2018학년도 가톨릭대학교 **모의논술전형**

-자연 · 공학계열 및 간호(자연)-

문항 1 제시문 (ㄱ)~(ㄹ)을 읽고 문제(논제 1, 논제 2)에 답하시오. (30점)

(ㄱ) 등비수열 $\{r^n\}$의 수렴, 발산은 다음과 같다.

① $r>1$일 때, $\lim_{n\to\infty} r^n=\infty$

② $r=1$일 때, $\lim_{n\to\infty} r^n=1$

③ $-1<r<1$일 때, $\lim_{n\to\infty} r^n=0$

④ $r\le -1$일 때, 수열 $\{r^n\}$은 진동하면서 발산한다.

(ㄴ) [수열의 극한에 대한 기본 성질] 수렴하는 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty} a_n=\alpha$, $\lim_{n\to\infty} b_n=\beta$ (α, β는 실수)일 때

① $\lim_{n\to\infty}(a_n+b_n)=\lim_{n\to\infty} a_n+\lim_{n\to\infty} b_n=\alpha+\beta$

② $\lim_{n\to\infty} ka_n=k\lim_{n\to\infty} a_n=k\alpha$ (단, k는 상수)

③ $\lim_{n\to\infty} a_nb_n=\lim_{n\to\infty} a_n\cdot\lim_{n\to\infty} b_n=\alpha\beta$

④ $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\frac{\lim_{n\to\infty} a_n}{\lim_{n\to\infty} b_n}=\frac{\alpha}{\beta}$ (단, $b_n\neq 0$, $\beta\neq 0$)

(ㄷ) 두 양수 a, b에 대하여 다음을 만족하는 점 (a, b)로 이루어진 영역을 A라고 하자.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3^{n+1}a^{n+1}+5^{n+1}b^{n+1}}{3^na^n+5^nb^n}=3a$$

(ㄹ) 제시문 (ㄷ)의 영역 A에 속하는 점 (a, b)에 대하여 $b-a^2$의 최댓값을 M이라고 하자.

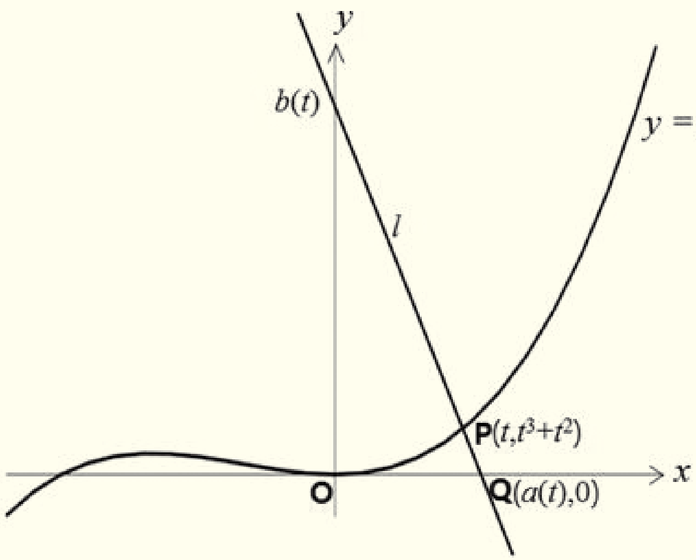
논제 1. (20점) 제시문 (ㄷ)의 영역 A를 좌표평면 위에 나타내고 그 근거를 논술하시오.

논제 2. (10점) 제시문 (ㄹ)에서 정의된 M의 값을 구하고 그 근거를 논술하시오.

문항 2

제시문 (ㄱ)~(ㄴ)을 읽고 문제(논제 1, 논제 2)에 답하시오. (30점)

(ㄱ) 아래 그림은 삼차함수 $y=x^3+x^2$의 그래프이다. 원점 O(0, 0)와 이 그래프 위의 점 $\mathrm{P}(t, t^3+t^2)$ 사이의 거리를 $a(t)$라고 하자. (단, $t>0$)



(ㄴ) 제시문 (ㄱ)의 점 $\mathrm{P}(t, t^3+t^2)$와 $a(t)$에 대하여 점 P와 점 $\mathrm{Q}(a(t), 0)$를 지나는 직선 l의 y 절편을 $b(t)$라고 하자. 이 때 $\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{OQ}}$이다.

논제 1. (15점) 제시문 (ㄴ)의 함수 $b(t)$를 구하고 그 근거를 논술하시오.

논제 2. (15점) 제시문 (ㄴ)의 $b(t)$에 대하여 우극한 $\lim_{t \to 0+} b(t)$를 구하고 그 근거를 논술하시오.

문항 3 제시문 (ㄱ)~(ㄹ)을 읽고 문제(논제 1, 논제 2)에 답하시오. (40점)

(ㄱ) **[확률의 덧셈정리]** 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$$

이 성립한다. 특히 두 사건 A, B가 서로 배반사건이면 다음이 성립한다.

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$$

(ㄴ) **[조건부확률]** 사건 A가 일어났을 때의 사건 B의 조건부확률 $\mathrm{P}(B|A)$는 다음과 같다. (단, $\mathrm{P}(A)>0$)

$$\boxed{\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}}$$

(ㄷ) **[확률의 곱셈정리]** 두 사건 A, B에 대하여 다음이 성립한다. (단, $\mathrm{P}(A)>0$, $\mathrm{P}(B)>0$)

$$\boxed{\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B)}$$

(ㄹ) 특정 질병 D에 걸렸는지 진단하는 초음파 검사가 있다. 이 검사 방법으로 진단할 때, D에 걸린 사람을 D에 걸렸다고 정확하게 진단할 확률은 q이고, D에 걸리지 않은 사람을 D에 걸렸다고 오진할 확률은 0.02라고 한다. D에 걸린 사람의 비율이 10%인 어느 실험 집단에서 임의로 한 명을 택하여 이 초음파 검사를 한 결과 D에 걸렸다고 진단했을 때 실제로 D에 걸렸을 확률을 p라고 하자.

논제 1. (20점) 제시문 (ㄹ)에서 q가 0.9일 때 p를 구하고 그 근거를 논술하시오.

논제 2. (20점) 제시문 (ㄹ)에서 p가 0.84 이상이기 위한 q의 범위를 구하고 그 근거를 논술하시오.