

<출제원칙>

[수학문항]

1. 출제 방침

- 1) 고교 교과서에 기반한 고교 과정 내의 문제를 출제한다.
- 2) 제시문에 대한 독해력과 분석력, 제시문을 바탕으로 제시된 문제를 해결하는 사고력과 적용하는 능력, 생각하는 바를 논리적으로 전개하는 논술능력을 측정하는 문제를 출제한다.

2. 출제 유형

- 1) 지문제시형 문제를 출제한다.
- 2) 제시문은 고교 교과서("수학 I", "수학 II", "미적분 I", "미적분 II", "확률과 통계", "기하와 벡터")를 참조하여 구성한다.
- 3) 수리논술 문제는 지문에 대한 정확한 독해력, 내용의 분석 능력, 제시된 지식을 이용하여 문제를 해결하는 능력 등을 측정하는 문제를 출제한다. 점수는 300점이며 변별력을 위해 2개의 문항으로 구성하되, 각 문항은 몇 개의 소 문제로 구성한다.
- 4) 약 80-90분 이내에 작성하도록 한다.

3. 출제 의도

1) [문항 (1)]

3차함수와 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이가 근의 공식을 사용하여 구한 2차방정식의 해와 관련된 경우 적분을 통하여 적절한 수열을 구성할 수 있는지 평가하고 수열의 극한을 구하는 문제해결 능력이 있는지 평가하도록 하였다. 주어진 제시문 들의 관계를 이해하고 문제를 구성하며 이를 통해 창의적인 해결 방법을 제시할 수 있는 수학적 핵심역량을 갖추고 있는지 평가할 수 있도록 하였다.

[문항 (2)]

고교 교육과정 내의 '함수', '합성함수', '함수가 서로 같다' 등의 기본 개념을 잘 이해하고 이를 통해 주어진 함수의 특정 성질에 대해 논리적으로 분석할 수 있는지를 평가할 수 있도록 하였다.

- 2) 궁극적으로 고등학교 수학 문제 제시를 통해 대학 진학 후 이과과목을 수강할 수 있을 정도의 기초적인 능력을 갖추고 있는지를 측정하고자 하였다.

<채점기준>

[수학문항]

1. 기본 사항

- 1) 각 논제를 각각 가중치를 가지고 채점하되 총점으로 환산하여 총괄 평가. 수리논술에서는 배당된 점수 범위 내에서 등급이 아닌 점수로 표기하여 합산함.
- 2) 채점위원 2인이 1조가 되어 한 답안지를 1차와 2차로 나누어 채점하고, 1차 채점의 결과가 만점의 25% 이상의 차이가 날 경우 채점위원이 공동 합의로 2차 채점을 진행하고, 2차 채점에서 위원간의 조정이 이루어지지 않을 경우 3차 채점을 실시한다. 3차 채점은 출제위원을 포함한 새로운 채점위원 2인이 채점하되 1차 채점의 상위와 하위 점수 사이의 점수를 부여한다.
- 3) 논술 답안에 수험생의 신원을 알릴 만한 요소가 있을 때는 다음과 같이 처리한다.
① 이름이 본문 내용과 별도로 표기된 경우 : 내용, 형식 모두 0점으로 채점

- ② 이름이 본문 중에 자연스럽게 노출된 경우 : 형식 부분에서 5점 감점
- ③ 제목이 표기된 경우 : 형식 부분에서 5점 감점
- ④ 기타 의도적으로 수험생의 신원을 알리는 기호로 판단되는 요소가 있는 경우 : 사안의 경중에 따라 형식 부분에서 5점 이상 감점

2. 세부 사항

- 1) 문제의 의도에서 완전히 이탈했거나 각 논제와 전혀 다른 내용을 서술한 경우는 0점으로 채점한다.
- 2) 각 문항 별 채점 기준은 다음과 같다.

[문항 (1)] (150점)

(문제 1) (70점)

<p>자연수 n에 대하여 $f(x)=0$의 음의 실근 α_n, 양의 실근 β_n은 근의 공식에 의해</p> $\alpha_n = \frac{n(a - \sqrt{a^2 + 4b/n})}{2}, \quad \beta_n = \frac{n(a + \sqrt{a^2 + 4b/n})}{2}$ <p>임을 알 수 있다.</p>	10점
$A_n = \int_{\alpha_n}^0 \left(\frac{1}{n}x^3 - ax^2 - bx \right) dx$ $= - \left(\frac{1}{4n}\alpha_n^4 - \frac{a}{3}\alpha_n^3 - \frac{b}{2}\alpha_n^2 \right)$	10점
$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(a^2 - (a^2 + 4b/n))}{2(a + \sqrt{a^2 + 4b/n})} = -\frac{4b}{4a} = -\frac{b}{a} \text{ 이므로}$	30점
$\lim_{n \rightarrow \infty} A_n = - \left(-\frac{a}{3} \left(-\frac{b}{a} \right)^3 - \frac{b}{2} \left(-\frac{b}{a} \right)^2 \right) = \frac{b^3}{6a^2}$	20점

(문제 2) (80점)

$ \begin{aligned} B_n &= - \int_0^{\beta_n} \left(\frac{1}{n} x^3 - ax^2 - bx \right) dx \\ &= - \left(\frac{1}{4n} \beta_n^4 - \frac{a}{3} \beta_n^3 - \frac{b}{2} \beta_n^2 \right) \\ &= - \frac{1}{4n} \beta_n^4 + \frac{a}{3} \beta_n^3 + \frac{b}{2} \beta_n^2 \end{aligned} $	10점
<p>마지막 식의 첫째항과 두 번째 항의 최고차항은 n^3이고 세 번째 항의 최고차항은 n^2이므로</p>	20점
$ \begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{B_n}{n^3} &= - \frac{1}{4} \left(\frac{a + \sqrt{a^2}}{2} \right)^4 + \frac{a}{3} \left(\frac{a + \sqrt{a^2}}{2} \right)^3 \\ &= - \frac{a^4}{4} + \frac{a^4}{3} \\ &= \frac{a^4}{12} \end{aligned} $	40점
<p>따라서 k가 2이하인 경우는 발산하므로 자연수 k의 최솟값은 3이고, 그때의 극한값은 $\frac{a^4}{12}$ 이다.</p>	10점

[문항 (2)] (150점)

(문제 1) (80점)

어떤 함수 $g: B \rightarrow A$ 에 대해서 $f \circ g = L$ 이면 $1 \leq k \leq n$ 인 각각의 k 에 대하여 $f(g(k)) = k$ 이므로 함수 f 의 치역은 B 가 된다.	20점
역으로 함수 $f: A \rightarrow B$ 의 치역이 B 라고 하면 $1 \leq k \leq n$ 인 각각의 k 에 대하여 어떤 $x(1 \leq x \leq m)$ 의 함숫값 $f(x)$ 가 $f(x) = k$ 이다. k 에 이러한 x 를 대응하는 함수를 $g: B \rightarrow A$ 라고 하면 각각의 $1 \leq k \leq n$ 에 대해 $f(g(k)) = f(x) = k$ 를 만족하므로 $f \circ g = L$ 이다.	30점
그러므로 제시문 (ㄴ)에서 정의된 개수 N 는 A 에서 B 로의 함수 중 치역이 B 인 함수의 개수와 같다.	10점
그런데 $m \geq n$ 이므로 경우 그러한 함수의 개수는 정의역 A 를 n 개(치역의 원소의 개수)의 부분집합으로 분할하는 방법의 수인 $S(m, n)$ 과 n 개의 부분집합을 나열하는 순열의 수인 $n!$ 의 곱이 된다.	10점
즉, $N = n!S(m, n)$ 이다.	10점

(문제 2) (70점)

<p>$f \circ g = h$이고 h는 집합 Y에서의 항등함수이므로 $0 \leq y \leq 2$인 y에 대해</p> $f(g(y)) = h(y) = y$ <p>이 성립한다. 그런데 $f(x) = x-1$이므로 $g(y)-1 = y$이다. 즉, $0 \leq y \leq 2$에 대해 $g(y) = 1 \pm y$ 이다.</p>	20점
<p>그런데 $1 < y \leq 2$인 y에 대해서는 $1-y < 0$이고 함수 g의 공역이 $X = \{x 0 \leq x \leq 3\}$이므로 $g(y) = 1+y$ 이다.</p>	20점
<p>$0 \leq y \leq 1$인 y에 대해서는 $0 \leq 1-y \leq 1$, $1 \leq 1+y \leq 2$이므로 $g(y) = 1-y$ 또는 $g(y) = 1+y$ 모두 가능하다.</p>	10점
<p>따라서 다음과 같은 함수 g가 $f \circ g = h$를 만족한다.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $g(y) = 1+y$ ($0 \leq y \leq 2$) 2. $g(y) = \begin{cases} 1-y & (0 \leq y \leq 1) \\ 1+y & (1 < y \leq 2) \end{cases}$ 3. $g(y) = \begin{cases} 1-y & (0 \leq y \leq \frac{1}{2}) \\ 1+y & (\frac{1}{2} < y \leq 2) \end{cases}$ 	20점

<예시답안>
[수학문항]
[문항 (1)] (150점)

문제 1

자연수 n 에 대하여 $f(x)=0$ 의 음의 실근 α_n , 양의 실근 β_n 은 근의 공식에 의해

$$\alpha_n = \frac{n(a - \sqrt{a^2 + 4b/n})}{2}, \quad \beta_n = \frac{n(a + \sqrt{a^2 + 4b/n})}{2}$$

임을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} A_n &= \int_{\alpha_n}^0 \left(\frac{1}{n}x^3 - ax^2 - bx \right) dx \\ &= - \left(\frac{1}{4n}\alpha_n^4 - \frac{a}{3}\alpha_n^3 - \frac{b}{2}\alpha_n^2 \right) \end{aligned}$$

이고 $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(a^2 - (a^2 + 4b/n))}{2(a + \sqrt{a^2 + 4b/n})} = -\frac{4b}{4a} = -\frac{b}{a}$ 이므로

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A_n = - \left(-\frac{a}{3} \left(-\frac{b}{a}\right)^3 - \frac{b}{2} \left(-\frac{b}{a}\right)^2 \right) = \frac{b^3}{6a^2}$$

문제 2

$$\begin{aligned} B_n &= - \int_0^{\beta_n} \left(\frac{1}{n}x^3 - ax^2 - bx \right) dx \\ &= - \left(\frac{1}{4n}\beta_n^4 - \frac{a}{3}\beta_n^3 - \frac{b}{2}\beta_n^2 \right) \\ &= -\frac{1}{4n}\beta_n^4 + \frac{a}{3}\beta_n^3 + \frac{b}{2}\beta_n^2 \end{aligned}$$

이고, 마지막 식의 첫째항과 두 번째 항의 최고차항은 n^3 이고 세 번째 항의 최고차항은 n^2 이므로

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{B_n}{n^3} &= -\frac{1}{4} \left(\frac{a + \sqrt{a^2}}{2} \right)^4 + \frac{a}{3} \left(\frac{a + \sqrt{a^2}}{2} \right)^3 \\ &= -\frac{a^4}{4} + \frac{a^4}{3} \\ &= \frac{a^4}{12} \end{aligned}$$

따라서 k 가 2이하인 경우는 발산하므로 자연수 k 의 최솟값은 3이고, 그때의 극한값은 $\frac{a^4}{12}$ 이다.

[문항 (2)] (150점)

문제 1

어떤 함수 $g: B \rightarrow A$ 에 대해서 $f \circ g = L$ 이면 $1 \leq k \leq n$ 인 각각의 k 에 대하여 $f(g(k)) = k$ 이므로 함수 f 의 치역은 B 가 된다. 역으로 함수 $f: A \rightarrow B$ 의 치역이 B 라고 하면 $1 \leq k \leq n$ 인 각각의 k 에 대하여 어떤 $x (1 \leq x \leq m)$ 의 함수값 $f(x)$ 가 $f(x) = k$ 이다. k 에 이러한 x 를 대응하는 함수를 $g: B \rightarrow A$ 라고 하면 각각의 $1 \leq k \leq n$ 에 대해 $f(g(k)) = f(x) = k$ 를 만족하므로 $f \circ g = L$ 이다. 그러므로 제시문 (ㄴ)에서 정의된 개수 N 는 A 에서 B 로의 함수 중 치역이 B 인 함수의 개수와 같다.

그런데 $m \geq n$ 이므로 경우 그러한 함수의 개수는 정의역 A 를 n 개(치역의 원소의 개수)의 부분집합으로 분할하는 방법의 수인 $S(m, n)$ 과 n 개의 부분집합을 나열하는 순열의 수인 $n!$ 의 곱이 된다. 즉,

$$N = n!S(m, n)$$

이다.

문제 2

$f \circ g = h$ 이고 h 는 집합 Y 에서의 항등함수이므로 $0 \leq y \leq 2$ 인 y 에 대해

$$f(g(y)) = h(y) = y$$

이 성립한다. 그런데 $f(x) = |x - 1|$ 이므로 $|g(y) - 1| = y$ 이다.

즉, $0 \leq y \leq 2$ 에 대해 $g(y) = 1 \pm y$ 이다.

그런데 $1 < y \leq 2$ 인 y 에 대해서는 $1 - y < 0$ 이고

함수 g 의 공역이 $X = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$ 이므로 $g(y) = 1 + y$ 이다.

$0 \leq y \leq 1$ 인 y 에 대해서는 $0 \leq 1 - y \leq 1$, $1 \leq 1 + y \leq 2$ 이므로

$g(y) = 1 - y$ 또는 $g(y) = 1 + y$ 모두 가능하다.

따라서 다음과 같은 함수 g 가 $f \circ g = h$ 를 만족한다.

1. $g(y) = 1 + y \quad (0 \leq y \leq 2)$

2. $g(y) = \begin{cases} 1 - y & (0 \leq y \leq 1) \\ 1 + y & (1 < y \leq 2) \end{cases}$

3. $g(y) = \begin{cases} 1 - y & (0 \leq y \leq \frac{1}{2}) \\ 1 + y & (\frac{1}{2} < y \leq 2) \end{cases}$

[보건의료문항]

1. 출제 방향

- 1) 비판적 사고력, 통합적 이해력, 창의력 등을 평가할 수 있는 문제를 출제한다.
- 2) 보건의료와 관련된 사안을 과학적 관점 뿐 아니라 인문사회적인 관점을 통해 폭넓게 사고할 수 있는 능력을 평가할 수 있도록 출제한다.
- 3) 보편적 가치들(생명의 존엄성, 인류의 행복, 세계 평화 등의 공동체 가치)을 성찰할 수 있는 문제를 출제한다.

2. 출제 유형

- 1) 지문 제시형으로 출제한다.
- 2) 배점은 200점이며 1개의 논제를 출제한다.
- 3) 답안은 여백포함 700~800자 분량으로 원고지(칸노트)에 작성한다.
- 4) 40-50분 이내에 해결할 수 있도록 출제한다.
- 5) 객관적인 채점 기준이 마련될 수 있는 문제를 출제한다.

3. 주제와 지문

- 1) 고등학생이 의학적인 지식 없이도 이해할 수 있는 보건의료 관련 현안을 주제로 삼는다.
- 2) 제시문 중 최소 1개는 고등학교 교과서나 EBS 교재에서 발췌하고, 다른 제시문들은 언론보도나 교양도서 내용을 고교생이 이해할 수 있는 수준으로 제시한다.
- 3) 지식수준 확인이 아닌 비판적 사고 능력과 자신의 생각과 입장을 정연하게 풀어나가는 능력 평가가 가능하도록 한다.
- 4) 시중 참고서나 기출문제와 중복되는 지문은 피한다.

I. 기본 사항

1. 채점 방법

가. 8등급으로 채점 : A+, A0, B+, B0, C+, C0, D, F

※ C0, D는 2등급 차이임

※ F는 기본점수만 부여함

나. 내용 90%, 형식 10%로 구별해서 채점

다. 내용이 F이면 형식도 F로 판정

라. 400자 미만인 경우, 내용과 형식 모두 F로 채점

2. 제목과 이름이 표기된 경우의 처리

가. 수험생의 신원을 확인할 수 있는 이름, 수험번호 등이 본문 혹은 본문 내용과 별도로 표기된 경우 : 내용, 형식 모두 F로 채점

나. 수험생의 신원을 짐작할 수 있는 내용이 본문 중에 자연스럽게 기술된 경우 : 형식 부분에서 2-4등급 감점

다. 제목이 표기된 경우 : 형식 부분에서 2등급 감점

II. 답안의 내용과 형식에 대한 채점 기준

1. 내용 (90%)

가. 문항 취지

- A. 제시문을 읽고 주요 내용의 의미를 해석하고, 제시문 간의 연관성을 찾아내는 능력을 평가한다.
- B. 일반론적인 이론, 견해, 입장 등을 구체적인 사례에 적용하여 비교 분석하는 능력을 평가한다.
- C. 문항에 대한 자신의 생각과 판단을 논리적으로 전개하는 능력을 평가한다.

나. 제시문 출처

- 가) <운동과 건강생활>, 천재교육, 2009 개정, 60~63쪽
- 나) 프란시스 들프슈, 베르나르 메르, 엠마누엘 모니에, 미셸 홀스워스 <강요된 비만>, 부회령 옮김, 거름, 2012, 20~21
- 다) “청소년 건강, 이대론 안된다” 중앙일보 2010.05.04. ; “선진국의 아동비만예방 정책과 시사점”, 보건사회연구원
- 라) “비만은 세계적 전염병” 경향신문 2012, 1. 25.; 비만학회 통계 자료

다. 제시문 주요 내용

- 1) 제시문 [가]는 비만이 여러 건강상의 문제를 유발하는 질환임을 인지시키면서, 비만 관리를 위한 적절한 식사 조절과 규칙적인 운동 등 자기절제의 중요성을 강조한다.
- 2) 제시문 [나]는 ‘정크 푸드’를 제공하는 음식점을 상대로 제기한 소송 사례를 소개하면서 비만이 단순히 개인적 차원의 문제가 아니라 사회적 차원의 문제일 수 있음을 인지시킨다.
- 3) 제시문 [다]는 우리나라 학생들의 저체력·비만 문제를 소개하면서 학교에서의 신체활동 증진이 비만을 예방하고 전반적인 건강 향상의 방안이 될 수 있음을 시사한다.
- 4) 제시문 [라]는 소득 수준과 비만 유병률이 상관관계가 있으며 소득 수준이 낮을수록 지방 섭취가 많다는 것을 보여준다.

라. 채점 방식과 포인트

- 1) 비만 문제 예방과 대처에 대한 개인적 차원과 사회적 차원을 나누어서 파악
 - ① 가)에 대한 이해
 - 개인 차원에서 적절한 식사 조절과 규칙적인 운동
 - ② 나)에 대한 이해
 - 비만은 자기 절제를 못한 개인의 책임인가, 사회적 책임의 문제인가 쟁점 파악
 - 정크 푸드를 양산하는 식품 산업의 폐해를 고민
 - ③ 다)에 대한 이해
 - 우리나라 학생들의 신체활동 부족 현상을 이해하고 이를 증진시킬 방안 고려
 - ④ 라)에 대한 이해
 - 소득과 비만 유병률의 상관관계가 있음을 이해하고 저소득층은 건강한 음식을 섭취할 기회가 제한되어 있음
- 2) 비만 문제 해결에 대한 다각적 분석을 제시
 - 적절한 식습관과 규칙적인 운동 등 개인적 차원의 방안
 - 정크푸드를 양산하는 식품 산업에 대한 규제 및 제재
 - 건강한 급식 제공이나 신체활동을 증진시킬 수 있는 학교 차원의 환경 개선
 - 저소득층이 비만 유발 식품을 멀리하고 건강한 식품을 쉽게 접하며 신체적 활동을 증진할 수 있는 기회 제공
- 3) 가산점을 부여할 수 있는 기타 서술
 - ① 비만세와 설탕세 부과, 청량음료의 사이즈 제한이나 학교 내 판매 금지 등 사회적 차원의 규제 및 제재
 - ② 지역사회 내 공원이나 운동 시설 구비, 혹은 생활 체육 프로그램 마련 등 사회적 차원의 신체활동 증진 방안 제시
 - ③ 식품 내 설탕과 염분 및 지방 함량 확인 등 건강한 음식을 선택할 수 있는 청소년의 역량 강화
 - ④ 건강한 식단 구성이나 신체 활동의 중요성에 대한 청소년과 부모 대상 교육 및 홍보
 - ⑤ 청소년들의 공동 노력이나 협력을 통한 비만 문제 예방 및 해결책 제시를 통해 유대감이나 공동체의식을 증진시킬 수 있는 방안 제시

2. 형식 (10%)

가. 분량

- 1) 900자 초과 : 2등급 감점
- 2) 800자 ~ 900자 : 1등급 감점
- 3) 600자 ~ 700자 : 1등급 감점
- 4) 500자 ~ 600자 : 2등급 감점
- 5) 400자 ~ 500자 : 3등급 감점
- 6) 400자 미만 : F

나. 문장 구성과 표현 능력

- 1) 문장 구성이 자연스럽지 않은 경우, 정도에 따라 1~2등급 감점
- 2) 국어 사용 상 오류가 있는 경우, 정도에 따라 1~2등급 감점

III. 예시답안

비만을 예방하거나 줄이려면 우선적으로 비만하기 쉬운 개인의 생활습관을 바꾸어야 한다. 에너지 섭취량이 소비량을 초과하기 때문에 비만이 생기므로 섭취량을 줄이고 소비량을 늘릴 수 있는 생활습관이 중요하다. 전체 식사량의 조절과 함께 설탕, 지방, 염분을 과도하게 섭취하지 않도록 주의하고, 규칙적으로 운동을 하는 등의 자기 절제와 관리가 중요하다.

그러나 건강한 생활습관을 유지시켜 나가는 것은 개인의 의지와 노력만으로는 어렵다. 건강하지 않은 식품을 쉽게 접할 수 있거나 반대로 건강식품의 섭취와 규칙적 운동 같은 신체활동을 하기 어려운 여건에 놓인 사람은 비만의 문제 해결이 어려워진다. 특히 저소득층, 한부모 청소년 같이 사회경제적으로 취약한 계층의 청소년은 다른 계층에 비해 불건강한 환경에 놓이기가 훨씬 쉬워 비만의 문제 해결이 어렵다.

식생활의 경우 학교급식에서 야채, 과일 같은 건강한 식품의 섭취를 장려하고, 당분과 지방 섭취 함량이 높은 식품 섭취를 조절할 수 있도록 교육이 제공되어야 한다. 청소년들이 불건강한 식품을 섭취하기 어렵도록 제도적으로 식품산업을 규제하는 방안도 고려해 볼 수 있다. 청소년들의 신체 활동을 늘릴 수 있도록 학교 체육 시간 활성화, 다양한 과외 활동 프로그램 제공 등이 이루어져야 한다. 공부, 컴퓨터 게임에만 몰두하여 신체활동이 부족하면 신체적, 정신적 건강을 해칠 수 있음이 강조되어야 한다. 취약계층 청소년의 경우 건강식품과 신체활동 프로그램에 대한 접근성이 특히 낮기 때문에 건강식품 구매 쿠폰 제공, 과외활동 지원 등 이들에 초점을 맞춘 효과적인 대책의 수립이 필요하다.

〈학생 답안 첨삭 예시〉

[문항 (1)]

[문제 1]

ID :

설명 :

문제 1.

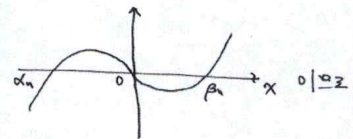
$$f(x) = \frac{1}{n}x^2 - ax - b = \frac{1}{n}(x^2 - nax - nb)$$

f(x)에서 $-nb < 0$ 이므로 서로 다른 복근의 두 실근을 가진다

$$f(x) = 0 \text{ 이면 } : x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 + \frac{4b}{n}}}{\frac{2}{n}} = \frac{na \pm \sqrt{a^2 n + 4b}}{2}$$

$$\therefore \alpha_n = \frac{na - \sqrt{a^2 n + 4b}}{2}, \beta_n = \frac{na + \sqrt{a^2 n + 4b}}{2} \quad \checkmark$$

$y = x f(x)$ 이면 $\alpha_n, \beta_n, 0$ 이다. 따라서 그래프의 개형은



$$A_n = \int_{\alpha_n}^0 |x f(x)| dx$$

$$B_n = \int_0^{\beta_n} |x f(x)| dx$$

$$= \int_{\alpha_n}^0 x f(x) dx$$

$$B_n = \int_0^{\beta_n} -x f(x) dx$$

$$= -\frac{\beta_n^3}{3n} + \frac{1}{3}a \cdot \beta_n^3 + \frac{1}{2}b \cdot \beta_n^2$$

$$= \left[\frac{1}{4n}x^4 - \frac{1}{3}ax^3 - \frac{1}{2}bx^2 \right]_{\alpha_n}^0$$

$$= -\frac{\alpha_n^4}{4n} + \frac{1}{3}a \cdot \alpha_n^3 + \frac{1}{2}b \alpha_n^2 \quad \checkmark$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = -\frac{b}{a}$ 임을 이용하십시오!

$$= -\frac{(na - \sqrt{a^2 n + 4b})^4}{4n \cdot 16} + \frac{1}{3}a \cdot \left(\frac{na - \sqrt{a^2 n + 4b}}{2}\right)^3 + \frac{1}{2}b \left(\frac{na - \sqrt{a^2 n + 4b}}{2}\right)^2$$

$$= -\frac{(-4nb)^4}{64n (na + \sqrt{a^2 n + 4b})^4} + \frac{1}{24}a \cdot \frac{(-4nb)^3}{(na + \sqrt{a^2 n + 4b})^3} + \frac{1}{8}b \cdot \frac{(-4nb)^2}{(na + \sqrt{a^2 n + 4b})^2}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} A_n = \frac{1}{24} + \frac{1}{24} \cdot \left(\frac{-4b}{na}\right)^3 + \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{-4b}{na}\right)^2 = \frac{1}{24} \cdot \left(\frac{4b}{na}\right)^2 \left[\frac{4ab}{na} + 3b \right] = \frac{1}{24} \cdot \left(\frac{4b}{na}\right)^2 \cdot \left(\frac{3n-a}{na}\right)$$

문제 2, $\frac{1}{n^k} \times B_n = \left(\frac{(na + \sqrt{a^2 n + 4b})^4}{64n} + \frac{a(na + \sqrt{a^2 n + 4b})^3}{24} + \frac{b(na + \sqrt{a^2 n + 4b})^2}{8} \right) \times \left(\frac{1}{n}\right)^k$ 이므로 $k \geq 3$ 이어야만 $k=3$ 일때 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} \times B_n = \frac{(-2a)^4}{64} + \frac{(2a)^3 \cdot a}{24} = -\frac{a^4}{4} + \frac{a^4}{3} = \frac{a^4}{12}$ 이므로 $k=3$ 일때 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} \times B_n = \frac{a^4}{12}$ 이다.

$k=3$ 일때 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} \times B_n = \frac{(-2a)^4}{64} + \frac{(2a)^3 \cdot a}{24} = -\frac{a^4}{4} + \frac{a^4}{3} = \frac{a^4}{12}$

$\therefore k$ 의 최솟값은 3 이고, 그래프의 극한값은 $\frac{a^4}{12}$ 이다. \checkmark

[문항 (2)]

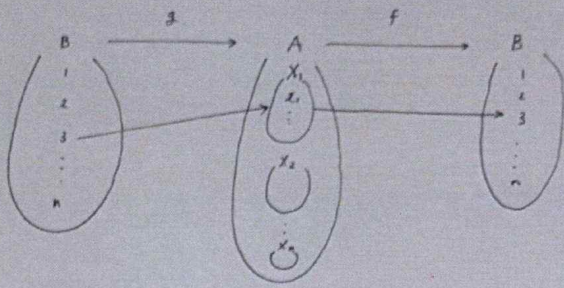
6

[문제 2]

ID :

성명 :

문제 1



50

집합 S 의 원소 m 개에 대하여 집합 A 를 공집합이 아닌, 서로소인 부분집합 n 개로 분할하여 각각의 부분집합을 X_1, X_2, \dots, X_n 이라 하자.

○. X_n

이때 k 번째 부분집합 X_k 의 모든 원소 e_1, \dots, e_l 에 대하여 (단, $1 \leq l \leq m-n+1$)

$\forall a : 1 \leq a \leq l, e_a \xrightarrow{f} b$ (단, b 는 B 의 어떤 특정한 한 원소)라 하면

$b \xrightarrow{g} e$ (단, e 는 X_k 의 임의의 한 원소), $e \xrightarrow{f} b$ 라면 문제가 성립하며

$f \circ g(b) = b$ 이다.

즉, 집합 A 를 n 개의 부분집합으로 분할한 후 이들 각각 B 의 원소 b 에게 대응시키는 경우의 수와 같으므로

$N = n! \times S(m, n)$

위에서 고려한 경우 외에는 문제의 조건을 만족하는 함수가 없음을 논증하십시오.

문제 2. $\Upsilon \xrightarrow{g} X \xrightarrow{f} \Upsilon$ 의 관계에서 다음이 성립한다.

$\forall y, 0 \leq y \leq 2, |g(y) - 1| = y$

$\Rightarrow g(y) = 1 \pm y$

즉, $g: \Upsilon \rightarrow X$ 인 $g(y)$ 에 대하여 ① $g(y) = 1+y, g(y) = 1-y$ 일때 각각 성립한다.

또한 다음도 성립한다.

① $g(y) = \begin{cases} 1-y & (0 \leq y \leq \frac{1}{2}) \\ \frac{1}{2}y - \frac{1}{3} & (\frac{1}{2} \leq y \leq 2) \end{cases}$ \dots $\begin{pmatrix} [0, \frac{1}{2}] \xrightarrow{g} [1, \frac{1}{2}] \xrightarrow{f} [0, \frac{1}{2}] \\ [\frac{1}{2}, 2] \xrightarrow{g} [\frac{1}{2}, 3] \xrightarrow{f} [\frac{1}{2}, 2] \end{pmatrix}$

의도한 표현을 수식등을 사용하여 명확히 기술하십시오.

즉, ①, ②, ③ 일때 $f \circ g = h$ 인

만족한다. 논리적 근거를 명확히 기술하십시오.

20

