# <출제원칙>

# [수학문항]

## 1. 출제 방침

1) 고교 교과서에 기반한 고교 과정 내의 문제를 출제한다.
2) 제시문에 대한 독해력과 분석력, 제시문을 바탕으로 제시된 문제를 해결하는 사고력과 적용하는 능력, 생각하는 바를 논리적으로 전개하는 논술능력을 측정하는 문제를 출제한다.

## 2. 출제 유형

1) 지문제시형 문제를 출제한다.
2) 제시문은 고교 교과서("수학", "수학 I", "수학 II", "미적분과 통계기본", "적분과 통계")를 참조하여 구성한다.
3) 수리논술 문제는 지문에 대한 정확한 독해력, 내용의 분석 능력, 제시된 지식을 이용하여 문제를 해결하는 능력 등을 측정하는 문제를 출제한다. 점수는 300점이며 변별력을 위해 2개의 문항으로 구성하되, 각 문항은 몇 개의 소 논제로 구성한다.
4) 약 90-100분 이내에 작성하도록 한다.

## 3. 출제 의도

1) [문항 (가)]
평균값 정리와 극값 정리를 이용하여 주어진 함수의 범위를 구하고, 수열의 기본정리를 이용하여 논리적으로 문제를 해결할 수 있는지 평가할 수 있도록 하였다. 주어진 제시문 들의 관계를 이해하고 이를 통해 기본적인 문제 해결 능력을 갖추고 있는지 평가할 수 있도록 하였다.

[문항 (나)]
신뢰구간의 의미를 알고 신뢰도에 따른 신뢰구간을 구성할 수 있는지를 평가할 수 있도록 하였다. 또한 두 신뢰구간의 합집합에 대해 신뢰도를 계산하고 평균 지름을 비교할 수 있는 능력을 평가할 수 있도록 하였다.

2) 궁극적으로 고등학교 수학 문제 제시를 통해 대학 진학 후 이과과목을 수강할 수 있을 정도의 기초적인 능력을 갖추고 있는지를 측정하고자 하였다.

# [보건의료문항]

## 1. 출제 방향

1) 비판적 사고력, 통합적 이해력, 창의력 등을 평가할 수 있는 문제를 출제한다.
2) 보건의료와 관련된 사안을 과학적 관점 뿐 아니라 인문사회적인 관점을 통해 폭넓게 사고할 수 있는 능력을 평가할 수 있도록 출제한다.
3) 보편적 가치들(생명의 존엄성, 인류의 행복, 세계 평화 등의 공동체 가치)을 성찰할 수 있는 문제를 출제한다.

## 2. 출제 유형

1) 지문 제시형으로 출제한다.
2) 배점은 200점이며 1개의 논제를 출제한다.
3) 답안은 여백포함 700~800자 분량으로 원고지(칸노트)에 작성한다.
4) 60분 이내에 해결할 수 있도록 출제한다.
5) 객관적인 채점 기준이 마련될 수 있는 문제를 출제한다.

## 3. 주제와 지문

1) 고등학생이 의학적인 지식 없이도 이해할 수 있는 보건의료 관련 현안을 주제로 삼는다.
2) 제시문 중 최소 1개는 고등학교 교과서나 EBS 교재에서 발췌하고, 다른 제시문들은 언론보도나 교양도서 내용을 고교생이 이해할 수 있는 수준으로 제시한다.
3) 지식수준 확인이 아닌 비판적 사고 능력과 자신의 생각과 입장을 정연하게 풀어나가는 능력 평가가 가능하도록 한다.
4) 시중 참고서나 기출문제와 중복되는 지문은 피한다.

# <채점기준>

# [수학문항]

## 1. 기본 사항

1) 각 논제를 각각 가중치를 가지고 채점하되 총점으로 환산하여 총괄 평가. 수리논술에서는 **배당된 점수 범위 내에서 등급이 아닌 점수로 표기하여 합산함**.

2) 채점위원 2인이 1조가 되어 한 답안지를 1차와 2차로 나누어 채점하고, 1차 채점의 결과가 만점의 25% 이상의 차이가 날 경우 채점위원이 공동 합의로 2차 채점을 진행하고, 2차 채점에서 위원간의 조정이 이루어지지 않을 경우 3차 채점을 실시한다. 3차 채점은 출제위원을 포함한 새로운 채점위원 2인이 채점하되 1차 채점의 상위와 하위 점수 사이의 점수를 부여한다.

3) 논술 답안에 수험생의 신원을 알릴 만한 요소가 있을 때는 다음과 같이 처리한다.
① 이름이 본문 내용과 별도로 표기된 경우 : 내용, 형식 모두 0점으로 채점
② 이름이 본문 중에 자연스럽게 노출된 경우 : 형식 부분에서 5점 감점
③ 제목이 표기된 경우 : 형식 부분에서 5점 감점
④ 기타 의도적으로 수험생의 신원을 알리는 기호로 판단되는 요소가 있는 경우 : 사안의 경중에 따라 형식 부분에서 5점 이상 감점

## 2. 세부 사항

1) 문제의 의도에서 완전히 이탈했거나 각 논제와 전혀 다른 내용을 서술한 경우는 0점으로 채점한다.

2) 각 문항 별 채점 기준은 다음과 같다.

# [문항 (가)] (150점)

(논제 1) (90점)

| | |
|---|---|
| 구간 $[a,x]$ 에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $M$, $m$을 다음과 같이 정의 하자.<br>$M=\max\{f'(t)-f'(a):a \le t \le x\}, \quad m=\min\{f'(t)-f'(a):a \le t \le x\}.$ (1)<br>그러면, 도함수의 연속성에 의해<br>$$-\infty < m \le M < \infty$$<br>이고<br>$$\lim_{x\to a+0} m=0\ ,\quad \lim_{x\to a+0} M=0 \qquad (2)$$<br>이 된다. | 30점 |
| 한편, 제시문 (ㅁ)의 평균값 정리에 의해 함수 $g(x)$는 다음과 같이 나타낼 수 있다.<br>$$g(x)=f'(d)-f'(a), \qquad (a<d<x). \qquad (3)$$<br>따라서, 식 (1)과 식 (3)에 의해서 다음과 같은 부등호를 얻을 수 있다.<br>$$m \le g(x) \le M. \qquad (4)$$ | 30점 |
| 식 (4)에 $x-a$를 곱한후 구간 $[a,x]$에서 적분하면<br>$$\frac{1}{2}m(x-a)^2 \le \int_a^x g(t)\,(t-a)\,dt \le \frac{1}{2}M(x-a)^2$$<br>이 되므로<br>$$\frac{1}{2}m \le \frac{1}{(x-a)^2}\int_a^x g(t)\,(t-a)\,dt \le \frac{1}{2}M$$<br>을 얻을 수 있다. | 15점 |
| 식 (2)에 의해 $\lim_{x\to 0} m=0$, $\lim_{x\to 0} M=0$ 이므로, 극한의 대소 관계에 의해<br>$$\lim_{x\to a+0} \frac{1}{(x-a)^2}\int_a^x g(t)\,(t-a)\,dt=0$$<br>이 된다. | 15점 |

(논제 2) (60점)

| | |
|---|---|
| 제시문 (ㅂ)에서 정의된 함수 $\beta(x)$에 의해, 실수 전체에서 미분 가능한 함수 $f(x)$는 다음과 같이 표현된다.<br>$$f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+g(x)(x-a). \qquad (5)$$ | 22.5점 |
| 식 (5)의 양변을 구간 $[a,x]$ 에서 적분하면, 다음의 식을 얻을 수 있다.<br>$$\int_a^x f(t)\,dt=f(a)(x-a)+\frac{f'(a)}{2}(x-a)^2+\int_a^x g(t)(t-a)dt$$<br>$$\Rightarrow \quad \frac{1}{x-a}\left(\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)\,dt-f(a)\right)=\frac{f'(a)}{2}+\frac{1}{(x-a)^2}\int_a^x g(t)(t-a)dt. \qquad (6)$$ | 22.5점 |
| 함수 $f(x)$의 도함수가 연속함수 이므로, 논제 1의 결과에 따르면,<br>$$\lim_{x\to a+0}\frac{1}{(x-a)^2}\int_a^x g(t)\,(t-a)\,dt=0, \qquad (7)$$<br>이 된다. 따라서, 식 (6)과 식 (7)에 의해서 가홍이의 예상이 성립함을 알 수 있다. | 15점 |

# [문항 (나)] (150점)

(논제 1) (75점)

| | |
|---|---|
| 신뢰구간 $I=[\overline{X}-d,\ \overline{X}+d]$가 모평균 $m$을 포함할 확률은<br>$P(m\in[\overline{X}-d,\ \overline{X}+d]) = P(\lvert\overline{X}-m\rvert \le d)$<br>$= P\left(\dfrac{\lvert\overline{X}-m\rvert}{\sigma/\sqrt{n}} \le \dfrac{d}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$<br>이다. 그런데 정규분포 $\mathrm{N}(m,\sigma^2)$를 따르는 모집단에서 크기가 $n$인 표본 $X_1,\cdots,X_n$을 임의추출하였을 때 표본평균 $\overline{X}=\dfrac{1}{n}(X_1+\cdots+X_n)$는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\dfrac{\sigma^2}{n})$을 따르므로, $\dfrac{\overline{X}-m}{\sigma/\sqrt{n}}$은 표준정규분포를 따르게 된다.<br>따라서, $P\left(\dfrac{\lvert\overline{X}-m\rvert}{\sigma/\sqrt{n}} \le z_{\frac{\alpha}{2}}\right)=1-\alpha$이다. 그러므로 $d=z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$일 때 신뢰구간 $I=[\overline{X}-d,\ \overline{X}+d]$는 신뢰도 $100(1-\alpha)\%$인 모평균 $m$의 신뢰구간이다.<br>즉, $R_1=[\overline{X}-z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{X}+z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}]$ 이다. | 30점 |
| 표본 $X_1,\cdots,X_k$의 표본평균 $\overline{X_1}=\dfrac{1}{k}(X_1+\cdots+X_k)$, 표본 $X_{k+1},\cdots,X_n$의 표본평균 $\overline{X_2}=\dfrac{1}{k}(X_{k+1}+\cdots+X_n)$는 모두 정규분포 $\mathrm{N}(m,\dfrac{2\sigma^2}{n})$를 따르고, $\overline{X_1}$과 $\overline{X_2}$는 서로 독립이다. 이 때 신뢰구간 $I_1$과 $I_2$는 어떤 상수 $d$에 대해 $I_1=[\overline{X_1}-d,\ \overline{X_1}+d]$, $I_2=[\overline{X_2}-d,\ \overline{X_2}+d]$이고 신뢰범위 $R_2$는 $R_2=I_1\cup I_2$이다.<br>신뢰범위 $R_2$가 모평균 $m$을 포함할 확률은<br>$P(m\in R_2)=1-P(m\notin R_2)= 1-P(m\notin I_1,\ m\notin I_2)$<br>$= 1-P(\lvert\overline{X_1}-m\rvert > d,\ \lvert\overline{X_2}-m\rvert > d)$<br>$= 1-P(\lvert\overline{X_1}-m\rvert > d)P(\lvert\overline{X_2}-m\rvert > d)$<br>이다. 따라서 신뢰범위 $R_2$의 신뢰도가 $100(1-\alpha)\%$이려면 $I_1$, $I_2$의 신뢰도는 모두 $1-\sqrt{\alpha}$이고, 따라서 $d=z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n/2}}$이다. 즉,<br>$R_2=[\overline{X_1}-z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n/2}},\ \overline{X_1}+z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n/2}}]\cup[\overline{X_2}-z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n/2}},\ \overline{X_2}+z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n/2}}]$이다. | 30점 |

| | |
|---|---|
| 따라서 $l(R_1)=2z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $l(R_2)=\lvert\overline{X_1}-\overline{X_2}\rvert+2z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n/2}}$ 이다. | 15점 |

(논제 2) (75점)

| | |
|---|---|
| $l(R_1)$은 상수이므로 신뢰범위 $R_1$의 평균 지름은 $E(l(R_1))=2z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$이고, 신뢰 범위 $R_2$의 평균 지름은<br>$E(l(R_2))=E(\lvert\overline{X_1}-\overline{X_2}\rvert+2z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n/2}})=E(\lvert\overline{X_1}-\overline{X_2}\rvert)+2z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n/2}}$ 이다.<br>그런데 $\overline{X_1}-\overline{X_2}$의 평균은 0, 분산은 $2\frac{\sigma^2}{n/2}=\frac{4\sigma^2}{n}$이므로 $\overline{X_1}-\overline{X_2}$은 정규분포 $\mathrm{N}(0,\ \frac{4\sigma^2}{n})$을 따른다. 따라서 $\overline{X_1}-\overline{X_2}$의 확률밀도함수는<br>$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\sqrt{n}}{2\sigma}e^{-\frac{n}{8\sigma^2}x^2}$ 이고, $E(\lvert\overline{X_1}-\overline{X_2}\rvert)$은<br>$E(\lvert\overline{X_1}-\overline{X_2}\rvert)=\lim_{n\to-\infty}\int_a^0\lvert x\rvert f(x)dx+\lim_{n\to\infty}\int_0^b\lvert x\rvert f(x)dx=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ 이다.<br>따라서 신뢰범위 $R_1$이 더 나은 신뢰범위가 될 필요충분조건은<br>$z_{\frac{\alpha}{2}}<\sqrt{2}\,z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}+\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ 이다. | 45점 |
| $\alpha=0.01$일 때, $z_{\alpha/2}=z_{0.005}=2.57583$이고,<br>$\sqrt{2}\,z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}+\sqrt{\frac{2}{\pi}}=\sqrt{2}\,z_{0.05}+\sqrt{\frac{2}{\pi}}\ >\ 1.4\times1.6+0.79=3.03$ 이므로<br>신뢰도 99%인 경우 신뢰범위 $R_1$이 더 나은 신뢰범위이다. | 7.5점 |
| $0.5\le\alpha\le1$인 $\alpha$에 대해 $z_{\alpha/2}\le z_{0.25}<0.68<\sqrt{\frac{2}{\pi}}<\sqrt{2}\,z_{\sqrt{\alpha}/2}+\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ 이므로 신뢰도 50%이하인 경우 $R_1$이 더 나은 신뢰범위이다. | 7.5점 |
| $0.36\le\alpha\le0.5$인 $\alpha$에 대해 $z_{\alpha/2}\le z_{0.18}<0.92$ 이고,<br>$\sqrt{2}\,z_{\sqrt{\alpha}/2}+\sqrt{\frac{2}{\pi}}>\sqrt{2}\,z_{\sqrt{0.64}/2}+\sqrt{\frac{2}{\pi}}>1.4\times0.25+0.79=1.14$ 이므로 신뢰도가 50%이상이고 64%이하인 경우 $R_1$이 더 나은 신뢰범위이다. 따라서 신뢰도가 64%이하인 경우 신뢰범위 $R_1$이 항상 더 나은 신뢰범위이다. | 15점 |

# [보건의료문항]

## 1. 기본 사항

### 1) 채점 방법

가. 8등급으로 채점 : A+, A0, B+, B0, C+, C0, D, F
※C0, D는 2등급 차이임
※F는 기본점수만 부여함
나. 내용 90%, 형식 10%로 구별해서 채점
다. 내용이 F이면 형식도 F로 판정
라. 400자 미만인 경우, 내용과 형식 모두 F로 채점

### 2) 제목과 이름이 표기된 경우의 처리

가. 수험생의 신원을 확인할 수 있는 이름, 수험번호 등이 본문 혹은 본문 내용과 별도로 표기된 경우 : 내용, 형식 모두 F로 채점
나. 수험생의 신원을 짐작할 수 있는 내용이 본문 중에 자연스럽게 기술된 경우 : 형식 부분에서 2-4등급 감점
다. 제목이 표기된 경우 : 형식 부분에서 2등급 감점

## 2. 답안의 내용과 형식에 대한 채점 기준

### I. 내용 (90%)

**가. 문항 취지**

A. 제시문을 읽고 주요 내용의 의미를 해석하고, 제시문 간의 연관성을 찾아내는 능력을 평가한다.
B. 일반론적인 이론, 견해, 입장 등을 구체적인 사례에 적용하여 비교 분석하는 능력을 평가한다.
C. 문항에 대한 자신의 생각과 판단을 논리적으로 전개하는 능력을 평가한다.

## 나. 제시문 출처

가) 김진국, 정보주, <공학인을 위한 윤리>, 도서출판 영, 2011, 145~146쪽
나) <생활과 윤리>, 교학사, 2011, 153~154쪽
다) 이익, <성호사설>, 12권 인사문 人事門

## 다. 제시문 주요 내용

1) 제시문 [가]는 말라리아 퇴치를 위한 유전자 조작 모기와 목화나무 보호를 위한 컬러 나방의 사례들을 제시하면서 유전자 조작 곤충에 대한 찬성과 우려의 입장을 소개한다.
2) 제시문 [나]는 환경 문제를 해결할 유일한 존재는 인간이며, 질병예방과 인류의 복지를 위하여 자연에 대한 인간의 합리적인 개입과 개발이 정당하다고 주장한다.
3) 제시문 [다]는 동물을 먹고 이용하는 것에 대한 논란을 소개하면서 동물도 지각이 있고 존재 목적이 있으니 자비의 마음으로 어쩔 수 없는 경우에만 살생을 해야 한다고 주장한다.

## 라. 채점 방식과 포인트

1) 쟁점 파악과 쟁점에 대한 자신의 입장, 둘을 나누어 채점
① 가)의 쟁점 파악
- 말라리아 퇴치를 위한 모기와 목화나무 보호를 위한 컬러나방을 포함한 GMI 찬성
- GMI에 대한 강력한 관리 규정 등 GMI에 대한 부정적 입장
② 나)에 대한 이해
- 동·식물과 자연환경 보전보다 인간의 권리를 지키는 것이 우선
- 병을 전염시키는 기생충이나 세균 등을 보전하는 것은 불합리
- 인류의 복지를 최고의 가치로 둠
③ 다)에 대한 이해
- 인간과 동물의 비차별성
- 어쩔 수 없는 경우에만 최소한으로 개입
④ 지문과 연결 지어서 찬반 입장 제시
- 나)는 GMI 찬성, 다)는 GMI에 대해 강력한 규제나 금지 등
2) 본인의 입장에 대한 논리적 근거 제시
- 찬성
- 강력한 규제 속에서 제한적 허용
- 반대
3) 가산점을 부여할 수 있는 기타 서술
① 말라리아 퇴치 모기는 인간의 질병 퇴치를 위한 것이며,
컬러 나방은 삶의 질 개선(혹은 부의 축적)과 관련된 것으로 구별
② GMI 적용시 장점 등을 지적
- GMI가 여타의 방안들과 다른 점(예: 개별/집단; 예방/치료; 분배적 정의, 효율성)
- 말라리아 박멸을 위한 근본적인 방법 등

③ GMI 적용시 문제점 등을 지적
- 가능한 대체 방안들이 있음(모기장, 살충제, 모기 서식지 없앰, 백신 주사)
- 예측하지 못한 위험과 그로 인한 자원의 낭비
- 부담과 이익의 평가가 선행되어야 함
- GMI로 말라리아를 퇴치할 수 있는 실현 가능성

④ 그 외 창의적이고 합리적인 방안 제시

# Ⅱ. 형식 (10%)

## 가. 분량

1) 900자 초과 : 2등급 감점
2) 800자 ~ 900자 : 1등급 감점
3) 600자 ~ 700자 : 1등급 감점
4) 500자 ~ 600자 : 2등급 감점
5) 400자 ~ 500자 : 3등급 감점
6) 400자 미만 : F

## 나. 문장 구성과 표현 능력

1) 문장 구성이 자연스럽지 않은 경우, 정도에 따라 1~2등급 감점
2) 국어 사용 상 오류가 있는 경우, 정도에 따라 1~2등급 감점

# <예시답안>
# [수학문항]
# [문항 (가)] (150점)

## 논제 1

구간 $[a,x]$ 에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $M$, $m$을 다음과 같이 정의 하자.

$$M=\max\{f'(t)-f'(a):a\le t\le x\},\qquad m=\min\{f'(t)-f'(a):a\le t\le x\}. \tag{1}$$

그러면, 도함수의 연속성에 의해

$$-\infty<m\le M<\infty$$

이고

$$\lim_{x\to a+0} m=0\ ,\qquad \lim_{x\to a+0} M=0 \tag{2}$$

이 된다. 한편, 제시문 (ㅁ)의 평균값 정리에 의해 함수 $g(x)$는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g(x)=f'(d)-f'(a),\qquad (a<d<x)\ . \tag{3}$$

따라서, 식 (1)과 식 (3)에 의해서 다음과 같은 부등호를 얻을 수 있다.

$$m\le g(x)\le M\ . \tag{4}$$

식 (4)에 $x-a$를 곱한후 구간 $[a,x]$에서 적분하면

$$\frac{1}{2}m(x-a)^2\le\int_a^x g(t)\,(t-a)\,dt\le\frac{1}{2}M(x-a)^2$$

이 되므로

$$\frac{1}{2}m\le\frac{1}{(x-a)^2}\int_a^x g(t)\,(t-a)\,dt\le\frac{1}{2}M$$

을 얻을 수 있다. 식 (2)에 의해 $\lim_{x\to 0} m=0$, $\lim_{x\to 0} M=0$ 이므로, 극한의 대소 관계에 의해

$$\lim_{x\to a+0}\frac{1}{(x-a)^2}\int_a^x g(t)\,(t-a)\,dt=0$$

이 된다.

## 논제 2

제시문 (ㅂ)에서 정의된 함수 $\beta(x)$에 의해, 실수 전체에서 미분 가능한 함수 $f(x)$는 다음과 같이 표현된다.

$$f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+g(x)(x-a). \tag{5}$$

식 (5)의 양변을 구간 $[a,x]$ 에서 적분하면, 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\int_a^x f(t)\,dt=f(a)(x-a)+\frac{f'(a)}{2}(x-a)^2+\int_a^x g(t)(t-a)dt$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{1}{x-a}\left(\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)\,dt - f(a)\right) = \frac{f'(a)}{2} + \frac{1}{(x-a)^2}\int_a^x g(t)(t-a)dt. \tag{6}$$

함수 $f(x)$의 도함수가 연속함수 이므로, 논제 1의 결과에 따르면,

$$\lim_{x \to a+0} \frac{1}{(x-a)^2}\int_a^x g(t)\,(t-a)\,dt = 0 \tag{7}$$

이 된다. 따라서, 식 (6)과 식 (7)에 의해서 가홍이의 예상이 성립함을 알 수 있다.

# [문항 (나)] (150점)

## 논제 1

신뢰구간 $I=[\overline{X}-d,\ \overline{X}+d]$가 모평균 $m$을 포함할 확률은

$$P(m\in[\overline{X}-d,\ \overline{X}+d]) = P(|\overline{X}-m| \le d)$$
$$= P\left(\frac{|\overline{X}-m|}{\sigma/\sqrt{n}} \le \frac{d}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

이다. 그런데 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$를 따르는 모집단에서 크기가 $n$인 표본 $X_1, \cdots, X_n$을 임의추출하였을 때 표본평균 $\overline{X}=\frac{1}{n}(X_1+\cdots+X_n)$는 정규분포 $\mathrm{N}(m, \frac{\sigma^2}{n})$을 따르므로 $\frac{\overline{X}-m}{\sigma/\sqrt{n}}$은 표준정규분포를 따르게 된다. 따라서 $P\left(\frac{|\overline{X}-m|}{\sigma/\sqrt{n}} \le z_{\frac{\alpha}{2}}\right)=1-\alpha$이다. 그러므로 $d=z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$일 때 신뢰구간 $I=[\overline{X}-d,\ \overline{X}+d]$는 신뢰도 $100(1-\alpha)\%$인 모평균 $m$의 신뢰구간이다. 즉, $R_1=[\overline{X}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{X}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$ 이다.

표본 $X_1,\cdots,X_k$의 표본평균 $\overline{X_1}=\frac{1}{k}(X_1+\cdots+X_k)$, 표본 $X_{k+1},\cdots,X_n$의 표본평균 $\overline{X_2}=\frac{1}{k}(X_{k+1}+\cdots+X_n)$는 모두 정규분포 $\mathrm{N}(m, \frac{2\sigma^2}{n})$를 따르고, $\overline{X_1}$와 $\overline{X_2}$는 서로 독립이다. 이 때 신뢰구간 $I_1$과 $I_2$는 어떤 상수 $d$에 대해 $I_1=[\overline{X_1}-d,\ \overline{X_1}+d]$, $I_2=[\overline{X_2}-d,\ \overline{X_2}+d]$이고 신뢰범위 $R_2$는 $R_2=I_1\cup I_2$이다. 신뢰범위 $R_2$가 모평균 $m$을 포함할 확률은

$$P(m\in R_2)=1-P(m\notin R_2) = 1-P(m\notin I_1,\ m\notin I_2)$$
$$= 1-P(|\overline{X_1}-m|>d,\ |\overline{X_2}-m|>d)$$
$$= 1-P(|\overline{X_1}-m|>d)P(|\overline{X_2}-m|>d)$$

이다. 따라서 신뢰범위 $R_2$의 신뢰도가 $100(1-\alpha)\%$이려면 $I_1$, $I_2$의 신뢰도는 모두 $1-\sqrt{\alpha}$이고, $d=z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n/2}}$이다.

즉, $R_2=[\overline{X_1}-z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n/2}},\ \overline{X_1}+z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n/2}}]\cup[\overline{X_2}-z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n/2}},\ \overline{X_2}+z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n/2}}]$이다. 따라서

$l(R_1)=2z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $l(R_2)=|\overline{X_1}-\overline{X_2}|+2z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n/2}}$이다.

## 논제 2

$l(R_1)$은 상수이므로 신뢰범위 $R_1$의 평균 지름은 $E(l(R_1))=2z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$이고, 신뢰범위 $R_2$의 평균 지름은

$E(l(R_2))=E(|\overline{X_1}-\overline{X_2}|+2z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n/2}})=E(|\overline{X_1}-\overline{X_2}|)+2z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n/2}}$ 이다. 그런데 $\overline{X_1}-\overline{X_2}$의 평균은 0, 분산은 $2\dfrac{\sigma^2}{n/2}=\dfrac{4\sigma^2}{n}$이므로 $\overline{X_1}-\overline{X_2}$은 정규분포 $\mathrm{N}(0,\dfrac{4\sigma^2}{n})$을 따른다. 따라서 $\overline{X_1}-\overline{X_2}$의 확률밀도함수는 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\dfrac{\sqrt{n}}{2\sigma}e^{-\frac{n}{8\sigma^2}x^2}$이다. 따라서 $E(|\overline{X_1}-\overline{X_2}|)$은

$E(|\overline{X_1}-\overline{X_2}|)=\lim_{n\to-\infty}\int_a^0|x|f(x)dx+\lim_{n\to\infty}\int_0^b|x|f(x)dx=\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\dfrac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ 이다. 따라서 신뢰범위 $R_1$이 더 나은 신뢰범위가 될 필요충분조건은 $z_{\frac{\alpha}{2}}<\sqrt{2}z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}+\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}$이다.

$\alpha=0.01$일 때, $z_{\alpha/2}=z_{0.005}=2.57583$이고,

$\sqrt{2}z_{\frac{\sqrt{\alpha}}{2}}+\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}=\sqrt{2}z_{0.05}+\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}>1.4\times1.6+0.79=3.03$ 이므로 신뢰도 99%인 경우 신뢰범위 $R_1$이 더 나은 신뢰범위이다.

$0.5\le\alpha\le1$인 $\alpha$에 대해 $z_{\alpha/2}\le z_{0.25}<0.68<\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}<\sqrt{2}z_{\sqrt{\alpha}/2}+\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}$이므로 신뢰도 50%이하인 경우 $R_1$이 더 나은 신뢰범위이다.

$0.36\le\alpha\le0.5$인 $\alpha$에 대해 $z_{\alpha/2}\le z_{0.18}<0.92$ 이고,

$\sqrt{2}z_{\sqrt{\alpha}/2}+\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}>\sqrt{2}z_{\sqrt{0.64}/2}+\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}>1.4\times0.25+0.79=1.14$ 이므로 신뢰도가 50%이상이고 64%이하인 경우 $R_1$이 더 나은 신뢰범위이다. 따라서 신뢰도가 64%이하인 경우 신뢰범위 $R_1$이 항상 더 나은 신뢰범위이다.

# [보건의료문항] (200점)

(가)에는 '유전자 조작 곤충(GMI)'에 대한 찬반 논란이 소개되어 있다. 한쪽은 GMI 연구가 인류의 생명을 위협하는 말라리아 퇴치와 목화나무 보호라는 이점을 제공한다며 그 필요성을 주장한다. 다른 한쪽은 유전자 조작이 갖는 위험으로 인해 GMO와 마찬가지로 GMI에 대한 강력한 규제 및 관리가 필요하다고 주장한다.

(나)에 따르면 인간에게 더 나은 미래 환경을 마련하는 것이 도덕적 주체인 인간의 권리이므로, GMI를 만들어 내는 것은 적절하다. 말라리아 전달체인 모기를 유전적으로 조작하는 것은 인간의 질병예방을 통해 삶의 질을 개선하는 것이기 때문이다. 그러나 (다)는 인간을 자연의 일부로 보면서 어쩔 수 없는 경우에 최소한의 정도로만 자연에 개입해야 한다고 주장한다. (다)에 따르면, 유전자 조작은 단기간에 극적인 변화를 가하는 것으로서 자연에 적극적으로 개입한다는 점에서 GMI는 적절하지 않다.

나는 GMI 연구에 반대한다. 첫째, 자연에 대한 인간의 개입은 어쩔 수 없는 경우에만 허용해야 한다. 하지만 GMI는 말라리아 퇴치를 위한 유일한 방안이 아니다. 말라리아를 예방하기 위해서 살충제를 뿌리거나 모기 서식지를 없애기 위한 방안도 있고, 모기장이나 모기향을 피워서 모기에 물리지 않는 방안도 있으며, 말라리아 백신을 많이 보급하는 방안도 있다. 둘째, 유전자 조작 모기의 효과와 실현 가능성에 대한 희망과 기대가 과학적 근거를 갖고 있지 않다. 셋째, GMI는 생태계 파괴 등의 위험성을 배제할 수 없다. 나는 자연의 다양성과 조화를 더 중시하는 사회로 가야 한다고 생각한다.