

2015학년도 가톨릭대학교 모의논술

- 자연과학/공학계열 -

<문제지>

[문항 1] 제시문 (가)~(바)를 읽고 문제(문제 1, 문제 2)에 답하시오. (25점)

(가) 어떤 사건 A 가 일어날 확률을 $P(A)$ 라고 한다.

(나) 두 사건 A 와 B 에 대하여 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 를 만족하면 A 와 B 는 독립이라고 한다.

(다) 두 사건 A 와 B 에 대하여 조건부 확률 $P(A|B)$ 는 다음과 같다.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(라) 평면 위의 네 점 $O(0,0)$, $X(1,0)$, $Y(0,1)$, $Z(1,1)$ 을 원소로 하는 집합을 V 라고 하자.

$$V = \{O(0,0), X(1,0), Y(0,1), Z(1,1)\}$$

(마) 집합 V 에서 어떤 점이 뽑힐 확률이 다음과 같이 주어졌다. 이 값들이 확률로서 의미를 갖게 하는 a 의 범위를 I 라고 하자.

$$P(O) = P(Z) = a, P(X) = b, P(Y) = \frac{1}{5}$$

단, $P(O) + P(X) + P(Y) + P(Z) = 1$ 이다.

(바) 사건 C 와 사건 D 는 다음과 같다.

$$C = \{(x,y) \in V \mid x = 1\}$$

$$D = \{(x,y) \in V \mid y = 1\}$$

문제 1. (10점) 제시문 (바)에 주어진 사건 C 와 D 가 독립이 되는 a 값을 구하시오.

문제 2. (15점) 함수 $f(a)$ 를 제시문 (바)에 주어진 사건 C 와 D 에 대한 조건부 확률 $P(C|D)$ 라고 하자. 그러면 함수 f 의 정의역은 제시문 (마)에 주어진 I 이고 공역은 $[0,1]$ 이다. 이 때, $f(a)$ 의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

[문항 2] 제시문 (가)~(라)를 읽고 문제(문제 1, 문제 2)에 답하시오. (35점)

(가) 구간 I_n 은 다음과 같이 정의된다.

$$I_n = \left\{ x \mid \frac{1}{2^n} < x \leq \frac{1}{2^{n-1}} \right\} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(나) 함수 $f_n(x)$ 를 다음과 같이 정의한다. ($n = 1, 2, 3, \dots$)

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{3 + (-1)^k}{2}x, & x \in I_k \\ 0, & x > 1 \text{ 또는 } x \leq \frac{1}{2^n} \end{cases}$$

단, $k = 1, 2, \dots, n$

(다) 함수 $g(x)$ 의 불연속점이 $0 < x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n < 1$ 라고 할 때, $g(x)$ 의 적분은 다음과 같이 계산된다.

$$\int_0^1 g(x)dx = \int_0^{x_1} g(x)dx + \sum_{k=1}^{n-1} \int_{x_k}^{x_{k+1}} g(x)dx + \int_{x_n}^1 g(x)dx$$

(라) 수열 $\{S_n\}$ 은 다음과 같이 정의된다. ($n = 1, 2, 3, \dots$)

$$S_n = \int_0^1 f_n(x)dx$$

문제 1. (10점) 제시문 (나)에서 정의된 함수 중, $y = f_4(x)$ 의 그래프를 그리시오.

문제 2. (25점) 제시문 (라)에서 정의된 수열 $\{S_n\}$ 의 일반항을 구하고 이 수열의 수렴성에 대해서 논하시오.

[문항 3] 제시문 (가)~(나)를 읽고 문제(문제 1, 문제 2, 문제 3)에 답하시오. (40점)

(가) <보기 1>의 그림 (A)는 방사성동위원소로 표지된 산소원자를 포함하고 있는 물($H_2^{18}O$)에 보통의 이산화탄소(CO_2)를 공급하고 빛이 있는 조건에서 클로렐라를 배양하였고, 그림 (B)는 보통의 물(H_2O)에 방사성동위원소로 표지된 산소원자를 포함하고 있는 이산화탄소($C^{18}O_2$)를 공급하고 빛이 있는 조건에서 클로렐라를 배양하였다. 이 후, (A)와 (B)에서 발생하는 산소를 따로 포집하여 방사성동위원소를 포함하고 있는 산소의 존재 유무를 관찰한 결과, (A)에서는 방사성동위원소를 포함하고 있는 산소가 발생하였고, (B)에서는 보통의 산소가 발생하였다.

<보기 1>



(나) <보기 2>는 루벤(Ruben)이 제시문 (가)의 실험을 정량적으로 증명하기 위하여 각각 다른 비율의 $C^{18}O_2$ 와 $H_2^{18}O$ 가 포함된 배지를 이용하여 발생한 ^{18}O 를 조사한 결과이다.

<보기 2>

배양액의 조건		결과
배양액에 넣은 CO_2 중 $C^{18}O_2$ 의 비율(%)	배양액에 넣은 H_2O 중 $H_2^{18}O$ 의 비율(%)	발생한 O_2 중에 ^{18}O 가 차지한 비율(%)
0.61	0.85	0.85
0.51	0.20	0.20
0.40	0.20	0.20

문제 1. (10점) 제시문 (가)와 제시문 (나)를 이용하여 이산화탄소, 물, 빛의 상관관계를 산소의 발생 관점에서 논술하시오.

문제 2. (15점) 제시문 (가)의 (A)와 (B)에서 클로렐라를 따로 수확하고 완전히 건조한 후, 각기 다른 그룹으로 격리된 동물의 먹이로 사용하였을 경우 동물의 몸속에 방사성동위원소가 축적되는 경우가 발생할 수 있다. 동물체 내에 방사성동위원소가 축적되었다면 (A)와 (B) 중 어느 쪽의 클로렐라로부터 축적이 발생될 수 있는지, 어떠한 형태로 축적이 될 수 있는지, 그리고 그 이유가 무엇인지 논술하시오. (전제: 세포에 흡수된 단위체는 다른 류(지방 및 단백질)의 유기물질로 전환되지 않음).

문제 3. (15점) 제시문 (가)의 (B)에서 수확된 클로렐라를 완전히 건조시킨 후 동물의 먹이로 사용하였고, 이 클로렐라가 장내에서 온전히 소화되어 단위체로 만들어지고, 이 단위체가 동물체 내에 흡수되어 축적되거나 다른 류(지방 및 단백질)의 유기물질로 전환되지 않고 세포 내에서 완전대사가 이루어진다면 방사성동위원소로 표지된 산소는 최종적으로 어떻게 처리되는지 논술하시오.