II-1>

(1)

$$t_{AB} = t_{AO} + t_{OB} = \frac{AO}{v_1} + \frac{OB}{v_2} = \frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{c/n_1} + \frac{\sqrt{(a-x)^2 + b^2}}{c/n_2}$$

가장 빠른 시간으로 간다는 것은 B의 x에 대한 변화가 0이 된다는 것을 의미하므로

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{dt_{AB}}{dx} \\ &= \frac{1}{c} \left(\frac{n_1 x}{\sqrt{x^2 + h^2}} - \frac{n_2 (a-x)}{\sqrt{(a-x)^2 + b^2}} \right) \\ &= \frac{1}{c} (n_1 \sin \theta_1 - n_2 \sin \theta_2) \end{aligned}$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2,$$

$$\therefore \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta} = \frac{n_2}{n_1}$$

(2) 밀도가 높으면 빛의 입사에 대해 빛 에너지의 흡수와 재방출 과정이 더 많이 일어나게 되고 따라서 시간적 지연과정이 더 많아짐으로써 빛의 속도를 떨어뜨리는 요인이 된다. 얼음의 밀도는 물의 밀도보다 낮기 때문에 빛의 속도는 얼음에서가 물에서보다 더 빠르게 되고 빛이 공기와 얼음의 표면에서 속도변화가 공기와 물 표면에서의 속도변화보다 작기 때문에 굴절률도 작아진다. (빛의 속도는 $v_{\text{공기}} > v_{\text{물}}$ 이므로 굴절률은 $n_{\text{얼음}} < n_{\text{물}}$ 이다.)

<문제 II-2>

(1) 저온으로 인한 나무의 냉해는 줄기를 단열재로 감싸는 것으로 피해를 어느 정도 줄일 수 있다. 그러나 오렌지와 같이 저온에 비교적 취약한 수종의 경우에는 뿌리의 단열 또한 중요하게 된다. 나무 주위의 흙을 적셔 놓으면, 기온이 낮아져 물이 얼어 얼음이 되는 과정에서 열(융해열)이 빠져 나간다. 이때 물로부터 빠져 나오는 열이 나무의 뿌리를 냉해로부터 보호 한다. 또한 얼음은 단열 효과가 있어 냉해로부터 나무를 보호 한다. 이러한 방법은 나무 주위의 흙이 마른 흙으로 덮인 경우 보다 보온 효과가 뛰어나며, mulch나 낙엽 등이 없는 경우 더 효과적이다. 미지근한 물을 사용하게 되면 물로부터 방출되는 열의 양을 더 크게 하므로 보다 효과가 높다.

(2) 가스렌지에 사용된 연료는 주성분이 메탄인 액화 천연 가스이다. 메탄이 연소하면 이산화탄소와 물이 발생 한다. 이때 발생하는 물은 연소열에 의해 수증기 상태로 기화하는데, 냄비에 담긴 물이 충분히 덩어지기 전에는 냄비에 담긴 물에 의해 열을 빼앗기고 응축되어 냄비의 외부 표면에 물방울이 생기게 된다.

(3) 삼각 플라스크 안에 있는 물을 끓이면 삼각 플라스크 내부의 공기와 일부의 물이 수증기 상태로 빠져 나가게 된다. 그 상태에서 삼각 플라스크의 입구를 막으면 플라스크의 내부는 수증기로 채워지게 된다. 삼각 플라스크의 옆면을 얼음으로 문지르면 수증기의 온도가 얼음에 의해 식혀져 부피가 감소하고 플라스크 내부의 압력은 낮아진다. 압력이 낮아지면 플라스크 안에 있는 아직 뜨거운 물이 끓어오르게 된다.

<문제 II-3>

(1)

- ① 단백질과 핵산이 보여주는 결합의 다양성과 특이성은 각각의 경우 아미노산 (20개)과 뉴클레오티드 (4개)의 중합으로 나타나는 다양한 아미노산 배열과 염기 배열에 의하여 확보되었다 (5점).
- ② 단백질은 아미노산(20개) 배열로 인하여 α 나선 구조 (β 병풍 구조) 등의 (2차원적) 구조를 바탕으로 하여 3차원 (입체)적 (또는 4차원적)인 구조를 갖게 된다 (2점).
- ③ DNA의 두 가닥에서 염기(4개) 배열이 상보적이면 이중나선 구조를 가지게 되고, RNA 또한 염기배열에 따라 이중나선 구조를 부분적으로 가지기도 한다 (2점). 이러한 아미노산과 염기의 다양한 배열에 바탕을 두고 형성되는 단백질 및 핵산의 구조는 서로 사이의 특이적인 결합은 물론, 작은 생체분자들과의 특이적인 결합현상도 가능하게 하여 생명의 유지 및 조절이 일어나도록 한다.

(2)

▶ 아래에 나열되고 있는 인자가 논술되면 1개당 1점이나, 최고 점수는 2점.

- ① 염의 농도,
- ② 수소이온 농도(pH),
- ③ 온도,
- ④ 그리고 용질의 농도 등이 수용액 상에서 비공유결합의 형성 및 친화도에 영향을 준다.

▶ 아래에 나열되고 있는 세포 내의 단백질 결합 조절 방식이 논술되면

1개당 1점이나, 최고 점수는 2점.

- ① 인산화, 아세틸화, 당화 등의 화학적 수식.
- ② Ca^{+2} 이온, 스테로이드 호르몬 등의 결합.
- ③ 단백질의 부분절단.
- ④ 단백질 복합체의 형성.
- ⑤ 세포내 단백질의 위치 이동.