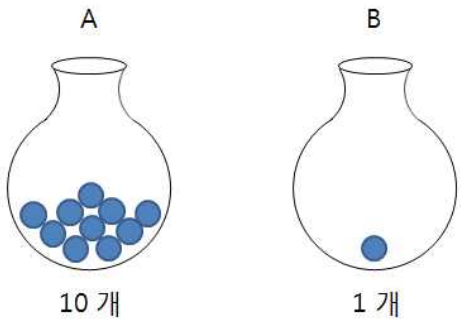
2015학년도 가톨릭대학교 모의논술

- 의예과 -

<문제지>

[수학 문항 1] 제시문 (가)~(라)를 읽고 문제(논제 1~2)에 답하시오. (100점)

(가) 아래 그림과 같이 항아리 A와 B에 각각 10개, 1개의 공이 들어있다.



(나) 앞면이 나올 확률이 $a(0<a<1)$, 뒷면이 나올 확률이 $1-a$가 되도록 고안된 동전이 있다. 이 동전을 던져 앞면이 나오면 항아리 A를 선택하고, 뒷면이 나오면 항아리 B를 선택한 후, 선택된 항아리에서 공을 하나 꺼내 상대 항아리에 넣는 작업을 한 쪽 항아리에 공이 하나도 없게 될 때 까지 진행한다. 이 때, 끝날 때까지 동전을 던진 횟수를 n이라고 하자.

(다) 제시문 **(나)**에 주어진 확률 a 값이 각각 $0.1, 0.2, \cdots, 0.9$ 로 주어진 동전 9개가 있다. 이 중 하나를 선택한 후, 이 동전을 이용하여 제시문 **(나)**에 주어진 작업을 진행한다.

(라) 주어진 사건 A에 대하여 $P(A)$를 A가 일어날 확률이라고 하자. 두 사건 A, B에 대하여 $A \cap B = \phi$ 이면, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 를 만족한다.

논제 1. (60점) $n=7$ 또는 $n=9$일 확률을 최대로 하는 a가 어떤 방정식의 해가 되는지 논술하시오.

논제 2. (40점) B 항아리에 공이 하나도 없어 작업이 끝나게 된 경우 $n=25$이면 1억 원의 상금이 주어진다고 한다. 이 경우 상금의 기댓값을 최대화하기 위하여 제시문 **(다)**에 주어진 동전 중 어떤 동전을 선택하는 것이 좋은지 논술하시오.

[수학 문항 2] 제시문 (가)~(아)를 읽고 문제(논제 1~2)에 답하시오. (100점)

(가) 두 실수 a, b(단, $a < b$)에 대하여 닫힌구간 $[a,b]$와 열린구간 (a,b)를 다음과 같이 정의한다.

$$[a,b] = \{x \mid a \le x \le b\}$$
$$(a,b) = \{x \mid a < x < b\}$$

(나) 어떤 함수 $f(x)$가 정의역에 속하고 $x_1 < x_2$을 만족하는 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $f(x_1) \le f(x_2)$ 를 만족하면 $f(x)$를 단조증가함수라고 한다.

(다) 정의역이 닫힌구간 $[0,1]$이고 공역이 닫힌구간 $[0,1]$인 단조증가함수 중 일대일 대응을 모두 모아놓은 집합을 V라고 하자.

(라) 두 함수 f와 g에 대하여 합성함수 $f \circ g$는 $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ 로 정의된다.

(마) V의 원소인 함수 f에 대하여 함수의 수열 f_n을 다음과 같이 귀납적으로 정의하자.

$$f_1 = f \ , \quad f_{n+1} = f \circ f_n \ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

(바) 제시문 **(마)**에서 정의된 함수 f_n의 $x = a$에서의 값으로 이루어진 수열 $\{f_n(a)\}$는 수렴한다. 이를 이용하여 함수 f_0를 다음과 같이 정의하자.

함수 f_0의 정의역은 닫힌구간 $[0,1]$이다.
$x = a$에서의 값 $f_0(a)$는 수열 $\{f_n(a)\}$가 수렴하는 값이다.

(사) 수렴하는 어떤 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대해서 $\alpha < a_n < \beta$를 만족하면, $\alpha \le \lim_{n\to\infty} a_n \le \beta$를 만족한다. (단 α, β는 상수인 실수)

(아) 수렴하는 어떤 수열 $\{a_n\}$의 극한값을 α라고 하자. 만약 어떤 연속함수 $f(x)$가 존재하여 모든 자연수 n에 대해 $a_{n+1} = f(a_n)$의 관계가 성립한다면, 수열 $\{a_n\}$의 극한값 α는 방정식 $f(x) = x$의 해가 된다.

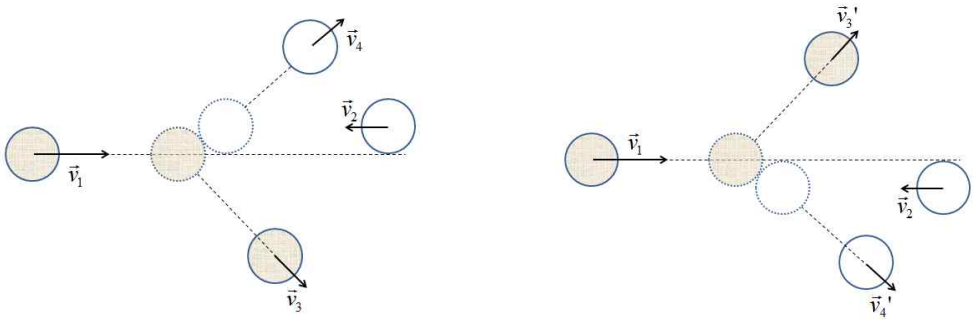
논제 1. (30점) V의 임의의 두 원소 f, g에 대하여 $f \circ g \in V$임을 논증하고 이를 이용하여 제시문 **(마)**에 정의된 함수 f_n이 모든 자연수 n에 대해 V의 원소임을 논술하시오.

논제 2. (70점) 함수 $f(x) = -2x^3 + 3x^2$이 V의 원소임을 보이고, 제시문 **(마)**와 제시문 **(바)**에 따라 정의된 $f_0(x)$가 무엇이 되는지 논술하시오.

[물리 문항] 제시문 (가)~(바)를 읽고 문제(논제 1~2)에 답하시오. (100점)

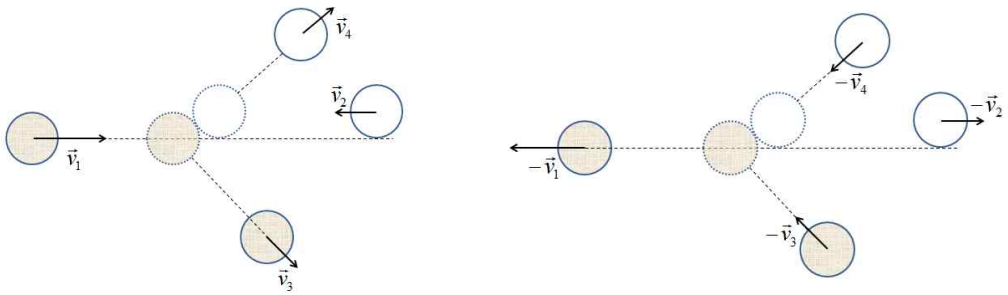
(가) 속도 $\vec{v}$로 움직이는 질량 m인 물체의 운동에너지는 $\frac{1}{2}mv^2$이다. (v는 이 물체의 속력이다.) 두 물체가 충돌할 때, 충돌 직전의 전체 운동에너지와 충돌 직후의 전체 운동에너지가 같다면 이 충돌을 탄성 충돌이라고 한다. 분자 사이의 충돌은 탄성 충돌이다.

(나) 3차원 공간에서 탄성 충돌을 하는 두 입자의 충돌 전 속도가 각각 $\overrightarrow{v_1}$, $\overrightarrow{v_2}$라면, 아래의 그림 (1)과 같이 충돌하는 순간의 두 물체의 상대적인 위치에 따라서 충돌 후의 속도는 달라진다.



<그림 (1)>

그림 (2)의 왼쪽 그림처럼 충돌 후 두 물체의 속도가 $\overrightarrow{v_3}$, $\overrightarrow{v_4}$라고 하자. 그림 (2)의 오른쪽 그림처럼 충돌 후 어느 한 순간에 두 물체의 위치는 그대로 두고 속도만 $-\overrightarrow{v_3}$, $-\overrightarrow{v_4}$로 바꾸면 이 두 물체는 다시 충돌하게 되고 충돌 후의 속도는 $-\overrightarrow{v_1}$, $-\overrightarrow{v_2}$가 된다.



<그림 (2)>

이 사실로부터 우리는 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다. 두 물체가 임의의 상대적 위치에서 충돌할 경우, 속도가 $\overrightarrow{v_1}$, $\overrightarrow{v_2}$인 두 물체가 탄성 충돌 후 각각 $\overrightarrow{v_3}$, $\overrightarrow{v_4}$가 될 확률은 속도가 $-\overrightarrow{v_3}$, $-\overrightarrow{v_4}$인 두 물체가 탄성 충돌 후 각각 $-\overrightarrow{v_1}$, $-\overrightarrow{v_2}$가 될 확률과 같다.

(다) 이상 기체는 분자 사이에 작용하는 힘을 무시할 수 있는 가상적인 기체로서, 이상 기체를 구성하는 분자들은 정지 상태에 있는 것이 아니라 분자간의 충돌에 의해 속도와 위치가 끊임없이 변한다. 단원자 분자로 이루어진 이상 기체의 어떤 분자의 속도가 $\vec{v}$일 확률 밀도 함수를 $f(\vec{v})$라고 하자. $f(\vec{v})$는 $\vec{v}$가 어느 방향으로 진행하는 지에 상관없이 속력이 같으면 같은 값을 가져야 하므로 $f(\vec{v})=g(v^2)$ 의 형태를 갖는다. 또한, 어떤 분자의 속도가 $\vec{v_1}$인 사건은 또 다른 분자의 속도가 $\vec{v_2}$인 사건과 독립이다.

(라) 단원자 분자로 이루어진 이상 기체에서 속도가 $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$인 두 분자가 충돌하여 $\vec{v_3}$, $\vec{v_4}$로 바뀔 확률을 $R(\vec{v_1},\vec{v_2};\vec{v_3},\vec{v_4})$ 이라고 한다면, 이 이상 기체에서 속도가 $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$ 인 두 분자가 충돌하여 $\vec{v_3}$, $\vec{v_4}$로 바뀌는 사건이 일어날 확률은 두 분자의 속도가 $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$ 인 확률과 충돌로 $\vec{v_3}$, $\vec{v_4}$로 바뀌는 확률의 곱으로 쓸 수 있다. 이상 기체가 열평형 상태에 있다면 어떤 입자가 속도 $\vec{v}$를 가질 확률은 변하지 않으므로, 속도가 $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$ 인 두 분자가 충돌하여 $\vec{v_3}$, $\vec{v_4}$로 바뀌는 사건이 일어날 확률은 속도가 $-\vec{v_3}$, $-\vec{v_4}$ 인 두 분자가 충돌하여 $-\vec{v_1}$, $-\vec{v_2}$ 로 바뀌는 사건이 일어날 확률과 같다.

(마) 연속 함수 $h(x)$가 임의의 세 실수 y, z, w에 대하여 $h(y)+h(z)=h(w)+h(y+z-w)$ 의 관계가 성립한다면, 이 함수는 $h(x)=a-bx$ 의 형태이다. (단, a, b는 상수)

(바) 온도 T의 열평형 상태에 있는 단원자 분자로 이루어진 이상 기체에서 분자 1개의 평균 운동 에너지는 $\frac{3}{2}k_BT$이다. 여기서 $k_B=1.38\times10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ 인 볼츠만 상수이다.

논제 1. (60점) 제시문 **(라)**에서 설명한 열평형 상태에 있는 이상 기체의 성질로부터 연속함수 $f(\vec{v})$가 어떤 형태가 되어야 하는지 논술하라. 단, $f(\vec{v})$는 두 개의 미지수를 포함한다.

논제 2. (40점) 제시문 **(바)**를 이용하여, 논제 1에서 구한 $f(\vec{v})$에 포함된 두 개의 미지수를 어떻게 결정할 수 있는지 논술하라. (단, 미지수를 구하는 식을 풀 필요는 없다.)

[화학 문항] 제시문 (가)~(마)를 읽고 문제(논제 1~3)에 답하시오. (100점)

(가) 분자에서 공유 전자쌍을 끌어당기는 능력을 상대적 수치로 나타낸 것을 전기음성도라고 한다.

(나) 결합 에너지는 분자를 이루고 있는 원자 사이의 결합의 세기를 나타내는 척도로서 결합 에너지가 클수록 결합이 강하고 안정하다.

(다) 화학 결합의 종류에는 이온 결합과 공유 결합이 있으며, 공유 결합은 공유 전자쌍의 치우침이 없어 분자 내에 부분 전하가 생기지 않는 무극성 공유 결합과 전기 음성도의 차이로 인해 한쪽 원자로 공유 전자쌍의 치우침이 일어나 분자 내에 부분 전하를 갖는 극성 공유 결합이 있다. 즉 이온 결합과 무극성 공유 결합은 화학결합의 극단적인 두 유형이며, 실제의 화학 결합은 공유 결합 성질과 이온 결합 성질을 어느 정도씩 모두 가지고 있다.

(라) 분자들 사이에 작용하는 힘에는 쌍극자-쌍극자 힘, 분산력(반 데르 발스 힘)과 수소 결합이 있다. 쌍극자-쌍극자 힘이란 서로 근접한 극성 분자들이 갖고 있는 부분전하 사이에 작용하는 정전기적 인력을 말하며 공유결합 분자들 중 전기 음성도 차이에 의한 쌍극자 모멘트가 있는 극성 분자들 사이에 형성된다. 쌍극자 모멘트가 0인 무극성 분자의 경우에는 일시적으로 분자 내의 전자가 한쪽으로 쏠리면서 전자 분포가 치우쳐 편극이 되면 순간적으로 쌍극자가 형성될 수 있다. 이때, 순간 쌍극자는 이웃한 분자의 전자 분포에 영향을 미쳐 또 다른 순간 쌍극자를 유발하게 된다. 이 두 순간 쌍극자 사이에 작용하는 정전기적 인력을 분산력(반 데르 발스 힘)이라고 하며 분자량이 클수록 분산력이 커지게 된다. 수소 결합이란 전기 음성도가 큰 원자에 결합된 수소 원자와 전기 음성도가 큰 다른 원자에 있는 비공유 전자쌍 사이에 강한 정전기적 인력이 생겨 이루어지는 결합이다.

(마) 다음은 몇 가지 이원자분자의 결합 에너지(kJ/mol)를 나타낸 표이다.

분자	결합 에너지 (kJ/mol)	분자	결합 에너지 (kJ/mol)
H_2	436	ClF	254
F_2	155	HF	565
Cl_2	240	HCl	429
Br_2	190	HBr	363
I_2	148	HI	295

논제 1. (40점) 주어진 표의 자료를 활용하여, 화학 결합의 이온 결합 성질에 의해 결합이 더욱 안정해진다는 것을 논하시오.

논제 2. (30점) 위 논제의 근거를 활용하여, 이온 결합 성질에 의한 안정성이 전기음성도 차이에 비례한다고 할 때, F와 Cl중 어떤 원자의 전기음성도가 큰지 논하시오. 또한 F의 전기음성도를 300이라 할 때, Cl의 전기음성도의 값이 얼마인지 예측하시오.

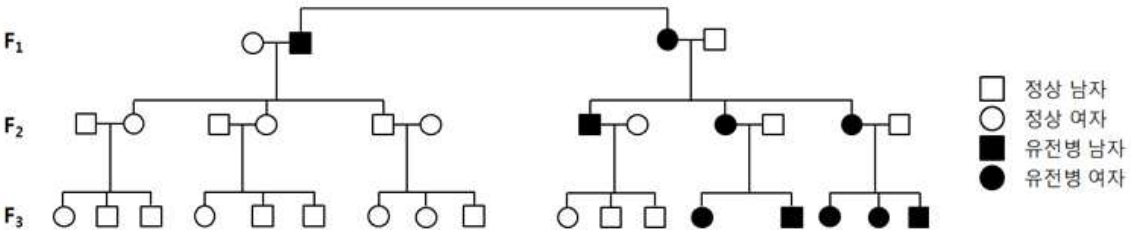
논제 3. (30점) 다이에틸에테르($C_2H_5OC_2H_5$)와 에탄올(C_2H_5OH)은 모두 상온에서 액체이며, 물에 잘 용해된다. 두 가지 화합물이 물에 잘 용해되는 이유를 구조식을 사용하여 논하시오. 에탄올이 다이에틸에테르보다 끓는점이 높은 이유를 앞의 용해현상과의 공통점 및 차이점을 들어 구조식을 사용하여 논하시오.

[생명과학 문항] 제시문 (가)~(다)를 읽고 문제(논제 1~3)에 답하시오. (100점)

(가) 세포는 생물을 구성하는 구조적 기본 단위이면서 생명활동이 일어나는 기능적 기본 단위이다. 전자현미경으로 세포의 미세구조를 관찰하면 여러 가지 세포 소기관들을 볼 수 있는데 주요 소기관들의 기능은 다음과 같다. 리보솜, 소포체, 골지체 등은 물질의 합성과 이동 및 분비에 관여하는데, 리보솜에서 합성된 단백질은 세포질에서 쓰이거나 소포체의 내부로 들어가 필요한 곳으로 수송되거나 골지체로 보내져 세포 밖으로 분비된다. 세포의 중앙에는 막으로 둘러싸인 둥근모양의 핵이 있다. 핵에는 유전물질인 DNA가 들어 있고, 핵 속에 존재하는 인에서는 리보솜이 만들어진다. 엽록체와 미토콘드리아는 에너지 대사에 관여하는데, 식물세포에만 있는 엽록체에서는 태양에서 오는 빛에너지를 화학에너지로 전환하여 포도당과 같은 유기물로 저장하고, 미토콘드리아에서는 포도당과 같은 유기물을 분해하여 생명활동에 필요한 에너지를 방출하는 세포호흡이 일어난다.

(나) 산소가 없는 상태에서 포도당을 분해하여 젖산을 만드는 과정을 젖산 발효라고 한다. 사람의 근육 세포는 과도한 운동으로 공급되는 산소의 양이 부족할 때 젖산 발효를 하고 젖산 발효가 일어나면 젖산이 근육 세포에 축적되어 근육이 피로해진다. 젖산 발효가 심해지면 혈액 내에 젖산이 축적되어 혈액의 산염기평형이 깨진다. 특히 산소와 에너지 소비량이 많은 중추신경계나 근육, 심장, 내분비기관 등은 과도한 젖산 발효에 의해 근육장애, 두통, 발달장애, 학습장애, 발작 등을 일으킬 수 있다. 정상적인 상황일 때 젖산은 혈액을 통하여 간으로 운반되며, 간 세포에서 피루브산으로 전환된다.

(다) 아래는 정신 발달 장애와 근육장애를 겪고 있고 가벼운 운동만으로도 혈액의 pH가 정상보다 낮아지는 유전병 환자의 가계도이다. 이 환자들의 근육세포에서는 $NADH/NAD^+$와 $FADH_2/FAD$의 비율이 정상인에 비해 매우 높게 측정되었다.



논제 1. (30점) 근육세포에서 일어나는 젖산 발효가 근육의 수축기능 유지에 어떻게 기여하는지 서술하시오.

논제 2. (30점) 제시된 가계도를 이용해 이 질병이 어떤 유전방식(상염색체유전, 성염색체유전, 또는 그 외의 유전방식)으로 유전되는지 논리적으로 서술하고 이 질병을 일으키는 유전자(들)의 위치를 추론하시오.

논제 3. (40점) 위의 유전병을 일으키는 유전변이가 어떻게 비정상적인 $NADH/NAD^+$와 $FADH_2/FAD$ 비율을 야기할 수 있는지 그 원인을 추론하고, 이 유전변이가 일어난 유전자(들)에서 발현되는 단백질의 이름과 역할을 논리적으로 서술하시오.

[보건의료 문항] 제시문 (나)와 (다)를 참조하여 (가)에 나타난 현상의 문제점을 지적하고 해결책을 제시하시오. (700~800자 이내, 200점)

(가)

이른바 스마트 드러그(Smart Drug)는 미국에서 머리가 잘 돌아가게 해준다는 약들을 총칭한다. 이 중에서도 시험 기간 동안 대학생들의 손을 타는 약 중 가장 대표적인 것은 아데랄(Adderall)과 리탈린(Ritalin)이다. 둘 다 ADHD(주의력결핍과다활동장애) 치료를 위해 처방되는 약으로, 중추신경을 자극하여 집중력과 기억력 등 두뇌 활동 능력을 높여 준다고 한다. 물론 두 약 모두 의사의 처방전이 있어야 살 수 있지만, 편법을 이용해 구하기 어렵지 않은 것이 미국의 현실이다. 처방전이 있는 아이들이 자신의 약을 친구들에게 공짜로 나누어주거나 아니면 인터넷 사이트를 이용해 판매하는 경우가 많다. 혹은 그렇게 약을 구하지 못한 아이들이 ADHD 진단이 환자의 말에 의존할 수밖에 없다는 취약점을 이용해, 증상을 거짓으로 꾸며내어 처방전을 받아내기도 한다.

그렇다면 대체 스마트 드러그라 불리는 이 약들의 효과란 어떤 것일까? 정말로 아데랄과 리탈린을 복용하면 머리가 좋아지는 것일까? 이 약을 복용했던 어떤 학생은 해야 할 과제를 내버려둔 채, 목적 없는 웹서핑에 시간을 흘려보내다가 아데랄을 먹고 "레이저 빔"처럼 정신을 집중할 수 있었다고 한다. 또 다른 학생은 약을 먹기 이전의 상태를 "머릿속에 안개가 낀 것 같다"는 말로 표현했다. 그러니까 아데랄을 먹으면서 그 안개가 말끔히 걷혔다는 이야기다. 정말 효과가 이 정도라면, 불법적인 수단을 이용해서라도 약을 구하고 싶어 하는 심정이 전혀 이해가 가지 않는 것도 아니다. 주변 아이들이 전부 아무렇지 않게 약을 털어 넣고 있다면 그 유혹을 뿌리치기 쉽지 않을 것이다.

그런데 스마트 드러그는 입맛을 잃게 하고 불면증을 유발하기도 한다. 하지만 문제는 오히려 알려진 부분보다는 아직 알려지지 않은 부작용에 있을 수 있다. 이 약들이 비교적 최근에 개발된 만큼, 장기적으로 복용했을 때 인간의 신체에 미치는 효과에 대한 연구가 아직 충분하지 않다는 것이다. 도파민 생성을 촉진하는 이 약들이 중독을 유발한다는 우려 또한 작지 않은데다가, 몇 년 전에는 아데랄을 복용한 사람들 중 일부에서 돌연사를 하는 경우가 발생해 캐나다 보건 당국에서 약의 판매를 일시 정지시키기도 했다. 그러니까 처방전 없이 스마트 드러그를 복용하는 이들은 자신의 머리뿐 아니라 생명을 대상으로 실험을 하고 있는 것인지도 모른다.

하지만 이런 모든 위험 요소에도 불구하고 미국에서 스마트 드러그의 인기는 갈수록 치솟는 모양새다. 어쩌면 스마트 드러그는 멀티태스킹 시대의 두뇌용 스테로이드다. 스마트폰과 노트북으로 무장한 채 분초 간격으로 이메일, 트위터 등을 체크하지 않으면 조바심을 내는, 한 번에 인터넷 창 수개와 메신저를 띄워놓고 이리저리 널을 뛰는 것이 일상적인 지금의 디지털 세대에게 주의를 분산하지 않고 하나의 일에 오롯이 집중하는 능력만큼 부족한 것이 또 있을까. 그러니까 아데랄과 리탈린과 같은 약이 점점 통용되고 있는 것은 특수한 현상이라기보다는 주의력과 인내심이 바닥난 속도의 시대가 낳은 결과일지 모른다. 스마트 드러그란 집중력 부재의 세대가 갈구하는 치료제라기보다는 경쟁사회가 탄생시킨 가장 유혹적인 채찍인지도 모르겠다.

(나)

스포츠의 본질적 특성은 '놀이'와 '경쟁'이라는 두 관점에서 파악할 수 있다. 놀이의 관점에서 스포츠의 본질은 자유로운 선택을 통해 재미와 즐거움을 추구하면서 삶의 성취감을 느끼는 것이라고 할 수 있다. 그리고 경쟁의 관점에서 스포츠의 본질은 모든 운동선수가 최대한 노력을 하며 신체적·지략적 탁월성을 발휘하여 경기의 규칙을 존중하는 가운데 승리를 추구하는 것이라고 할 수 있다. 인간의 삶에 공헌하는 스포츠가 되려면 '놀이'와 '경쟁' 요소가 조화롭게 공존해야 한다. 놀이의 요소는 스포츠 경기에서의 경쟁이 승리 지상주의나 과도한 상업주의로 변질하여 인간성을 상실하지 않도록 도와줄 수 있고, 경쟁의 요소는 스포츠 경기에서 박진감을 더해 주어 놀이적 요소인 재미와 즐거움이 극대화될 수 있도록 해 준다. 나아가 스포츠 활동은 참여한 사람들이 함께 즐거움과 성취감을 느끼는 과정에서 사회적 관계를 형성하는 것에도 기여한다.

(다)

모든 기술과 온갖 종류의 탐구, 그리고 모든 행위는 어떤 좋음(good)을 향하는 것으로 보인다. 그런데 이런 좋음, 즉 목표나 목적들 사이에는 차이가 있다. 어떤 때는 활동 자체가 목적이 되지만, 어떤 때는 그 활동을 넘어서 성과(물)가 목적이 된다. 산다는 것은 일종의 활동이며, 각자는 자신이 타고난 능력을 가지고 가장 좋아하는 것들에 관한 활동을 수행한다. 예를 들면 음악가는 자신의 청각을 가지고 멜로디에 관련해서 활동하는 것 자체에서 즐거움을 얻는다. 즐거움은 그 활동들을 완성시키고 따라서 사람들이 추구하는 삶 또한 완성시킨다. 한편, 활동에만 그치지 않고 성과(물)도 있는 경우로는 건강을 목적으로 하는 의술, 배를 목적으로 하는 조선술, 승리를 목적으로 하는 병법, 부를 목적으로 하는 경제 등이 있다.