

**2017학년도 모의논술고사**  
**-자연과학/공학계열-**

**<기출문제>**

[문항 1] 제시문 (ㄱ)~(ㄹ)을 읽고 문제(문제 1, 문제 2)에 답하시오. (20점)

(ㄱ) 곡선  $y=kx^2$  위의 점  $A(1, k)$ 에서의 접선을  $l_1$ 이라고 하고, 점  $A$ 를 지나고 접선  $l_1$ 과 수직인 직선을  $l_2$ 라고 하자. (단,  $k > 0$ )

(ㄴ) [두 직선의 수직 조건] 좌표평면 위의 두 직선  $l: y=mx+n$ ,  $l': y=m'x+n'$ 에 대하여 다음이 성립한다.

- |  |
|--|
| 1. $l$ 과 $l'$ 이 서로 수직이면 $mm' = -1$ 이다.<br>2. $mm' = -1$ 이면 $l$ 과 $l'$ 은 서로 수직이다. |
|--|

(ㄷ) 제시문 (ㄱ)의 직선  $l_1$ 과 직선  $x=2$ 가 만나는 점을  $P$ , 직선  $l_2$ 와 직선  $x=2$ 가 만나는 점을  $Q$ 라고 할 때, 점  $P$ 와 점  $Q$  사이의 거리를  $L$ 이라고 하자.

(ㄹ) [산술평균과 기하평균의 관계]  $a, b$ 가 양수일 때, 다음과 같은 관계가 성립한다.

$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$
--------------------------------

문제 1. (10점) 제시문 (ㄱ)의 직선  $l_1$ 과 직선  $l_2$ 의 방정식을 각각 구하고 그 근거를 논술하시오.

문제 2. (10점) 제시문 (ㄷ)에서 정의된  $L$ 의 최솟값과 그 때의  $k$  값을 구하고 그 근거를 논술하시오.

[문항 2] 제시문 (ㄱ)~(ㄷ)을 읽고 문제(문제 1, 문제 2)에 답하시오. (40점)

(ㄱ) 실수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 는 다음과 같다.

$$f(x) = x^2 + 2bx - a^2 + 1$$

(ㄴ) 제시문 (ㄱ)의 함수  $f(x)$ 에 대하여 다음을 만족하는 점  $(a, b)$  전체를 영역  $A$ 라고 하자.

$$|x| \leq 1 \text{인 모든 } x \text{에 대하여 } f(x) \geq 0$$

(ㄷ) 제시문 (ㄱ)의 함수  $f(x)$ 에 대하여 다음을 만족하는 점  $(a, b)$  전체를 영역  $B$ 라고 하자.

$$|x| \geq 1 \text{인 모든 } x \text{에 대하여 } f(x) \geq 0$$

문제 1. (20점) 제시문 (ㄴ)의 영역  $A$ 의 넓이를 구하고 그 근거를 논술하시오.

문제 2. (20점) 제시문 (ㄷ)의 영역  $B$ 의 넓이를 구하고 그 근거를 논술하시오.

[문항 3] 제시문 (ㄱ)~(ㄷ)을 읽고 문제(문제 1, 문제 2)에 답하시오. (40점)

(ㄱ) 1부터  $n$ 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌  $n$ 장의 카드가 들어 있는 빨간 주머니와 1부터  $n$ 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌  $n$ 개의 구슬이 들어 있는 파란 주머니가 있다. 빨간 주머니에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내고 파란 주머니에서 임의로 하나의 구슬을 꺼낼 때 나오는 두 자연수 중 작지 않은 수를 확률변수  $X_n$ 이라고 한다.

(ㄴ) 확률변수  $X$ 의 확률분포가 아래 표와 같을 때

$X$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\dots$	$x_n$	합계
$P(X=x_i)$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$\dots$	$p_n$	1

확률변수  $X$ 의 기댓값  $E(X)$ 와 분산  $V(X)$ 는 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i \qquad V(X) = \sum_{i=1}^n \{x_i - E(X)\}^2 p_i$$

(ㄷ) 자연수  $n$ 에 대하여 다음이 성립한다.

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \qquad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \qquad \sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

문제 1. (10점) 제시문 (ㄱ)에서  $n=4$ 일 때, 확률변수  $X_4$ 의 확률분포를 표로 나타내고 그 근거를 논술하시오.

문제 2. (30점) 제시문 (ㄱ)의 확률변수  $X_n$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{E(X_n)}{\sqrt{V(X_n)}}$ 을 구하고 그 근거를 논술하시오.