# 출 제 원 칙

## 1. 출제 방침

(1) 고교 교과서에 기반한 고교 과정 내의 문제를 출제한다.

(2) 제시문에 대한 독해력과 분석력, 제시문을 바탕으로 제시된 문제를 해결하는 사고력과 적용하는 능력, 생각하는 바를 논리적으로 전개하는 논술능력을 측정하는 문제를 출제한다.

## 2. 출제 유형

(1) 지문제시형 문제를 출제한다.

(2) 제시문은 고교 교과서(“수학Ⅰ”, “수학Ⅱ”, “미적분 Ⅰ”, “확률과 통계”)를 참조하여 구성한다.

(3) 수리논술 문제는 지문에 대한 정확한 독해력, 내용의 분석 능력, 제시된 지식을 이용하여 문제를 해결하는 능력 등을 측정하는 문제를 출제한다. 점수는 100점이며 변별력을 위해 3개의 문항으로 구성하되, 각 문항은 2개의 소 논제로 구성한다.

(4) 약 90-100분 이내에 작성하도록 한다.

## 3. 출제 의도

(1) 〔문항 1〕

등비수열의 수렴과 발산, 수렴하는 수열의 성질을 이해하고 이를 문제에 활용할 수 있는 능력을 평가할 수 있도록 하였다. 또한 주어진 조건을 만족하는 영역을 구하고, 영역 상에서 최댓값을 구할 수 있는 능력도 평가할 수 있도록 하였다.

(2) 〔문항 2〕

제시문 내용과 그래프의 해석을 통해 함수의 이해와 극한을 구하는 능력을 판단하고자 하였다. 또한 삼차함수의 그래프의 한 점과 교차하는 직선의 해석을 함께 평가하고자 하였다.

(3) 〔문항3〕

조건부확률의 개념을 이해하는 능력을 평가할 수 있도록 하였다. 일상생활에 나타나는 문제 해결을 위하여 부등식을 이용할 수 있는 능력 또한 판단하고자 하였다.

(4) 궁극적으로 고등학교 수학 문제 제시를 통해 대학 진학 후 이과과목을 수강할 수 있을 정도의 기초적인 능력을 갖추고 있는지를 측정하고자 하였다.

# 채 점 기 준

## 1. 기본 사항

(1) 각 논제를 각각 가중치를 가지고 채점하되 총점으로 환산하여 총괄 평가. 수리논술에서는 **배당된 점수 범위 내에서 등급이 아닌 점수로 표기하여 합산함**

(2) 논술 답안에 수험생의 신원을 알릴 만한 요소가 있을 때는 다음과 같이 처리한다.

① 이름이 본문 내용과 별도로 표기된 경우 : 내용, 형식 모두 0점으로 채점

② 이름이 본문 중에 자연스럽게 노출된 경우 : 형식 부분에서 5점 감점

③ 제목이 표기된 경우 : 형식 부분에서 5점 감점

④ 기타 의도적으로 수험생의 신원을 알리는 기호로 판단되는 요소가 있는 경우 : 사안의 경중에 따라 형식 부분에서 5점 이상 감점

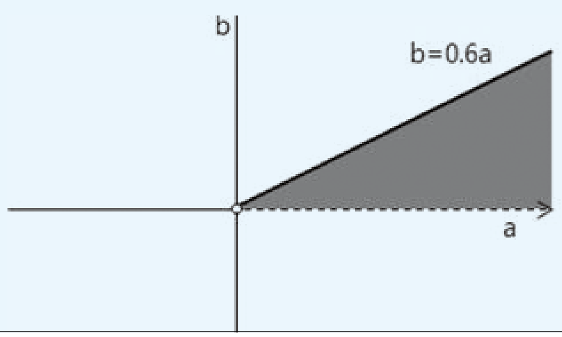
## 2. 세부 사항

(1) 문제의 의도에서 완전히 이탈했거나 각 논제와 전혀 다른 내용을 서술한 경우는 0점으로 채점한다.

(2) 각 문항 별 채점 기준은 다음과 같다.

# 예시답안 문항 1 (30점)

## 논제 1. (20점)

| | |
|---|---|
| $3a>5b$인 경우, 제시문 (ㄱ)에 의해 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{5b}{3a}\right)^n=0$ 이므로 제시문 (ㄴ)에 의해<br>$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3^{n+1}a^{n+1}+5^{n+1}b^{n+1}}{3^na^n+5^nb^n}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3a+5b\left(\frac{5b}{3a}\right)^n}{1+\left(\frac{5b}{3a}\right)^n}=\frac{3a+5b\cdot 0}{1+0}=3a$ 이다. | 5점 |
| $3a=5b$인 경우, 제시문 (ㄱ)에 의해 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{5b}{3a}\right)^n=1$ 이므로 제시문 (ㄴ)에 의해<br>$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3^{n+1}a^{n+1}+5^{n+1}b^{n+1}}{3^na^n+5^nb^n}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3a+5b\left(\frac{5b}{3a}\right)^n}{1+\left(\frac{5b}{3a}\right)^n}=\frac{3a+5b}{1+1}=3a$ 이다. | 5점 |
| $3a<5b$인 경우, 제시문 (ㄱ)에 의해 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3a}{5b}\right)^n=0$ 이므로 제시문 (ㄴ)에 의해<br>$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3^{n+1}a^{n+1}+5^{n+1}b^{n+1}}{3^na^n+5^nb^n}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3a\left(\frac{3a}{5b}\right)^n+5b}{\left(\frac{3a}{5b}\right)^n+1}=\frac{3a\cdot 0+5b}{1+0}=5b$ 이다. | 5점 |
| 따라서 두 양수 $a$, $b$에 대해서 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3^{n+1}a^{n+1}+5^{n+1}b^{n+1}}{3^na^n+5^nb^n}=3a$ 일 필요충분조건은 다음과 같다.<br>$3a\ge 5b,\ a>0,\ b>0$<br>따라서 영역 $A$는 아래 그림에서 색칠된 부분이다.<br> | 5점 |

### 논제 2. (10점)

| | |
|---|---|
| $b-a^2=k$라고 두자. $b-a^2$의 최댓값 $M$은 곡선 $b=a^2+k$과 직선 $b=\frac{3}{5}a$가 접할 때의 $k$값과 같다. 직선의 기울기가 $\frac{3}{5}$이므로 접점의 좌표는 $(\frac{3}{10}, \frac{9}{50})$이 된다. | 5점 |
| 따라서 $M=\frac{9}{50}-\left(\frac{3}{10}\right)^2=\frac{9}{100}$이다. | 5점 |

## 예시답안 문항 2 〔30점〕

### 논제 1. (15점)

| | |
|---|---|
| 원점 O와 점 $\mathrm{P}(t, t^2+t^3)$ 사이의 거리는 $a(t)=t\sqrt{1+t^2(1+t)^2}$ 이므로 점 Q의 좌표는 $(a(t), 0)$=$(t\sqrt{1+t^2(1+t)^2}, 0)$이 된다. | 5점 |
| 직선 $l$의 기울기는 $s=\dfrac{-t^2-t^3}{t\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-t}$ 이므로 $l$의 방정식은 다음과 같다. $$y=sx+b=\frac{-t^2-t^3}{t\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-t}(x-a(t))$$ | 5점 |
| 따라서 $b(t)=t^2+t^3+\dfrac{t^2+t^3}{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1}=t^2+t^3+\dfrac{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}+1}{t+1}$ 이 된다. | 5점 |

### 논제 2. (15점)

| | |
|---|---|
| $$\begin{aligned}\lim_{t\to0+}b(t)&=\lim_{t\to0+}\left\{t^2+t^3+\frac{t^2+t^3}{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1}\right\}\\&=\lim_{t\to0+}\left\{t^2+t^3+\frac{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}+1}{t+1}\right\}\\&=\lim_{t\to0+}\frac{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}+1}{t+1}\end{aligned}$$ | 10점 |
| 따라서 $\lim_{t\to0+}b(t)=2$ 이다. | 5점 |

# 예시답안 문항 3 〔40점〕

## 논제 1. (20점)

| | |
|---|---|
| 특정 질병 D에 걸린 사건을 $D$, 초음파 검사에서 D에 걸렸다고 나올 사건을 $B$라고 할 때<br>$\mathrm{P}(B\|D)=0.9,\ \mathrm{P}(B\|D^C)=0.02,\ \mathrm{P}(D)=0.1,\ \mathrm{P}(D^C)=0.9$이다. | 5점 |
| $\mathrm{P}(D\|B)=\dfrac{\mathrm{P}(D\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\dfrac{\mathrm{P}(D\cap B)}{\mathrm{P}(D\cap B)+\mathrm{P}(D^C\cap B)}$<br>$=\dfrac{\mathrm{P}(B\|D)\mathrm{P}(D)}{\mathrm{P}(B\|D)\mathrm{P}(D)+\mathrm{P}(B\|D^C)\mathrm{P}(D^C)}=\dfrac{0.9\times0.1}{0.9\times0.1+0.02\times0.9}=0.833$ | 10점 |
| 즉, 초음파 검사 결과에서 D에 걸렸다고 나왔을 때 그 환자가 특정 질병에 걸렸을 확률 $\mathrm{P}(D\|B)=0.833$이다. | 5점 |

## 논제 2. (20점)

| | |
|---|---|
| 초음파 검사에서 특정 질병에 걸렸을 때 D에 걸렸다고 나올 확률을 $x$ 라고 할 때<br>$\mathrm{P}(D\|B)=\dfrac{\mathrm{P}(D\cap B)}{\mathrm{P}(B)}$<br>$=\dfrac{\mathrm{P}(B\|D)\mathrm{P}(D)}{\mathrm{P}(B\|D)\mathrm{P}(D)+\mathrm{P}(B\|D^C)\mathrm{P}(D^C)}$<br>$=\dfrac{x\times0.1}{x\times0.1+0.02\times0.9}\geq 0.84$ 이다. | 15점 |
| 따라서 위 부등식을 풀면 $x\geq\dfrac{0.18\times0.84}{0.16}=0.945$ 이다. 즉 초음파 검사 결과에서 D에 걸렸다고 나왔을 때 그 환자가 특정 질병에 걸렸을 확률이 0.84 이상이기 위한 초음파 검사에서 특정 질병에 걸렸을 때 D에 걸렸다고 나올 확률은 94.5% 이상이다. | 5점 |

# 학생 답안 첨삭 예시 문항 1

가톨릭대학교
THE CATHOLIC UNIVERSITY OF KOREA

2018학년도 수시 논술전형모의고사 (자연과학·공학계열, 간호자연)

[ 문항 1 ]

논제 1

$\lim_{n\to\infty}\frac{3^{n+1}a^{n+1}+5^{n+1}b^{n+1}}{3^na^n+5^nb^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{(3a)^n}{(3a)^n+(5b)^n}\times 3a+\lim_{n\to\infty}\frac{(5b)^n}{(3a)^n+(5b)^n}\times 5b=3a$ 이 성립하려면

각각의 수열이 수렴하는 경우에 한해서 성립. 이 경우 각각의 수열이 수렴한다는 보장은 없음

$\lim_{n\to\infty}\frac{(3a)^n}{(3a)^n+(5b)^n}=1$ 이고 $\lim_{n\to\infty}\frac{(5b)^n}{(3a)^n+(5b)^n}=0$ … ① 이거나 $3a=5b$ … ② 일 때이다

근거가 부족함.

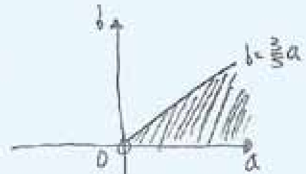
①의 상황에서는 $3a>5b$ 이어야 $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3a}{3a}\right)^n=\lim_{n\to\infty}1^n=1$ (제시문 ㄱ에 의해) 이고

$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{5b}{3a}\right)^n=0$ ($0<\frac{5b}{3a}<1$ 이므로 제시문 ㄱ에 의해) 이므로 ①이 성립한다

15

② 에서 $3a=5b=k$ 라 하면 $\lim_{n\to\infty}\frac{3^{n+1}a^{n+1}+5^{n+1}b^{n+1}}{3^na^n+5^nb^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2\times k^{n+1}}{2\times k^n}=k=3a$ 이므로 $3a=5b$ 이다

따라서 ①과 ②에 의해 $3a\geq 5b$ → $b\leq\frac{3}{5}a$ 이므로 영역 A를 좌표평면에 나타내면




위쪽과 같다. 이때 영역 A는 a축을 포함하지 않는다.
(a와 b는 양수이기 때문에)

①도 아니고 ②도 아닌 경우에 제시문(ㄷ)의 조건을 왜 만족하지 않는지 명시적으로 논술하세요.

논제 2

$b-a^2$의 최댓값인 M을 구하려면 변하는 a에 의해 변화되는 b의 최댓값을 구해야한다.

이때 그 b의 최댓값은 $b=\frac{3}{5}a$ 직선위에 있으므로 $b-a^2=\frac{3}{5}a-a^2$ 으로 표현가능하다.

$\frac{3}{5}a-a^2=-\left(a^2-\frac{3}{5}a+\frac{9}{100}\right)+\frac{9}{100}=-\left(a-\frac{3}{10}\right)^2+\frac{9}{100}$ 이므로 최댓값 $M=\frac{9}{100}$ 이다.

명확한 표현을 사용하여 논술하세요.

10

# 학생 답안 첨삭 예시

## 문항 2

가톨릭대학교

[문항 2]

논제 1. 먼저 $\overline{OP}=\overline{OQ}$ 임을 이용해 $Q(a(t),0)$의 좌표를 구할 수 있다

$P(t, t^3+t^2)$ 이므로 $\overline{OP}=\sqrt{t^2+t^6+2t^5+t^4}$
$= t\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}$ 이다.

$\overline{OP}=\overline{OQ}$ 이므로 $t\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}=a(t)$ 이다

이제 $b(t)$를 구하기 위해 직선 $l$의 방정식을 알아내야 한다.

점 P와 점 Q의 좌표를 알고 있으므로, 직선 $l$의 기울기부터 구하면

$$\frac{0-(t^3+t^2)}{a(t)-t}=\frac{-t^3-t^2}{t\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-t}=\frac{-t(t+1)}{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1} \text{ 이다.}$$

그러면 직선 $l$은

$$y=\frac{-t(t+1)}{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1}x+b(t) \text{ 이고, } Q(a(t))\text{를 대입하면}$$

$$0=\frac{-t^2(t+1)\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}}{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1}+b(t) \text{ 이므로}$$

$$b(t)=\frac{t^2(t+1)\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}}{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1} \text{ 이다.}$$

(*)

$\boxed{15}$

논제 2. 우극한 $\lim_{t\to0+}b(t)$ 에서 $t$에 0을 대입해보면 $\frac{0}{0}$의 부정형이 나온다.
(다만 모두 양의 방향에서 0으로 수렴하고 있기는 하다.)

$\boxed{2}$

하지만, 분자의 차수가 분모보다 높고, 이 식을 분리해보면

$$\lim_{t\to0+}b(t)=\lim_{t\to0+}t^2(t+1)\frac{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}}{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1} \text{ 이다.}$$

이때, $\frac{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}}{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1}$ 에서 분자와 분모의 차수가 같으므로 극한값은 1에 수렴하겠지만

앞의 $t^2(t+1)$이 0으로 수렴하므로

극한의 값은 0 이다.

첨도된 $b(t)$의 식 (*)에 제곱근($\sqrt{\ }$)의 유리화 [illegible] 적용으로

$$b(t)=\frac{t^2(t+1)\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}\left(\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}+1\right)}{\left(\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1\right)\left(\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}+1\right)}$$

$$=\frac{t^4+2t^3+t^2+1+\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}}{t+1}$$

따라서 $b(t)$의 우극한은

$$\lim_{t\to0+}b(t)=\frac{1+1}{1}=2$$

# 학생 답안 첨삭 예시 문항 3

가톨릭대학교 2018학년도 수시 논술전형모의고사 (자연과학·공학계열, 간호자연)

[ 문항 3 ]

논제1

38

실험자 수를 1000명이라고 가정하면

실제로 질병 D에 걸린 사람은 100명이고 (전제의 10%)

D에 걸린 사람 중 D에 걸렸다고 진단받은 사람은 90명이며 ($q=0.9$)

질병 D에 걸리지 않은 사람 중 걸렸다고 진단 받은 사람은 18명이다. (오진할 확률 = 0.02)

이것을 바탕으로 다음 표를 채우면

| | D에 걸린 사람 | D에 걸리지 않은 사람 | |
|---|---|---|---|
| D에 걸렸다고 진단받은 사람 | 90 | 18 | 108 |
| D에 걸리지 않았다고 진단 받은 사람 | 10 | 882 | 892 |
| | 100 | 900 | 1000 |

따라서 $p=\dfrac{\frac{90}{1000}}{\frac{108}{1000}}=\dfrac{90}{108}=\dfrac{5}{6}$ ✓

논제2

논제1에서와 마찬가지로 전제 실험자 수를 1000명이라고 가정한 후 표를 채우면

| | D에 걸린 사람 | D에 걸리지 않은 사람 | |
|---|---|---|---|
| D에 걸렸다고 진단받은 사람 | $100q$ | 18 | $100q+18$ |
| D에 걸리지 않았다고 진단 받은 사람 | $100(1-q)$ | 882 | $982-100q$ |
| | 100 | 900 | 1000 |

$p=\dfrac{100q}{100q+18}\geq 0.84$

$100q \geq 84q+18\times 0.84$

$16q \geq 18\times 0.84$

$q \geq 0.925$ 계산!!

0.945 −2