

2012학년도 수시1차
논술우수자전형 논술고사
답안평가 및 침삭 예시

[공통문항 예시답안 1]

영상언어 중심 세계를 정의할 때 여러 가지로
 나눠서 정의할 수 있는데 정신적 지배 집단, 정
 당성의 근거, 개인의 지위, 동일시의 대상, 상징적
 권위의 근원 등으로 나눌 수 있다.
 정신적 지배 집단은 영상을 많이 접할 수 있
 는 [TV의 프로그램을 만드는 사람들]이고, 정당성
 의 근거는 자유로운 사고이다. 또한 개인의 지위
 는 새로운 것을 창조하기 때문에 창조하는 시민 200
 이고, 동일시의 대상은 젊은 이들이 많이 따라 하고
 우상같은 존재의 탤런트이다. 마지막으로 상징적 250
 권위의 근원은 볼 수 있는 것 그리고 [창조할
 수 있는 것]이라고 할 수 있다. 300

“영상언어 중심 세계는 정
 신적 지배 집단, ..., 상징적
 권위의 근원에 따라 여러
 가지 방식으로 나누어 서술
 할 수 있다.”로 고칠 것.

정신적 지배 집단을 제시할
 때, 비교 개념인 “교회”,
 “지식인”에 맞추어 명사로
 표현하는 것이 좋다.

“탤런트”는 외연이 너무
 좁다. “대중문화 스타” 혹
 은 “대중문화 예술인” 정
 도가 좋음. “창조할 수 있
 음”의 의미는 불명료. 구술
 /문자언어 세계에는 “창조”
 의 계기가 없다는 말인데,
 이 말은 자의적이다.

전반적으로 좋은 답안이다. 논제의 요구를 충실히 따르고 있다. 첫 문장의 주어를 “영상언어 중심 세계”로 만들었다는 점, 그리고 나머지 문장들은, 표의 괄호 안에 들어갈 개념들을 (5개나) 제시하는 것으로 그 역할을 명시화했다는 점이 그 증거이다. 다만, 제시된 5개의 개념들 중 첫 번째, 세 번째, 다섯 번째 것은 그 의미 혹은 구문론적 형태가 불안정하다. 첫 번째 것(“TV 프로그램을 만드는 사람들”)은 관형절이 들어간 구가 아니라 “교회”, “지식인”처럼 명사(예: 미디어 제작자)로 제시하는 것이 낫다. 세 번째 것(“창조하는 시민”)은 그 의미가 불명료하다. 다섯 번째 것(“창조할 수 있는 것”)은 세 번째와 중복되기에 의미 불명료성을 그대로 계승한다.

'영상언어'는 공연이나 상영들로 영향력을 발휘한다. 유독 이러한 목적을 위해 만들어진 신문, TV, 인터넷 등과 같은 미디어 매체들이 중심이 된다. 이러한 매체들은 유명인을 내보내 사람들을 하여금 동일시하고 싶어 하는 대상을 보여준다. 영상언어가 개인을 집단보다 중요시한다고 볼 때, [개인의 지위가 스스로 주장을 내세울 수 있는 자아가 늘] 정에서 구술언어나 문자언어와는 큰 차이가 있다. 그러나 이러한 장점도, 개인이 합리적 정당성을 갖추어야만 확보될 수 있다. 그러기 위해서는 매체들 속에서 치장된 [유명인들을 최대한 객관화시켜 바라보기] 필요가 있다.

"영상언어"가 아니라 "영상언어 중심세계"를 주제로 잡아서 서술하는 것이 논제의 요구에 보다 충실히 따라가는 답안으로 만들어 준다.

세 번째 문장에서 출현하는 개념 "유명인"은 교체하는 것이 낫다. 비교 개념인 "성자", "영웅"도 "유명인"이기 때문이다. 네 번째 문장("영상언어가 개인을 ...")에서 종속절과 주절이 구문론적으로 불안하게 연결돼 있어, 부자연스러운 문장이 되고 말았다. 짧은 분량의 논술에서는 최대한 간결한 문장을 사용하는 것이 좋다.

전반적으로 논제의 요구를 의식하면서 쓴 답안으로 보이지만, 핵심 요구 사항(셋 이상의 개념들 제시)에 명료하게 맞추어서 구성된 답안은 아니다. 답안에 등장하는 "합리적 정당성"은 제시문(나)의 표에서 제시된 "정당성의 근거"와 그 의미 층위가 다르다. 또, "스스로 주장을 내세울 수 있는 자아"라는 표현어는 그 의미가 불명료하기에 비교 개념("신민", "시민")과 대조가 잘 안된다. 나아가, 첫 번째 문장과 두 번째 문장의 연결, 그리고 맨 마지막 문장의 연결은 긴밀하지 않거나 부자연스럽다. 그러나 이런 점들을 조금만 고치면 좋은 답안이 될 수 있는 글이다.

맨 마지막 문장에서 등장하는 표현 "유명인들을 객관화시켜 바라보기"는 의미가 불분명하다. "객관화"와 같은 추상적 개념은 적실한 문맥에서 정확한 의미로 사용하는 것이 필요하다.

[문과문항 예시답안 1]

(가)의 1은 국제사회가 독립국가에 가행하는 내정간섭
 은 그 국가 주권의 훼손이며 이는 과거 수많은 강대국들
 의 만행을 통해 입증된 사실이라고 주장한다. 그러나 (나)
 는 국가가 국민의 기본적인 권리에 손해를 준다면 이는
 이미 국가로서의 자격이 박탈^{권리}되고 간주한다.
 두 제시문 모두 권리의 중요성을 주장하지만 권리의 주
 체를 무엇으로 보는가에 차이가 있다. (가)의 1은 국가 210
 의 주권을 우선시 하였고 (나)는 권리의 주체를 국민으
 로 보았다. 이는 판단의 방향에 큰 영향을 끼친다. 국가의
 주권을 우선시 할 경우 타국의 내정간섭은 분명히 주권 훼손
 순이지만 (나)의 주장처럼 국민의 권리를 무시하는 국가
 는 이미 그 자격이 박탈되므로 간섭을 받아도 주권 훼손이 360
 성립되지 않기 때문이다. 420

두 번째 문장에서 “이는”을 삭제하는 것이 문장 호흡에 어울린다.

한 문장 안에 대립하는 두 문장이 있는 경우가 많은데, 이때 두 문장을 구분하는 심표를 사용하는 것이 좋다.

문제가 요구하는 바를 잘 이해한 논술이다. 많은 학생들은 겉으로 드러난 (가)의 1과 (나)의 차이를 서술한 것에 비해, 이 논술에서는 특히 이 둘이 어떤 공통점을 갖고 있는지(권리), 그리고 그 대립이 어디에 기인하는지(권리의 주체)를 정확하게 파악하고 서술하고 있다는 점에서 탁월하다. 정확하고도 명료한 한국어 표현을 이루고 있다는 점에서도 우수하다.

제시문 <가>의 (1)에서는 국제사회가 '국민보호행위 원칙에 따라 리비아 내전에 개입하는 것이 리비아의 주권 원칙을 훼손하는 행위임을 지지한다. 리비아가 정치적 세력은 물론 자국민들에게 비인도적 행위를 일삼고 있지만 국제사회의 개입은 부당한 것이며, 약국의 국가 주권이 무시될 경우 해당국가의 독립성을 지킬 수 없게 된다는 것이다. 이차적 제시문 <가>의 1은 국가의 주권이 가장 우선시되어야 함을 강조한다. 반면, 제시문 <나>에서는 국가의 주권이 절대적인 것이 아니라고 비판한다. 국가는 국민의 권리를 보호하기 위해 설립되었다는 [사회계약설을 내세워, 국민의 권리를 지켜주지 못하는 국가를 사회약으로 간주한다] 즉, 자국민의 기본권을 무시하는 국가는 [무가치한 것이며] 주권을 비롯한 모든 권리를 과감할 수 없다는 것이다.

주권 원칙이 왜 중요한가에 대한 설명으로 독립성만을 강조했는데, 강대국에 대한 약소국 보호라는 점도 부각될 필요가 있다.

사회계약설로 국가의 가치를 설명하고 있으나, 국가는 독립적 가치를 지니지 못하고 국민의 권리보호를 위한 수단일 뿐임을 나타낼 때 사회계약설의 의미가 명료하게 드러난다.

"무가치한 것이며"라는 표현보다 "존재가치를 잃어버려"로 바꾸는 것이 의미를 더 분명히 나타낸다.

★
✓한글 맞춤법에 맞게 서술하도록 노력해야 한다.
예: "없게된다" => "없게 된다"
예: "우선시되어야함은" => "우선시 되어야 함은"

주어진 제시문의 내용을 요약한 수준이다. 논술에서 오류를 피할 수 있는 가장 쉬운 방법이 요약이고 본문의 표현을 활용하는 것이지만, 이와 같은 수준은 높이 평가받기 힘들다. 두 제시문에 들어 있는 관점의 차이가 도대체 어디에 기인하는지에 대해 좀더 깊이 있게 생각할 필요가 있으며, 제시문에 등장하지 않은 참신한 표현을 통해 그 내용을 더 명료하게 나타내는 능력이 요구된다.

제시문 (가)의 (2)와 (다)는 엄연히 다른 상황이므로 같은 관점을 적용할 수 없다. 우선 예측 가능성 여부를 본다면 (다)의 사례에서 희생은 예측이 불가능한 우연한 사건이라는 전제가 있다. 또한 희생당한 대상은 불특정 소수였다. 그러나 (가)의 (2)의 상황에서 무력 작업을 추진한다면 인명 피해는 필연적이며 그 대상은 이권자와 노약자로 두텁하게 드러난다. 둘째, 통제 가능성 여부다. (2)의 경우 사람들은 합의를 통해 결정함으로써 통제할 수 있다. 결정에 따라 결과가 충분히 달라질 수 있는 통제 가능한 사건인 것이다. 반면 제시문 (다)는 통제 영역을 벗어난 불가피한 상황이다. 두 상황은 표면적으로서는 다수의 목숨을 위해 소수를 희생시키는 동일한 사건일지라도 예측 가능성과 통제 가능성을 기준으로 본다면 다른 경우이다.

(다)를 예측이 불가능한 사건으로 보고 있는데 지문의 내용을 다시 확인할 필요가 있다.

“사람들은 합의를 통해 결정함으로써 통제할 수 있다”는 표현의 의미가 불분명하다. 경제적 제재 등의 방법으로 민간인 희생이 불가피한 전쟁을 피할 수 있다 등으로 서술할 필요가 있다. 이다.

(다)의 관점을 (2)에 적용할 수 없다는 주장을 명확히 나타낸 뒤, 그 근거를 제시하기 위해 두 사건의 차이점을 두 가지 관점으로 서술해 나가고 있다는 점에서 분석력과 창의력이 뛰어나다. 희생 대상에 차이가 있음을 말하고, (가)의 경우 희생을 피할 수 있는 방법이 있는데 반해, (다)는 그렇지 못하다는 점을 지적한 것도 훌륭하다. 하지만 (다)도 희생이 불가피하다는 예측이 가능한 사건을 말하고 있는 점을 놓치고 있다는 아쉬움도 발견된다.

다소 중복된 표현이 있는 문장이다. 시간의 제한이 있기는 하지만 보다 정돈된 문장 사용이 요구된다. 일반적인 한글맞춤법에서 보면 우수한 글이다.

(가)의 ㉠에 답하기 위해 (세)를 적용하는 것은 타당하지 않다. (다)는 피해를 최소화하는 것이 바람직하다는 입장이다. 커다란 피해를 입는 것보다는 조금이라도 피해를 줄여야 한다는 것이다. (다)입장 그 자체는 문제가 되지 않는다. 하지만 (세)의 입장을 (가)의 ㉠에 적용했을 시에는 큰 문제를 초래할 수 있다. 피해의 최소화가 정당한 것이라고 볼 수 있지만 그것을 위해서 무력을 사용하는 것은 결코 옳다고 볼 수 없다. 국제사회의 개입이 피해를 줄이기 위한 것이 라도 이를 무력개입을 통해 해결하려 한다면 윤리적으로 문제가 될 수 있기 때문이다.

때문에 피해의 최소화만 따질 것이 아니라, 문제를 근본적으로 해결할 수 있는 방법을 모색하는 것이 바람직한 것이다. 무조건적인 무력개입은 상황을 악화시킬 뿐이다.

다소 반복적인 표현이 보인다. 새로운 내용이 들어가 의미를 구체화하는 노력이 필요하다.

“윤리적으로 문제”가 왜 (다)에서는 발생되지 않고, (가)에서는 발생하는지 설명할 필요가 있다.

“근본적으로 해결할 수 있는 방법”을 구체적으로 서술할 때 주장이 정당화될 수 있다.

문제를 정확하게 이해하여 자신의 논지를 펼치려고 노력한 논술이다. 하지만 국민보호원칙과 주권원칙이라는 두 개의 원칙이 상충하는 딜레마의 문제를 주권원칙이라는 측면에서만 바라보고 논의를 전개해 나가고 있다는 점이 아쉽다. 서술된 주장이 정당화되기 위해서는 “근본적으로 해결할 수 있는 방법”에 대한 구체적인 서술이 필요하며, 국가의 횡포에 의한 국민들의 피해를 국제사회가 무시하는 것에서는 윤리적인 문제가 발생하지 않는지에 대한 언급이 필요하다.

한글맞춤법과 표현에 있어서는 우수한 글이다.

문제 1번 해제 및 모범답안

문제 1번 (40점)

[문제 1] (15점)

(1) 물체1에 작용하는 탄성력 f_1 은 용수철①과 용수철②로부터 주어진다.

(a) 용수철①에 의한 탄성력: $-kx$

용수철의 길이가 x 만큼 늘어났으므로, 길이가 줄어드는 방향, 즉 왼쪽 방향으로 힘이 작용한다($-kx$).

(b) 용수철②에 의한 탄성력: $-k(x-y)$

용수철의 왼쪽 끝이 오른쪽으로 x 만큼 이동, 즉 길이가 x 만큼 줄어들었으므로, 길이가 늘어나게 되는 왼쪽 방향으로 힘이 작용하고($-kx$),

용수철의 오른쪽 끝이 오른쪽으로 y 만큼 이동, 즉 길이가 y 만큼 늘어났으므로, 물체1의 시점에서 볼 때 용수철의 길이가 줄어들게 되는 방향, 즉 오른쪽 방향으로 힘이 작용한다($+ky$).

(a), (b)를 합해서 $f_1 = -kx - k(x-y) = -2kx + ky$ (5점)

(2) 물체2에 작용하는 탄성력 f_2 는 용수철②와 용수철③으로부터 주어진다.

(c) 용수철②에 의한 탄성력: $-k(y-x)$

용수철의 오른쪽 끝이 오른쪽으로 y 만큼 이동, 즉 길이가 y 만큼 늘어났으므로, 길이가 줄어들게 되는 왼쪽 방향으로 힘이 작용하고($-ky$),

용수철의 왼쪽 끝이 오른쪽으로 x 만큼 이동, 즉 길이가 x 만큼 줄어들었으므로, 물체2의 시점에서 볼 때 용수철의 길이가 늘어나게 되는 방향, 즉 오른쪽 방향으로 힘이 작용한다($+kx$).

(d) 용수철③에 의한 탄성력: $-ky$

용수철의 길이가 y 만큼 줄어들었으므로, 길이가 늘어나는 방향, 즉 왼쪽 방향으로 힘이 작용한다($-ky$).

(c), (d)를 합해서 $f_2 = -k(y-x) - ky = kx - 2ky$ (5점)

(3) 두 물체 모두 각진동수 ω 로 단진동한다고 했으므로 [제시문 3]에 의해

$a_1 = \frac{f_1}{m} = -\omega^2 x$, $a_2 = \frac{f_2}{m} = -\omega^2 y$ 가 되고, 여기에 앞에서 구한 f_1, f_2 를 대입하면

$$\begin{cases} a_1 = -2\frac{k}{m}x + \frac{k}{m}y = -\omega_0^2(2x-y) = -\omega^2 x \\ a_2 = \frac{k}{m}x - 2\frac{k}{m}y = -\omega_0^2(-x+2y) = -\omega^2 y \end{cases}, \quad \text{즉} \quad \begin{cases} 2x-y = \frac{\omega^2}{\omega_0^2}x \\ -x+2y = \frac{\omega^2}{\omega_0^2}y \end{cases} \text{가 된다.}$$

이를 행렬을 이용하여 표현하면 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ (5점)

[문제 2] (25점)

(1) 문제 1에서 구한 연립방정식 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 $x=y=0$, 즉 두 물체가 모두 정지해 있는 경우

이외의 해를 찾기 위해서는 [제시문 1]에 따라

$$\left(2 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)\left(2 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) - 1 = 0 \text{ 이어야 한다. 이를 풀면 } 2 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = \pm 1 \text{ 이므로 } \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 1 \text{ 혹은 } \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 3, \text{ 즉 } \omega = \omega_0 \text{ 혹은 } \underline{\hspace{2cm}}$$

은 $\omega = \sqrt{3}\omega_0$ 이어야 한다. (5점)

(2) $\omega = \omega_0$ 인 경우: 연립방정식이 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 이 되어 $x=y$ 인 모든 (x, y) 가 해가 되고, 이는 두 물체가 ω_0 의 각진동수로 같은 방향으로 같은 길이만큼씩 진동함을 의미한다. (10점)

(3) $\omega = \sqrt{3}\omega_0$ 인 경우: 연립방정식이 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 이 되어 $x=-y$ 인 모든 (x, y) 가 해가 되고, 이는 두 물체가 $\sqrt{3}\omega_0$ 의 각진동수로 반대 방향으로 같은 길이만큼씩 진동함을 의미한다. (10점)

문제 1번 예시답안

문제 1

[제1문]에서 탄성력 $f_1 = -kx$ 를 만족하며 차는 물체 2의 변위량이다 하였다. 이를 이용하여 (그림 2)의 물체 1에 작용한 탄성력 f_1 과 물체 2에 작용한 탄성력 f_2 를 구하면, 먼저 f_1 에서 물체 1이 물체 1에 작용한 힘은 $-kx$ 이고 물체 2가 작용한 힘은 물체 2의 길이의 변위량이 $(x-y)$ 이므로 $-k(x-y)$ 이다. 그리고 f_2 에서 물체 2가 물체 2에 작용한 힘은 kx 와 물체 1이 물체 2에 작용한 힘인 $-k(x-y)$ 의 합인 $kx - k(x-y) = ky$ 이다. 각각의 경우를 계산해보면, $f_1 = -kx - k(x-y) = -2kx + ky$
 $f_2 = kx - k(x-y) = ky$ 가 된다.

여기서 두 물체 1, 2의 위치변위 x, y 에 대한 연립방정식을 얻으면 (제1문 4)와 같은 방정식을 [제1문 3]에서 물체 1, 2의 가속도 a_1, a_2 는 각각 $\begin{cases} a_1 = -\frac{2k}{m}x + \frac{k}{m}y = -\omega_0^2(2x-y) \\ a_2 = \frac{k}{m}x - \frac{2k}{m}y = -\omega_0^2(-x+2y) \end{cases}$ 로 나타낼 수 있다. 여기서 두 물체가 같은 각진동수 ω 로 진동하는 경우에는 $a_1 = -\omega^2 x, a_2 = -\omega^2 y$ 이므로 위의 식에 적용시키면, $-\omega^2 x = -\omega_0^2(2x-y), -\omega^2 y = \omega_0^2(-x+2y)$ 가 되므로 방정식을 정리하면,
 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 된다.

문제 2

[제1문]에서 $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 $x=y=0$ 이외의 해를 찾기 위한 조건은 $(a-x)(d-x) - b^2 = 0$ 이라고 하였고, 정규모멘의 각진동수 ω 와 ω_0 에 대한 차의 관계를 구하려면 문제 1에서 구한 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 를 $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 로 두고 계산하면 된다. 그러면 $(2 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})(2 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}) - (-1)(-1) = 0$ 에서, $\frac{\omega^2}{\omega_0^2}$ 을 t 로 두고 계산하면 $(2-t)^2 - 1 = 0$ 이고 $t^2 - 4t + 3 = 0$ 이므로 $t = 3$ 또는 $t = 1$ 즉 $\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 3$ 또는 1 이 된다. $\frac{\omega^2}{\omega_0^2}$ 이 3일 경우는 각진동수 $\omega = \sqrt{3}\omega_0$ 이고 이때 λ 의 관계를 구하면 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 이므로 $y = -x$ 를 만족하는 모든 (x, y) 가 해가 되고 $\frac{\omega^2}{\omega_0^2}$ 이 1일 경우는 $\omega = \omega_0$ 이고 λ 의 관계는 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 이므로 $x=y$ 를 만족하는 모든 (x, y) 가 해가 된다.

그러면 첫번째 경우는 물체 1과 같은 크기의 반대방향으로 진동하는 운동이고 두번째 경우 물체 1과 같은 크기의 같은 방향으로 진동하는 운동이다.

문제 2번 해제 및 모범답안

문제 2번 (40점)

[문제 1] (30점)

(1) 두 함수가 만나는 점

$$\alpha x^{-1/2} = \frac{\alpha}{2} x^{-1/4} \rightarrow 2 = x^{1/4} \rightarrow x = 16$$

(2) 줄어든 판매량

$$\int_1^{16} \alpha x^{-1/2} dx - \int_1^{16} \frac{\alpha}{2} x^{-1/4} dx = [2\alpha x^{1/2}]_1^{16} - \left[\frac{\alpha}{2} \cdot \frac{4}{3} x^{3/4} \right]_1^{16} = 2\alpha(4-1) - \frac{2\alpha}{3}(8-1) = \frac{4}{3}\alpha$$

(3) 늘어난 판매량

$$\int_{16}^{81} \frac{\alpha}{2} x^{-1/4} dx - \int_{16}^{81} \alpha x^{-1/2} dx = \left[\frac{\alpha}{2} \cdot \frac{4}{3} x^{3/4} \right]_{16}^{81} - [2\alpha x^{1/2}]_{16}^{81} = \frac{2\alpha}{3}(27-8) - 2\alpha(9-4) = \frac{8}{3}\alpha$$

(4) 낮은 순위에서 늘어난 판매량이 높은 순위에서 줄어든 판매량보다 $\frac{4\alpha}{3}$ 만큼 많다.

[문제 2] (10점)

20년 전의 평균변화율: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\alpha(81)^{-1/2} - \alpha(1)^{-1/2}}{81-1} = \frac{\frac{\alpha}{9} - \alpha}{80} = -\frac{\alpha}{90}$

올해의 평균변화율: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\frac{\alpha}{2}(81)^{-1/4} - \frac{\alpha}{2}(1)^{-1/4}}{81-1} = \frac{\frac{\alpha}{6} - \frac{\alpha}{2}}{80} = -\frac{\alpha}{240}$

두 평균변화율의 차이: $\left| -\frac{\alpha}{90} - \left(-\frac{\alpha}{240} \right) \right| = \left| \frac{-8\alpha + 3\alpha}{720} \right| = \frac{5\alpha}{720}$

문제에서 두 평균변화율의 차이가 5개/순위라고 했으므로 $\frac{5\alpha}{720} = 5$, 즉 $\alpha = 720$ 이다.

따라서, 두 함수가 만나는 점인 $x = 16$ 에서의 음반 판매량은

$$\left[\alpha x^{-\frac{1}{2}} \right]_{x=16} = 720 \times (16)^{-\frac{1}{2}} = 720 \times \frac{1}{4} = 180 \text{ 개 .}$$

문제 2번 예시답안

20년전 판매순위 x 에 따른 음반판매량은 $y = \alpha x^{-2}$ 이고, 올해 판매순위 x 에 따른 음반판매량은 $y = \frac{\alpha}{2} x^{-\frac{1}{2}}$ 이다.
 음반 판매량은 음수가 될수없으니 α 는 양수값이다. 두 함수가 만나는 점은 같은 순위에서 같은 판매량을 판매했다는 것을 의미한다. $\alpha x^{-2} = \frac{\alpha}{2} x^{-\frac{1}{2}}$ 을 계산하면 $x = 16$ 즉 둘의 교점은 16이다.

1위에서 16위까지는 20년전 음반판매량이 많고 있지만 순위가 내려갈수록 판매량 차이는 줄어있다. 16위에서 81위까지는 올해 음반판매량이 많고 있고 순위가 내려갈수록 판매량 차이가 늘어나고 있다.
 1위부터 16위까지 줄어있는 판매량차이의 합을 구하면

$$\int_1^{16} \alpha x^{-2} - \frac{\alpha}{2} x^{-\frac{1}{2}} dx = \alpha \left[2x^{-1} - \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_1^{16} = \frac{4}{3} \alpha$$

16위부터 81위까지 늘어나고 있는 판매량차이의 합을 구하면

$$\int_{16}^{81} \frac{\alpha}{2} x^{-\frac{1}{2}} - \alpha x^{-2} dx = \alpha \left[\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - 2x^{-1} \right]_{16}^{81} = \frac{8}{3} \alpha \text{ 이다.}$$

α 같은 양수이므로 늘어난 판매량이 줄어든 판매량보다 $\frac{4}{3}$ 만큼 크다.

문제 2

1위에서 81위까지 20년전 음반판매량의 평균변화율은 $\alpha \frac{2}{80} \left[(81)^{-2} - (1)^{-2} \right]$ 이고

1위에서 81위까지 올해 음반판매량의 평균변화율은 $\alpha \frac{1}{80} \left[\frac{1}{2} (81)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} (1)^{-\frac{1}{2}} \right]$ 이다.

20년전 평균변화율을 정리하면 $-\frac{1}{90} \alpha$ 이고 올해 평균변화율을 정리하면 $-\frac{1}{240} \alpha$ 이다.
 차이를 비교하는 것이므로 양수가 나와야 한다.

$$\left| -\frac{1}{90} \alpha - \left(-\frac{1}{240} \alpha \right) \right| = \frac{1}{144} \alpha, \quad \frac{1}{144} \alpha = 5 \text{ 이므로 } \alpha = 720 \text{ 이다.}$$

또, 함수가 만나는 점의 x 좌표, 즉 음반판매 순위는 16이므로 $y = \frac{720}{2} \times x^{-\frac{1}{2}}$ 식에 $x = 16$ 을 대입하면 $y = 9$, 즉 음반판매량은 180개이다.