2016학년도 모의논술고사
-의예과-

<기출문제>

[1. 수학 문항 (가)] 제시문 (ㄱ)~(ㅁ)을 읽고 문제(논제 1, 논제 2)에 답하시오. (150점)

(ㄱ) (평균값 정리) 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속이고, 열린 구간 (a,b)에서 미분 가능할 때,

$$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

인 c가 열린 구간 (a,b)에 적어도 하나 존재한다.

(ㄴ) 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속일 때, 함수

$$F(x)=\int_a^x f(t)\,dt \qquad (a \le x \le b)$$

는 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속이고, 열린 구간 (a,b)에서 미분 가능하다. 제시문 **(ㄱ)**의 평균값 정리를 함수 $F(x)$적용하면

$$F'(c)=\frac{F(b)-F(a)}{b-a}=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt$$

인 c가 열린 구간 (a,b)에 적어도 하나 존재함을 알 수 있다. 그런데 $F'(x)=f(x)$이므로,

$$f(c)=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt$$

을 얻을 수 있다. 여기서 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이므로

$$\lim_{b\to a+0} f(c)=f(a)$$

가 된다.

(ㄷ) 가홍이는 제시문 **(ㄴ)**의 사실로부터 “$b\to a+0$일 때, $f(c)-f(a)$와 $b-a$의 비율의 극한은 어떻게 될까?” 하는 의문을 갖게 되었다. 이를 알아보기 위해 가홍이는 함수 $f(x)=x$, x^2, x^3 에 대하여 $\lim_{b\to a+0}\frac{f(c)-f(a)}{b-a}$을 계산하여 각각 $\frac{1}{2}$, a, $\frac{3}{2}a^2$을 얻었다. 이로부터 가홍이는 미분가능한 함수 $y=f(x)$에 대해 다음을 예상하였다.

$$\boxed{\lim_{x\to a+0}\frac{1}{x-a}\left[\left(\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)\,dt\right)-f(a)\right]=\frac{1}{2}f'(a)\text{이다.}}$$

(ㄹ) 실수 전체에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대해, 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의하였다.

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}-f'(a) & (x\neq a) \\ 0 & (x=a) \end{cases}$$

논제 1. (90점) 실수 전체에서 함수 $f(x)$의 도함수가 연속일 때, 제시문 (ㄹ)에 정의된 함수 $g(x)$에 대하여 극한값

$$\lim_{x\to a+0}\frac{1}{(x-a)^2}\int_a^x g(t)\,(t-a)\,dt$$

이 어떤 값을 갖는지 위의 제시문들에 근거하여 논술하라.

논제 2. (60점) 정의역이 실수 전체인 함수 $y=f(x)$의 도함수가 연속함수라고 할 때, 논제 1에 근거하여 제시문 (ㄷ)에 있는 가홍이의 예상이 성립하는지 논술하라.

[2. 수학 문항 (나)] 제시문 (ㄱ)~(ㅁ)을 읽고 문제(논제 1, 논제 2)에 답하시오. (150점)

(ㄱ) 연속확률변수 X가 모든 실수 값을 취하고 그 확률밀도 함수가 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$ 로 주어지면 확률변수 X는 정규분포를 따른다고 한다. 여기서 m은 평균, $\sigma\ (\sigma>0)$는 표준편차를 나타내는 상수이다.

(ㄴ) 모평균 m이 알려져 있지 않고 모분산 σ^2이 알려져 있는 정규분포를 따르는 모집단에서 표본을 추출하여 모집단의 평균 m의 값을 추정하려고 한다. 이를 위해 이 모집단에서 크기 n인 표본 $X_1,\cdots,X_n$을 임의추출하였다.

(ㄷ) 임의추출하여 얻어진 한 표본에 대해 그 표본의 표본평균을 $\overline{X}$라고 하자. 상수 d에 대해 구간 $I=[\overline{X}-d,\ \overline{X}+d]$가 모평균 m을 포함할 확률이 $1-\alpha$이면 이 구간 I를 신뢰도 $100(1-\alpha)\%$인 모평균 m의 신뢰구간이라고 한다. 이 때 신뢰도는 신뢰구간 $I=[\overline{X}-d,\ \overline{X}+d]$의 길이 $2d$에 따라 정해진다.

(ㄹ) 크기 n이 짝수인 경우 표본 $X_1,\cdots,X_n$을 다음과 같이 두 표본으로 나눌 수 있다.

[표본1]: $X_1,\cdots,X_k$　　　　[표본2]: $X_{k+1},\cdots,X_n$　　(단, $n=2k$)

제시문 (ㄷ)의 방법을 사용하여 [표본1]로부터 얻은 신뢰구간을 I_1, [표본2]로부터 얻은 신뢰구간을 I_2라고 하자. (단, 이 때 두 신뢰구간 I_1, I_2의 길이는 같도록 한다.) 이 때 합집합 $I_1\cup I_2$은 모평균 m을 포함할 범위라고 생각할 수 있다. 집합 $I_1\cup I_2$이 모평균 m을 포함할 확률이 $1-\alpha$이면 $I_1\cup I_2$을 신뢰도 $100(1-\alpha)\%$인 모평균 m의 신뢰범위라고 한다.

(ㅁ) $N\ (N\geq 1)$개의 신뢰구간의 합집합 $R=[a_1,\ b_1]\cup[a_2,\ b_2]\cup\cdots\cup[a_N,\ b_N]$을 신뢰범위라고 하자. 신뢰범위 R에 속하는 두 값 $x,y\in R$에 대해 $|x-y|$의 최대값 즉, $\max_{x,y\in R}|x-y|$을 신뢰범위 R의 지름이라고 정의하고 이 값을 간단히 $l(R)$로 나타내도록 하자. 즉, $l(R)=\max_{x,y\in R}|x-y|$이다.

(ㅂ) 크기 n이 짝수인 경우 표본 $X_1,\cdots,X_n$ 전체로부터 제시문 (ㄷ)의 방법으로 얻은 신뢰도 $100(1-\alpha)\%$ 인 신뢰구간을 신뢰범위 R_1이라고 하고, 제시문 (ㄹ)의 방법으로 얻은 신뢰도 $100(1-\alpha)\%$인 신뢰범위를 신뢰범위 R_2라고 하자.

(ㅅ) 제시문 (ㅂ)에서 정의된 두 신뢰범위 R_1, R_2는 신뢰도가 $100(1-\alpha)\%$로 같지만 지름은 같지 않다. 더구나 R_1의 지름은 크기 n이 같으면 추출되는 표본에 상관없이 일정하지만 R_2의 지름은 추출되는 표본에 따라 달라질 수 있다. 이 때 두 신뢰범위 중 평균 지름이 더 작은 것을 더 나은 신뢰범위라고 판단하기로 한다.

(ㅇ) 확률변수 Z가 표준정규분포를 따른다고 하자. $0<\alpha<1$인 실수 α에 대해 $\mathrm{P}(Z\geq x)=\alpha$인 x를 z_α라고 쓰자. 즉, $\mathrm{P}(Z\geq z_\alpha)=\alpha$이다. 다음은 몇 가지 α에 대해 z_α의 값을 나타내고 있다.

α	0.005	0.01	0.02	0.025	0.04	0.05	0.1	0.18	0.2	0.25	0.4
z_α	2.57583	2.32635	2.05375	1.95996	1.75069	1.64485	1.28155	0.915365	0.841621	0.67449	0.253347

(ㅈ) 연속확률변수 X의 확률밀도 함수가 $f(x)$이면 X의 평균 $E(X)$는

$$E(X) = \lim_{a \to -\infty} \int_a^0 xf(x)dx + \lim_{b \to \infty} \int_0^b xf(x)dx$$ 이다.

논제 1. (75점) 크기 n이 짝수일 때 제시문 (ㅂ)에서 정의된 신뢰도 $100(1-\alpha)\%$인 신뢰범위 R_1, R_2를 제시문 (ㅇ)에서 정의된 기호, 모표준편차 σ, 표본 $X_1, \cdots, X_n$ 등을 이용하여 나타내는 방법을 논술하고 각 신뢰범위의 지름이 어떻게 되는지 논술하라.

논제 2. (75점) 제시문 (ㅂ)에서 정의된 신뢰도 99%인 두 신뢰범위 R_1, R_2에 대해 제시문 (ㅅ)의 판단기준을 적용했을 때 어떤 것이 더 나은지 논술하고, 신뢰도가 64% 이하인 경우 R_1이 R_2에 비해 항상 더 나은 신뢰범위가 됨을 논술하라. (단, 필요하면 $\sqrt{\frac{2}{\pi}} = 0.797885$을 이용하라.)

[3. 보건의료 문항] (나)와 (다)를 활용하여 (가)에 나타난 쟁점을 파악하고, 이에 대한 자신의 입장을 논술하시오. [700~800자] (200점)

(가) 유전자가 조작된 곤충인 'GMI(Genetically Modified Insects)'에 대한 연구가 현재 진행 중에 있다. 특히 모기에 대한 GMI 연구는 매년 100만 명 이상의 목숨을 앗아가는 말라리아 퇴치를 주목적으로 한다. 말라리아가 모기의 체내에 기생할 수 없도록 유전자를 조작하는 것이 이 연구의 핵심이다. 또한, 영국 옥스퍼드대 루크 앨피 교수가 이끄는 연구팀은 2001년에 유전자 재조합 기술을 이용해서 솜벌레의 유충을 죽이는 '컬러 나방'을 개발했다. 목화나무를 갉아먹고 사는 솜벌레의 알에 초파리 유전자를 주입하면 물질대사 체계가 심하게 훼손된다. 그래서 이들이 나방으로 성장한 후 야생의 솜벌레 나방과 짝짓기를 통해 태어난 솜벌레도 더 이상 목화나무에 치명적인 존재가 될 수 없게 된다.

그러나 GMI 연구에 대한 반대의 목소리도 들린다. GMI 연구에 강력한 제재를 가해야 한다는 의견이 최근 미국 전문가들 사이에 오르내리고 있다. 유전자를 조작하여 제초제가 필요 없는 대두와 같이 '유전자 재조합 식품'으로 불리는 GMO(Genetically Modified Organism)가 다양한 규제에 의해 관리되고 있는 만큼, 살아서 움직이는 GMI에 대해서는 더욱 강력한 관리 규정이 필요하다는 지적이다.

(나) 오늘날 환경 문제는 전 인류의 문제로 등장하고 있다. 하지만 이 문제에 대해 관심을 가진 유일한 존재는, 그리고 해결할 수 있는 유일한 존재는 바로 인간이다. 자연에 대한 인간의 의무와 책임은 별도의 생태이론을 필요로 하지 않는다. 맥클로스키(McCloskey, H.J.)는 다음과 같이 말한다. "동물에게 권리가 부여된다고 할 경우 동물이 자기의 도덕적 권리를 어떻게 행사할 수 있는지에 대해 우리는 아무런 지식도 가질 수 없다. 동물은 권리를 행사할 만한 아무런 능력도 지니지 못하고 있기 때문이다." 따라서 동물을 학대하는 것이 잘못이라는 것과 동물에게도 권리가 있다고 하는 것은 별개의 문제이다. 동식물과 자연환경은 당연히 보전되어야 하지만, 이것이 인간의 권리를 지키는 것과 상반될 경우에는 도덕적으로 옹호될 수 없다. 병을 전염시키는 기생충이나 세균 등을 안전하게 보전하자는 시도는 합리적이라고 할 수 없다. 또한 수백만의 사람들이 영양실조로 죽어가는 것을 보면서도 자연환경을 개간하지 못하도록 하는 것은 오히려 반인륜적이다. 돈벌이를 위해서라면 마구잡이로 환경을 훼손해도 된다는 말이 결코 아니다. 환경 문제는 인간의 무절제하고 근시안적인 이익 추구의 태도에서 비롯된 것이므로, 이를 개선하는 것이야말로 환경 문제 해결의 핵심이라고 볼 수 있다. 자연의 다양성과 조화는 대단히 중요하며 이를 위해 인간은 최선의 노력을 기울여야 한다. 그것이 바로 인류의 복지를 위한 길이며 우리 후손들에게 물려줄 가장 중요한 유산이기 때문이다.

(다) 백성은 바로 나의 동포이고 만물도 다 나의 유(類)이다. 그러나 초목만은 지각이 없어 혈육을 가진 동물과는 차별이 있으니 그것을 취하여 삶을 영위할 수 있지만, 날짐승、길짐승 같은 것은 살기를 좋아하고 죽기를 싫어하는 정이 사람과 같은데 어찌 차마 해칠 수 있으랴? 그 중에도 사람을 해치는 동물은 이치로 보아 사로잡거나 죽일 수 있겠고, 또 사람에게 길러진 동물은 나를 기다려 성장했으니 나에게 희생될 수 있다 하겠지만, 저 산 위에서나 물 속에서 저절로 생장한 것들이 마구 사냥과 그물의 독을 당하는 것은 무엇 때문일까? 어떤 이가 "만물이 다 사람을 위해 생겨났기 때문에 사람에게 먹히는 것이 당연한 일이라."고 말했더니, 정자(程子)가 듣고 말하기를 "그렇다면, 이[蝨]가 사람을 물어뜯는데 사람이 이를 위해 생겨났느냐?"고 하였으니, 그 변론이 또한 분명하다.

또 누가 서양 사람에게 "만물이 다 사람을 위해 생겨났다면, 사람이 먹지 않는 저 벌레는 왜 생겨났느냐?" 했더니, 그는 "새가 벌레를 먹고 살찌는데 사람은 새를 잡아먹으니 이것이 바로 사람을 위해 생겨난 것이다." 하니, 이 말 또한 꾸며댄 말이라 하겠다.

나는 늘 불가에서 힘쓰는 자비(慈悲) 한 가지를 생각하는데 그것이 아마 옳을 것 같다. 이미 "대동(大同)의 풍속은 성인일지라도 고칠 수 없다. 사람이 처음 생겨날 때부터 동물의 피를 마시고 그 털과 가죽을 입은지라, 이렇게 하지 않으면 무엇으로 살아가겠느냐?" 하여, 그 힘의 미치는 대로 한 것이 곧 풍속을 이룩했다. 앞서 이미 그렇게 한 것을 뒤에 따르지 않을 수 없기 때문에 늙은이를 봉양하는 데에도 쓰고 제사를 받드는 데에도 쓰고 손님을 접대하는 데에도 쓰고 병을 치료하는 데에도 쓰니, 어떤 한 사람의 견해로도 갑자기 폐지할 수 없는 것이 분명하다.

만약에 성인이 일찌감치 오곡(五穀)、상마(桑麻)의 세상에 태어나서 처음부터 아예 고기 먹는 풍습을 없앴더라면 지금처럼 많은 살생은 하지 않을 것이다. 그렇다면, 이것이 대개 군자로서의 부득이한 일인 만큼, 역시 부득이한 마음으로 먹어야 족하리라. 만약에 함부로 살생을 자행하거나 기탄없이 욕심만을 채우려 한다면 그 결과는 약자의 살을 강자가 뜯어먹는 것을 면하지 못할 것이다.