

▶ 문항카드 3

◎ 자연계 - 수학

[건국대학교 문항정보]

1. 일반정보

유형	<input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사	
전형명	KU논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계 수학 / 문제 1, 문제 2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I, 미적분 I, 미적분 II, 기하와 벡터
	핵심개념 및 용어	삼각함수, 미분법, 정사영, 극대와 극소, 공간좌표, 직선과 평면
예상 소요 시간	전체 시험시간 100분 중 100분	

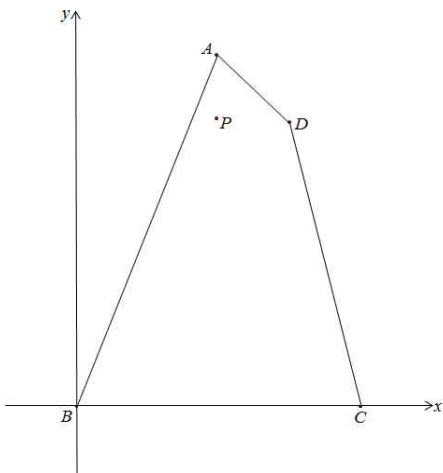
2. 문항 및 제시문

제시문 1

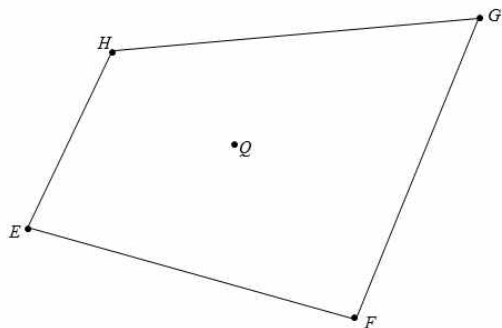
(가) 평면  $\alpha$ 와 평면  $\beta$ 가 이루는 각이  $\theta$ 일 때, 넓이가  $S$ 인 평면  $\alpha$  위의 도형을 평면  $\beta$ 로 정사영하여 얻은 도형의 넓이를  $S'$ 이라 하면  $S' = S\cos\theta$ 이다.

(나) [그림 1]은 평면의 점  $A(2,5)$ ,  $B(0,0)$ ,  $C(4,0)$ ,  $D(3,4)$ 를 꼭짓점으로 갖는 사각형  $ABCD$ 를 나타낸 것이다. 점  $P$ 는 사각형  $ABCD$  내부 또는 경계에서 움직인다.

(다) [그림 2]는 공간의 한 평면 위에 있는 점  $E(-1,0,2)$ ,  $F(4,-2,-1)$ ,  $G(4,1,-4)$ ,  $H(0,1,0)$ 을 꼭짓점으로 갖는 사각형  $EFGH$ 를 나타낸 것이다. 점  $Q$ 는 사각형  $EFGH$  내부 또는 경계에서 움직인다.



[그림 1]



[그림 2]

문제 1-1 [그림 1]에서  $\overline{PA} = 1$  일 때, 삼각형  $ADP$ 의 넓이와 삼각형  $BCP$ 의 넓이의 합의 최솟값을 구하고 풀이 과정을 쓰시오.

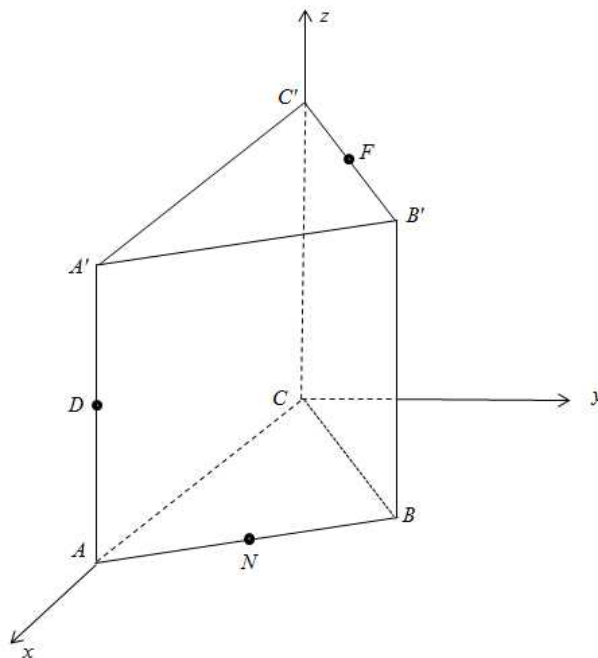
문제 1-2 [그림 2]에서 삼각형  $EHQ$ 의 넓이와 삼각형  $GFQ$ 의 넓이의 합이  $5\sqrt{3}$ 이 되는 점  $Q$ 의 모임은 선분이다. 이 선분의 길이를 구하고 풀이 과정을 쓰시오.

## 제시문 2

(가) 미분가능한 함수  $y=f(x)$ 에서  $f'(a)=0$  이고,  $x=a$ 의 좌우에서

- (1)  $f'(x)$ 의 부호가 양에서 음으로 바뀌면  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 극대이고 극댓값  $f(a)$ 를 가진다.
- (2)  $f'(x)$ 의 부호가 음에서 양으로 바뀌면  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 극소이고 극솟값  $f(a)$ 를 가진다.

(나) [그림 3]은 한 변의 길이가 1인 정삼각형  $ABC$ 와  $A'B'C'$ 를 아랫면과 윗면으로 하고 높이가 1인 삼각기둥을 나타낸 것이다. 이 삼각기둥의 아랫면과 윗면은 모두 옆면과 수직으로 만난다. 점  $D, N, F$ 는 각각 선분  $AA'$ , 선분  $AB$ , 선분  $B'C'$ 의 중점이다.



[그림 3]

[문제 2-1] 점  $P$ 가 삼각형  $ABC$ 의 내부 또는 경계에 있는 점이라고 하자. 각  $DPA'$ 의 크기가 최대가 되는 점  $P$ 를 모두 구하고 풀이과정을 쓰시오.

[문제 2-2] 세 점  $D, N, F$ 를 지나는 평면을  $\alpha$ 라 하자. 평면  $\alpha$ 가 삼각기둥을 두 조각으로 나눈다. 이 중 꼭짓점  $B$ 를 포함하는 조각의 부피를 구하고 풀이과정을 쓰시오.

### 3. 출제 의도

[문제 1]

- 원과 직선의 위치관계를 활용하여 문제를 해결할 수 있는가?
- 정사영을 이해하고 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있는가?
- 이차방정식의 판별식과 근의 공식을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가?
- 부등식의 영역을 활용하여 최대, 최소 문제를 해결할 수 있는가?

[문제 2]

- 삼각함수의 덧셈정리를 활용하여 문제를 해결할 수 있는가?
- 도함수를 최댓값을 구하는데 응용할 수 있는가?
- 좌표공간에서 점의 좌표, 두 점 사이의 거리를 구할 수 있는가?
- 공간에서 직선과 직선, 직선과 평면의 위치관계를 이해하고 활용하여 문제를 해결할 수 있는가?
- 피타고라스 정리와 간단한 삼각함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있는가?

### 4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취 기준

문항제시문	관련 성취기준	
제시문 1	교육과정	[기하와벡터] - (다) 공간도형과 공간벡터 - (1)공간도형 ③ 정사영의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.
	성취기준 · 성취수준	[기하와벡터] - (다) 공간도형과 공간벡터 - (1)공간도형 기백1313. 정사영의 뜻을 알고, 정사영의 길이와 넓이를 구할 수 있다.

\* 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책 8] "수학과 교육과정"

\*\* : 교육과학기술부 발간'2009 개정 교육과정에 따른 성취기준·성취수준: 고등학교 수학'(교육과학기술부 발간등록번호 11-1341000-002322-010

문항제시문	관련 성취기준	
문제 1-1	교육과정	[수학 I] - (다) 도형의 방정식 - (3)원의 방정식 ②좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.
	성취기준· 성취수준	[수학 I] - (다) 도형의 방정식-(3)원의 방정식 수학 1332-1. 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 말할 수 있다.

\* 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책 8] “수학과 교육과정”

\*\* : 교육과학기술부 발간'2009 개정 교육과정에 따른 성취기준·성취수준: 고등학교 수학'(교육과학기술부 발간등록번호 11-1341000-002322-010

문항제시문	관련 성취기준	
문제 1-2	교육과정	[수학 II] - (다) 도형의 방정식 - (5)부등식의 영역 ② 부등식의 영역을 활용하여 최대, 최소 문제를 해결할 수 있다.
	성취기준· 성취수준	[수학 II] - (다) 도형의 방정식 - (5)부등식의 영역 수학1352. 부등식의 영역을 활용하여 최대, 최소 문제를 해결할 수 있다.

\* 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책 8] “수학과 교육과정”

\*\* : 교육과학기술부 발간'2009 개정 교육과정에 따른 성취기준·성취수준: 고등학교 수학'(교육과학기술부 발간등록번호 11-1341000-002322-010

문항제시문	관련 성취기준	
제시문 2	교육과정	[미적분I] - (다)다항함수의 미분법-(3)도함수의 활용 ③함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
	성취기준· 성취수준	[미적분I] - (다)다항함수의 미분법-(3)도함수의 활용 미적1333. 함수의 증가, 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.

\* 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책 8] “수학과 교육과정”

\*\* : 교육과학기술부 발간'2009 개정 교육과정에 따른 성취기준·성취수준: 고등학교 수학'(교육과학기술부 발간등록번호 11-1341000-002322-010

문항제시문	관련 성취기준	
문제 2-1	교육과정	[미적분III] - (나)삼각함수 - (2) 삼각함수의 미분 ① 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다.
	성취기준· 성취수준	[미적분III] - (나)삼각함수 - (2) 삼각함수의 미분 미적2221-2. 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다.

\* 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책 8] “수학과 교육과정”

\*\* : 교육과학기술부 발간'2009 개정 교육과정에 따른 성취기준·성취수준: 고등학교 수학'(교육과학기술부 발간등록번호 11-1341000-002322-010

문항제시문	관련 성취기준	
문제 2-2	교육과정	[기하와벡터] - (다)공간도형과 공간벡터-(1)공간도형 ①직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면의 위치 관계에 대한 간단한 증명을 할 수 있다.
	성취기준 · 성취수준	[기하와벡터] - (다)공간도형과 공간벡터-(1)공간도형 기백1311. 직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면의 위치 관계에 대한 간단한 증명을 할 수 있다.

\* 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책 8] “수학과 교육과정”

\*\* : 교육과학기술부 발간'2009 개정 교육과정'에 따른 성취기준·성취수준: 고등학교 수학'(교육과학기술부 발간등록번호 11-1341000-002322-010

#### 나. 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 I	류희찬 외	천재교과서	2014년	177쪽
	수학 I	황선욱 외	좋은책 신사고	2014년	177쪽
	미적분 I	신향균 외	(주)지학사	2014년	118쪽
	미적분 II	정상권 외	(주)금성출판 사	2014년	103쪽
	미적분 II	이준열 외	천재교육	2014년	108쪽
	기하와벡터	우정호 외	동아출판	2014년	151쪽
	기하와벡터	이강수 외	(주)미래엔	2014년	141쪽
기타					

### 5. 문항 해설

[문제 1-1]

평면에서 부등식의 영역을 활용하여 최대, 최소 문제를 해결할 수 있는지 확인한다.

[문제 1-2]

정사영의 뜻을 알고 좌표공간에서 활용할 수 있는지 확인한다.

[문제 2-1]

삼각함수의 덧셈정리를 이해하고 활용할 수 있는지 확인한다.

[문제 2-2]

공간에서 직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면의 위치 관계를 이해하고 활용할 수 있는지 확인한다.

## 6. 채점 기준

- 하위 문항별로 세부 채점 요소와 채점 준거, 채점시 유의사항 배점을 제시함

하위 문항	채점 기준	배점
[1-1]	<p>F: 답안이 공란이거나 문제와 관련 없는 내용을 적음.</p> <p>E: 직선 <math>AD</math>의 방정식을 구함.</p> <p>D: E와 더불어 점 <math>P</math>에서 직선 <math>AD</math>까지 거리 <math>\frac{ x+y-7 }{\sqrt{2}}</math>를 구함.</p> <p>C: D와 더불어 삼각형들의 넓이의 합 <math>\frac{1}{2}(7-x+3y)</math>를 구함.</p> <p>B: C와 더불어 직선의 방정식 <math>x-3y-7+2k=0</math>을 원의 방정식에 대입하여 <math>y</math>에 대한 방정식을 구하였으나 틀림.</p> <p>B+: C와 더불어 직선의 방정식을 원의 방정식에 대입하여 <math>y</math>에 대한 방정식 <math>10y^2+(20-12k)y+4k^2-20k+49=0</math>을 구함.</p> <p>A: 판별식을 이용하여 <math>k</math>에 대한 이차부등식 <math>-4k^2+80k-390 \geq 0</math>을 구함.</p> <p>A+: <math>k</math>에 대한 이차부등식을 풀어 <math>k</math>의 최솟값 <math>10-\frac{\sqrt{10}}{2}</math>을 구함.</p>	
[1-2]	<p>F: 답안이 공란이거나 문제와 관련 없는 내용을 적음.</p> <p>E: 평면 <math>\alpha</math>의 방정식 <math>x+y+z=1</math>을 구함.</p> <p>D: 이면각 <math>\theta</math>를 이용하여 <math>S=5</math>임을 구함.</p> <p>C: <math>S</math>를 <math>-x-\frac{y}{2}+\frac{13}{2}</math>로 나타냄.</p> <p>B: 점 <math>Q'(x,y)</math>가 <math>y=-2x+3</math>을 만족함을 보임.</p> <p>B+: B와 더불어 점 <math>Q'</math>의 모임이 이루는 선분의 양 끝점 <math>I'(1,1)</math>과 <math>J'\left(\frac{17}{8}, -\frac{5}{4}\right)</math>을 구함.</p> <p>A: B+와 더불어 점 <math>Q</math>의 모임이 이루는 선분의 양 끝점 <math>I(1,1,-1)</math>과 <math>J\left(\frac{17}{8}, -\frac{5}{4}, \frac{1}{8}\right)</math>을 구함.</p> <p>A+: A와 더불어 <math>\overline{IJ} = \frac{9}{8}\sqrt{6}</math>을 구함.</p>	

[2-1]	<p>F: 답안이 공란이거나 문제와 관련 없는 내용을 적음.</p> <p>E: <math>\tan\theta' = \frac{1}{2a}, \tan(\theta + \theta') = \frac{1}{a}</math> 를 구함.</p> <p>D: E와 더불어 탄젠트 합 공식을 이용하여 <math>\tan\theta</math> 를 <math>a</math>에 대하여 구하였으나 계산이 틀림.</p> <p>C: E와 더불어 <math>\tan\theta = \frac{a}{2a^2 + 1}</math> 를 구함.</p> <p>B: C와 더불어 <math>f'(a)</math>를 계산하여 구하였으나 틀리게 구함.</p> <p>B+: C와 더불어 <math>f'(a) = 0</math>을 계산하여 <math>a = \frac{1}{\sqrt{2}}</math> 를 구함.</p> <p>A: B+와 더불어 점 <math>P</math>가 원의 일부분인 것을 구하였으나 정확한 범위를 찾지 못함.</p> <p>A+: B+와 더불어 점 <math>P</math>의 모임을 정답과 같이 정확히 찾음.</p>	
[2-2]	<p>F: 답안이 공란이거나 문제와 관련 없는 내용을 적음.</p> <p>E: 점 <math>D, N, F</math>의 좌표를 구함.</p> <p>D: E와 더불어 평면 <math>\alpha</math>의 방정식을 구함.</p> <p>C: D와 더불어 평면 <math>\alpha</math>와 삼각기둥의 변의 교점 <math>G, H</math>를 구함.</p> <p>B: C와 더불어 점 <math>I, J</math>를 구함.</p> <p>B+: B와 더불어 구하고자 하는 부피는 사면체 <math>FIJB'</math>의 부피에서 사면체 <math>A'DGI</math>의 부피와 사면체 <math>BH NJ</math>의 부피의 합을 뺀 것과 같음을 적음.</p> <p>A: B+와 더불어 사면체 <math>FIJB'</math>, <math>A'DGI</math>, <math>BH NJ</math>의 부피를 구하였으나 계산이 틀림.</p> <p>A+: B+와 더불어 사면체 <math>FIJB'</math>, <math>A'DGI</math>, <math>BH NJ</math>의 부피를 구하여 정답 <math>\frac{49\sqrt{3}}{576}</math> 을 얻음.</p>	

※ 하위 문에 따라 칸을 나누어 채점 기준과 배점을 작성하고 필요한 경우 채점 시 유의사항을 추가함.  
 ※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

## 7. 예시 답안

- 하위 문항별로 예시 답안을 작성함

※ 문항카드 양식 2의 실례는 pp. 42-46 <IV. 계열·교과별 문항 제출 양식(문항카드)-2. 수리계열-가. 문항카드 작성 샘플-(2) 문항카드 작성 예시>를 참고

[문제 1-1] 정답:  $10 - \frac{\sqrt{10}}{2}$

[풀이] 직선  $AD$ 의 방정식은  $x + y - 7 = 0$ 이므로 점  $P(x, y)$ 에서 직선  $AD$ 까지 거리는

$\frac{|x+y-7|}{\sqrt{1^2+1^2}}$ 이다. 사각형 내부 또는 경계에서  $x+y-7 \leq 0$  이고  $\overline{AD} = \sqrt{2}$  이므로 삼각형  $ADP$ 의

넓이는  $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{7-x-y}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}(7-x-y)$ 이다.

삼각형  $BCP$ 의 넓이는  $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot y = 2y$ 이다. 따라서 삼각형  $ADP$ 와 삼각형  $BCP$ 의 넓이의 합을  $k$ 라고 하면,  $k = \frac{1}{2}(7-x-y) + 2y = \frac{1}{2}(7-x+3y)$ 이다. 따라서 점  $P$ 의 좌표  $(x,y)$ 는 직선의 방정식  $x-3y-7+2k=0$ 을 만족한다.

또한,  $\overline{PA}=1$ 이므로 점  $P$ 의 좌표  $(x,y)$ 는  $(x-2)^2+(y-5)^2=1$ 을 만족한다.

따라서, 구하고자 하는  $k$ 의 최솟값은 직선  $x-3y-7+2k=0$ 이 원  $(x-2)^2+(y-5)^2=1$ 과 만나게 하는  $k$ 의 최솟값이다.

$x-3y-7+2k=0$ 에서  $x=3y+7-2k$ 이고 이것을 원의 방정식에 대입하여  $(3y+7-2k-2)^2+(y-5)^2=1$ 을 얻는다. 즉,  $10y^2+(20-12k)y+4k^2-20k+49=0$ 이다.

이  $y$ 에 대한 이차방정식의 판별식이 0 이상일 때 실근을 갖는다.

판별식이  $(20-12k)^2-4 \cdot 10 \cdot (4k^2-20k+49) = 4(-4k^2+80k-390)$ 이므로  $-4k^2+80k-390 \geq 0$ 일 때 실근을 갖는다.

이  $k$ 에 대한 이차부등식을 풀면  $10 - \frac{\sqrt{10}}{2} \leq k \leq 10 + \frac{\sqrt{10}}{2}$ 이다. 따라서  $k$ 의 최솟값은  $10 - \frac{\sqrt{10}}{2}$ 이다.

**[문제 1-2] 정답:**  $\frac{9}{8}\sqrt{6}$

**[풀이]** 사각형  $EFGH$ 를 포함하는 평면을  $\alpha$ 라 하자. 점  $E, F, G, H$ 를 이용하여 평면  $\alpha$ 의 방정식을 구하면  $x+y+z=1$ 이다. 평면  $\alpha$ 와  $xy$ 평면이 이루는 이면각을  $\theta$ 라 하고, 점  $E, F, G, H, Q$ 의  $xy$ 평면으로의 정사영을 각각  $E', F', G', H', Q'$ 이라 하자.  $\cos\theta = \frac{(1,1,1) \cdot (0,0,1)}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}\sqrt{1^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이고,

삼각형  $E'H'Q'$ 와 삼각형  $G'F'Q'$ 의 넓이의 합을  $S$ 라 하면  $S = 5\sqrt{3}\cos\theta = 5\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 5$ 이다.

직선  $E'H'$ 의 방정식은  $x-y+1=0$ 이므로 점  $Q'$ 의 좌표를  $(x,y)$ 라 하면 점  $Q'$ 과 직선  $E'H'$ 사이의 거리는  $\frac{|x-y+1|}{\sqrt{1^2+1^2}}$ 이다. 사각형  $E'F'G'H'$  내부 또는 경계에서  $x-y+1 \geq 0$ 이므로 이

거리는  $\frac{x-y+1}{\sqrt{2}}$ 이다.

$\overline{E'H'} = \sqrt{2}$ 이므로 삼각형  $E'H'Q'$ 의 넓이는  $\frac{1}{2} \cdot \overline{E'H'} \cdot \frac{x-y+1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}(x-y+1)$ 이다.

삼각형  $G'F'Q'$ 의 넓이는  $\frac{1}{2} \cdot \overline{G'F'} \cdot (4-x) = \frac{3}{2}(4-x)$ 이다.

따라서  $S = \frac{1}{2}(x-y+1) + \frac{3}{2}(4-x) = -x - \frac{y}{2} + \frac{13}{2}$ 이다.



$S=5$ 이므로  $-x - \frac{y}{2} + \frac{13}{2} = 5$ 이고, 정리하여  $y = -2x + 3$ 을 얻는다. 즉,  $S=5$ 인 점  $Q'$ 의 모임은 직선  $y = -2x + 3$ 에 포함되어 있는 선분이다.

직선  $H'G'$ 의 방정식이  $y=1$ 임을 이용하여, 직선  $y = -2x + 3$ 과 직선  $H'G'$ 의 교점  $I'(1,1)$ 을 얻는다. 직선  $E'F'$ 의 방정식이  $y = -\frac{2}{5}x - \frac{2}{5}$ 임을 이용하여 직선  $y = -2x + 3$ 과 직선  $E'F'$ 의 교점  $J'\left(\frac{17}{8}, -\frac{5}{4}\right)$ 를 얻는다. 따라서 점  $Q'$ 가 이루는 선분은 선분  $I'J'$ 이다.

점  $I'$ 는 평면  $\alpha$ 의 점  $I(1,1,-1)$ 의  $xy$ 평면으로의 정사영이고 점  $J'$ 는 평면  $\alpha$ 의 점  $J\left(\frac{17}{8}, -\frac{5}{4}, \frac{1}{8}\right)$ 의  $xy$ 평면으로의 정사영이므로, 평면  $\alpha$  위에서 점  $Q$ 의 모임이 이루는 선분은 선분  $IJ$ 이다.  $\overline{IJ} = \sqrt{\left(\frac{9}{8}\right)^2 + \left(\frac{9}{4}\right)^2 + \left(\frac{9}{8}\right)^2} = \frac{9}{8}\sqrt{6}$ 이다.

**[문제 2-1] 정답:**  $xy$ 평면에서 중심이 점  $A$ , 반지름이  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 인 원 위에 있는 점들 중 변  $AC$ 와 변  $AB$  사이에 있는 호를 이루는 점들.

**[풀이]**  $\overline{AP} = a$ 라 하고,  $\angle DPA'$ 를  $\theta$ ,  $\angle DPA$ 를  $\theta'$ 이라 하자. 각  $PAA'$ 이 직각이므로  $\tan\theta' = \frac{1}{2a}$ ,  $\tan(\theta + \theta') = \frac{1}{a}$ 이다.

삼각함수의 덧셈 정리로부터  $\frac{1}{a} = \frac{\tan\theta + \frac{1}{2a}}{1 - \frac{1}{2a}\tan\theta}$ 를 얻는다.

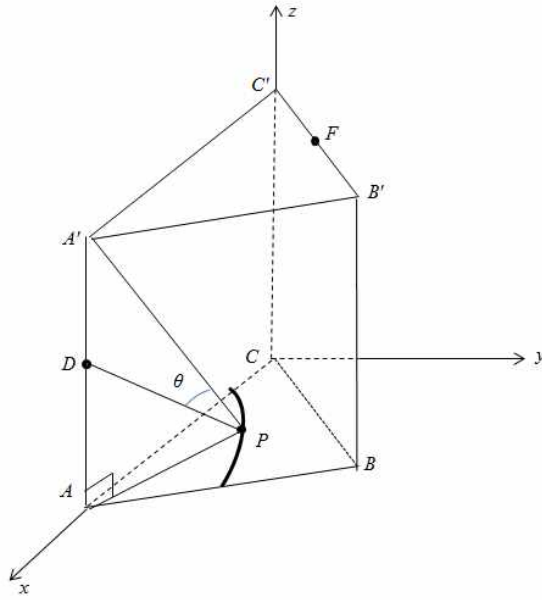
이 식을  $\tan\theta$ 에 대하여 정리하면  $\tan\theta = \frac{a}{2a^2+1}$ 이다.

$\tan\theta$ 가 최댓값을 가질 때  $\theta$ 의 크기가 최대이므로  $f(a) = \frac{a}{2a^2+1}$ 가 최댓값을 가질 때의  $a$ 값을 구한다.

$f'(a) = \frac{(2a^2+1) - a \cdot 4a}{(2a^2+1)^2} = \frac{-2a^2+1}{(2a^2+1)^2} = 0$ 을 풀면  $a \geq 0$ 이므로  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 이다.  $0 \leq a < \frac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때  $f'(a) > 0$ 이고  $a > \frac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때  $f'(a) < 0$ 이므로,  $f(a)$ 는  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때 최댓값  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ 을 갖는다.

$a$ 는 점  $P$ 에서 점  $A$ 까지 거리이므로, 점  $A$ 로부터 거리가  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 인 점은 모두  $\tan\theta$ 의 값이 최댓값  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ 을 갖는다.

따라서  $\theta$ 의 크기는  $\overline{AP} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때 최대이고, 이를 만족하는 점  $P$ 는 중심이 점  $A$ , 반지름이  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 인 원 위에 있는 점들 중 변  $AC$ 와 변  $AB$  사이에 있는 호를 이루는 점들이다.



[그림 문제 2-1]

[문제 2-2] 정답:  $\frac{49\sqrt{3}}{576}$

[풀이] 점  $D, N, F$ 의 좌표는 각각  $D\left(1, 0, \frac{1}{2}\right)$ ,  $N\left(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}, 0\right)$ ,  $F\left(\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}, 1\right)$ 이다.

위 세 점을 이용하여 평면  $\alpha$ 의 법선벡터  $\left(2, \frac{4}{\sqrt{3}}, 1\right)$ 을 얻는다.

따라서 평면  $\alpha$ 의 방정식은  $4x + \frac{8}{\sqrt{3}}y + 2z - 5 = 0$ 이다.

평면  $\alpha$ 와 직선  $A'C'$ 의 교점을  $G$ , 평면  $\alpha$ 와 직선  $BC$ 의 교점을  $H$ 라고 하자. 직선  $A'C'$  위의 점은  $(x, 0, 1)$ 으로 나타낼 수 있고 이를 평면  $\alpha$ 의 방정식에 대입하여 점  $G$ 의 좌표  $\left(\frac{3}{4}, 0, 1\right)$ 을 얻는다.

비슷하게, 직선  $BC$  위의 점은  $(x, \sqrt{3}x, 0)$ 으로 나타낼 수 있고 이를 평면  $\alpha$ 의 방정식에 대입하여 점  $H$ 의 좌표  $\left(\frac{5}{12}, \frac{5\sqrt{3}}{12}, 0\right)$ 을 얻는다.

직선  $A'B'$  위의 점은  $(t+1, -\sqrt{3}t, 1)$ 이고 이를 이용하여 평면  $\alpha$ 와 직선  $A'B'$ 의 교점  $I\left(\frac{5}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4}, 1\right)$ 을 얻는다. 비슷하게, 직선  $BB'$  위의 점은  $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, t\right)$ 이고 이를 이용하여 평면  $\alpha$ 와

직선  $BB'$ 의 교점  $J\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 을 얻는다.

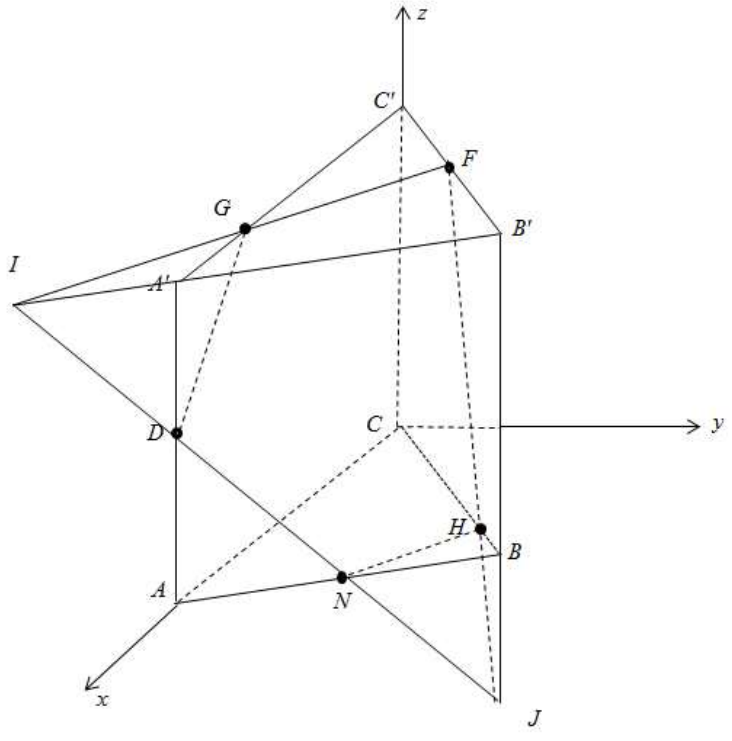
구하고자 하는 부피는 사면체  $F I J B'$ 의 부피에서 사면체  $A' D G I$ 의 부피와 사면체  $B H N J$ 의 부피의 합을 뺀 것과 같다.

사면체  $F I J B'$ 의 부피는  $\frac{1}{3} \cdot \Delta F I B' \cdot \overline{B'J} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}\right) \cdot \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{32}$ 이다.

사면체  $A'DGI$ 의 부피는  $\frac{1}{3} \cdot \Delta A'IG \cdot \overline{A'D} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{8}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{192}$  이다.

사면체  $BHNJ$ 의 부피는  $\frac{1}{3} \cdot \Delta BNH \cdot \overline{BJ} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{12}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{288}$  이다.

따라서 구하는 부피는  $\frac{3\sqrt{3}}{32} - \left(\frac{\sqrt{3}}{192} + \frac{\sqrt{3}}{288}\right) = \frac{49\sqrt{3}}{576}$  이다.



[그림 문제 2-2]

▶ 문항카드 4

◎자연계 - 과학(생명과학 I)

[건국대학교 문항정보]

1. 일반정보

유형	<input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사	
전형명	KU논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	과 학	
모집요강에 제시한 출제 범위(과목명)	생명과학 I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명 과학 I
	핵심개념 및 용어	유전, 감수분열, 비분리, 다운 증후군, 콩팥, 배설, 여과, 재흡수, 분비
예상 소요 시간	전체 시험시간 100분 중 100분	

2. 문항 및 제시문

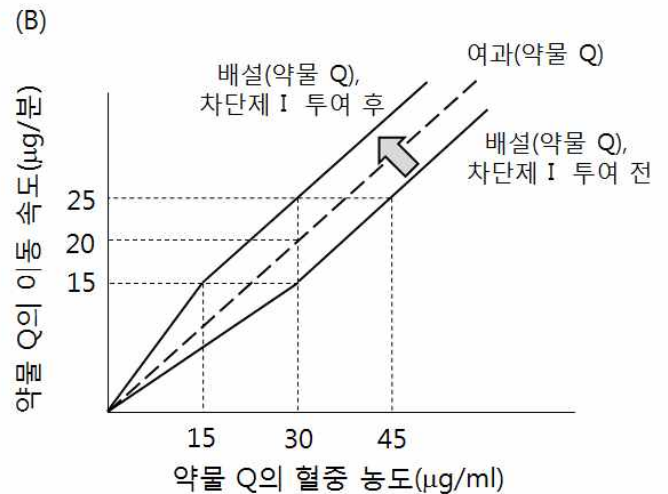
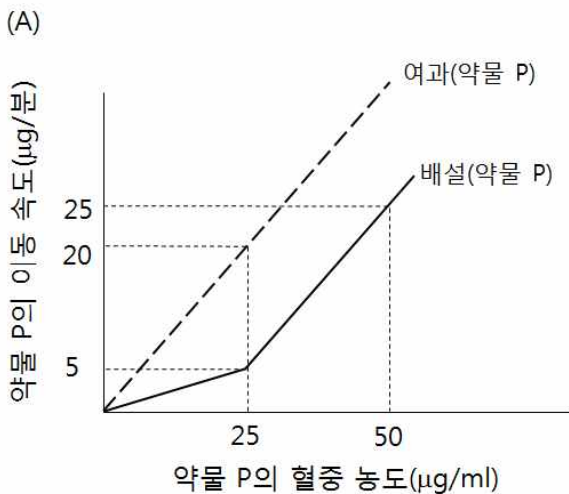
(가) 감수 1분열 전기에는 염색체가 응축되면서 상동 염색체끼리 접합하여 2가 염색체를 형성한다. 중기에는 2가 염색체가 세포의 중앙에 배열되고, 후기에 2가 염색체를 구성하는 상동 염색체가 서로 분리되어 양극으로 이동한다. 말기에 세포질 분열에 의해 형성된 딸세포는 상동 염색체 중 하나씩만 가지므로 염색체 수가 반으로 줄어든다. 감수 2분열에서는 간기 없이 진행되므로 DNA가 복제되지 않으며, 짧은 전기를 지나 중기로 들어가 염색체가 세포의 중앙에 배열된다. 후기에는 염색 분체가 분리되어 양극으로 끌려가므로, 말기에는 염색체 수가  $n$  개인 4개의 생식 세포가 형성된다.

(나) 감수 분열이 정상적으로 진행될 경우 생식 세포는 23개의 염색체를 가지며, 각각의 생식 세포는 수정에 의해 46개의 염색체를 가지는 수정란이 된다. 그러나 감수 1분열 과정에서 상동 염색체가 제대로 분리되지 않거나, 감수 2분열 과정에서 염색 분체가 제대로 분리되지 않으면, 정상보다 더 많거나 적은 수의 염색체를 가지는 생식 세포가 만들어진다. 감수 분열 과정이 정상적으로 일어나지 않으면 자손의 염색체 수가 정상인보다 많거나 적어질 수 있으며, 이러한 염색체 수의 이상에 의해 여러 가지 유전병이 나타날 수 있다. 예를 들어 다운 증후군은 21번 염색체가 3개로 체세포의 염색체 수가 47개이기 때문에 나타나는 유전병이다. 다운 증후군인 사람은 일반적으로 머리가 작고, 눈 사이가 멀며, 정신 지체 증상을 동반한다.

(다) 콩팥은 배설계의 가장 중요한 기관으로, 세포의 대사 작용으로 모아진 노폐물이 포함된 혈액을 깨끗하게 걸러내는 역할을 한다. 콩팥에는 오줌을 생성하는 기능적 단위인 네프론이 있으며, 이것은 모세혈관인 사구체와 그것을 둘러싸고 있는 보먼주머니, 세뇨관으로 이루어져 있다. 오줌은 여과, 재흡수, 분비의 과정을 거쳐 생성되는데, 첫 번째 단계인 여과에서는 단백질, 지방, 혈구 등을 제외한 물, 포도당, 무기 염류, 아미노산 등이 혈압차이에 의하여 사구체에서 보먼주머니로 이동한다. 두 번째 단계인 재흡수는 세뇨관에서 일어난다. 물, 포도당, 무기 염류, 요소는 세뇨관에서 모세 혈관으로 재흡수되고, 정화된 혈액은 순환계로 다시 되돌아간다. 마지막으로 노폐물인 암모니아, 요소 등은 오줌을 만들기 위하여 세뇨관으로 분비된다.

[문제 1] 21번 염색체 상의 유전자 A에 대하여 2개의 대립 유전자 A<sup>1</sup>과 A<sup>2</sup>가 존재한다고 하자. 이 유전자에 대해 A<sup>1</sup>A<sup>2</sup> 유전자형을 가진 어머니와 A<sup>2</sup>A<sup>2</sup> 유전자형을 가진 아버지 사이에서, 어머니의 생식 세포 형성 중 이상이 생겨 다운 증후군을 가진 아이가 태어났다. 제시문에 근거하여 유전자 A에 대하여 이 아이가 가질 수 있는 유전자형을 모두 쓰고, 각 유전자형이 생길 수 있는 이유를 추론하시오. (단, 이외의 다른 돌연변이와 교차는 고려하지 않는다.)

[문제 2] 약물 P와 약물 Q를 실험용 쥐에게 혈중으로 투여한 후 콩팥에서의 여과와 배설을 측정하는 실험을 수행하였다. 아래 그림 (A)는 약물 P에 대한 실험 결과이다. 만약 약물 P의 경우 세뇨관에서 분비가 전혀 일어나지 않는다면, 약물 P의 재흡수는 혈중 농도에 따라 어떻게 변화할지 그래프로 그리고 그 이유를 설명하시오. 또한, 그림 (B)는 약물 Q에 대한 실험으로 약물 Q와 함께 세뇨관의 재흡수만을 특이적으로 차단할 수 있는 차단제 I를 투여하기 전과 후의 약물 Q의 배설 변화를 보여준다. 차단제 I를 투여한 후 약물 Q의 배설이 그림 (B)와 같이 관찰된 이유를 제시문에 근거하여 추론하시오.



### 3. 출제 의도

다음 사항을 알아본다.

- (1) 고등학교 생명과학I 과정에서 학습하는 감수 분열 과정, 염색체의 비분리 현상, 다운 증후군 유전자 이상의 원리를 이해하여 이와 관련된 유전 방식을 정확하게 분석할 수 있는지를 평가한다.
- (2) 고등학교 생명과학I 과정에서 학습하는 에너지의 생성과 노폐물 배설과 배설계의 작동 원리를 이해하여, 배설, 여과, 재흡수, 분비 과정을 표현한 그래프를 정확하게 분석할 수 있는가를 평가한다.

### 4. 출제 근거

- 과학과 교육과정[제 2011 - 361호]
- 영역별 내용에서 출제 근거 항목을 기재

가) 교육과정 근거

적용교육과정	“과학과 교육과정” (교육과학기술부+고시+제2011-361호)
성취기준/ 영역별 내용	<p>문제1. 교육과정 문서 2) 세포와 생명의 연속성 (104쪽) 유전자의 전달을 통한 생명의 연속성을 세포분열, 염색체 행동, 유전 현상과 관련지어 이해한다. (가) 세포와 세포분열 ③ 감수분열에서의 염색체 행동을 유전자와 관련지음으로써 생명의 연속성을 이해한다. (나) 유전 ② 사람의 여러 가지 유전 현상을 설명할 수 있다. ③ 염색체 이상과 유전자 이상으로 인한 현상을 이해한다.</p> <p>문제2. 교육과정 문서 (3) 항상성과 건강 (105쪽) 세포가 생명활동을 하는데 필요한 물질 및 에너지의 출입과 관련하여 우리 몸의 각 기관계의 작용을 통합적으로 이해한다. (가) 생명활동과 에너지 ② 소화, 순환, 호흡, 그리고 배설의 의미를 양분의 흡수 및 에너지 출입과 관련하여 설명할 수 있다.</p>

제시문 및 모든 하위 문항에 해당되는 출제근거를 제시

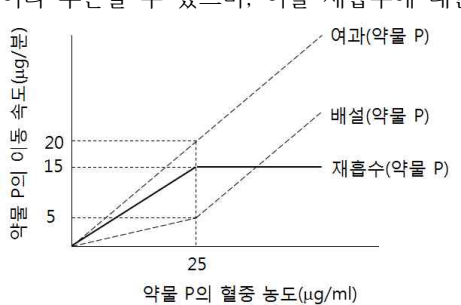
#### 나. 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학I	이준규 외 5인	천재교육	2017	p58, p87
	생명과학I	심규철 외 5인	비상교육	2017	p98
	생명과학I	권혁빈 외 5인	(주) 교학사	2017	p127-129
	생명과학I	이길재 외 7인	상상아카데미	2017	p123
기타					

### 5. 문항 해설

제시문은 감수 분열 과정, 유전자 이상, 그리고 배설계에 대하여 기술한 것으로 고등학교 생명과학I 교과서에서 다루어지고 있는 내용이며 교육과정 범위에 포함되어 있다. 제시문은 생식 세포를 형성하는 감수 1분열과 2분열 과정의 원리, 감수 분열 과정에서의 염색체 비분리 이상, 그리고 배설계 콩팥의 여과, 재흡수, 분리 과정에 대하여 설명하고 있다. 문제 1은 제시문의 내용과 감수분열의 과정을 이해하여 염색체 비분리 이상으로 나올 있는 유전형질을 논리적으로 추론할 수 있는 능력을 평가하는 문항이다. 문제 2는 여과, 재흡수, 분비의 과정과 원리를 그래프로 이해하고 분석함으로써 배설과정의 변화를 추론할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 1	<p><b>[채점 요소]</b>            ※ 유전자형의 종류를 정확히 제시하였는가?            ※ 염색체 비분리 현상을 원인으로 제시하였는가?            ※ 각 유전자형과 일치하게 감수 1분열과 2분열에서의 비분리를 정확히 제시하였는가?</p> <p><b>[예시 답안]</b>            (1) 유전자형: <math>A^1A^2A^2</math>, <math>A^1A^1A^2</math>, <math>A^2A^2A^2</math>            (2) 각 유전자형 별 발병 원인                ① <math>A^1A^2A^2</math> - 감수 1분열에서 21번 염색체 비분리 발생:                  (추론 이유) 모계 생식세포 형성 시 상동염색체 분리가 안 되어 유전자형 <math>A^1A^2</math> 인 난자 생성 후 유전자형 <math>A^2</math> 인 정자와 수정하여 <math>A^1A^2A^2</math> 수정란 형성한다.                ② <math>A^1A^1A^2</math> - 감수 2분열에서 21번 염색체 비분리 발생:                  (추론 이유) 모계 생식세포 형성 시 <math>A^1A^1</math> 염색 분체의 분리가 안 되어 유전자형 <math>A^1A^1</math> 인 난자 생성 후 유전자형 <math>A^2</math> 인 정자와 수정하여 <math>A^1A^1A^2</math> 수정란 형성한다.                ③ <math>A^2A^2A^2</math> - 감수 2분열에서 21번 염색체 비분리 발생:                  (추론 이유) 모계 생식세포 형성 시 <math>A^2A^2</math> 염색 분체의 분리가 안 되어 유전자형 <math>A^2A^2</math> 인 난자 생성 후 유전자형 <math>A^2</math> 인 정자와 수정하여 <math>A^2A^2A^2</math> 수정란 형성한다.</p> <p><b>[채점 준거]</b>            위 채점요소의 설명이 모두 옳으면 3점을 부여함. 각 요소별 설명이 옳지 않으면 각각 -1점 감점</p>	3점
문제 2	<p><b>[채점 요소]</b>            ※ 약물 P의 재흡수가 포화가 되는 현상을 올바르게 추론하였는가?            ※ 약물 P의 재흡수 최대치를 추론하여 그래프를 올바르게 그렸는가?            ※ 그래프를 통해 약물 Q의 분비가 일어나는 현상을 추론하였는가?            ※ 약물 Q의 분비의 최대 한계치를 가지면 배설 변화를 이루는 내용을 기술하였는가?</p> <p><b>[예시 답안]</b>            (1) 약물 P의 배설속도가 혈중 농도가 25 <math>\mu\text{g/ml}</math> 이후 증가 기울기가 커져 여과량과 평행하게 증가한다는 것을 통하여 재흡수가 증가하다 25 <math>\mu\text{g/ml}</math>에서 포화(또는 최대 한계치)가 되어 더 이상 재흡수속도가 증가되지 않음을 알 수 있다. 그리고 포화된 상태 이후에 가지는 재흡수의 최대 속도는 25 <math>\mu\text{g/ml}</math>에서 이후의 여과 속도와 배설 속도의 차이인 “15 <math>\mu\text{g/분}</math>”이라 추론할 수 있으며, 이를 재흡수에 대한 그래프로 그리면 아래와 같다.</p>  <p>(2) 재흡수만을 특이적으로 차단할 경우 약물 Q의 배설 속도가 여과 속도보다 크게 나온 것을 통하여 약물 Q의 배설에는 여과 이외에 분비에 의한 이동이 있다는 것을 알 수 있다. 이러한 재흡수 차단 후 배설 속도와 여과 속도의 차이가 처음에는 증가하다 15 <math>\mu\text{g/ml}</math> 이후에 더 이상 커지지 않고, 배설 속도와 여과 속도가 일정하게 유지되는 이유는 약물 Q의 분비가 포화 상태 (또는 최대 한계치)에 이르러 최대 5 <math>\mu\text{g/분}</math> 속도를 계속 유지하기 때문임을 추론할 수 있다.</p> <p><b>[채점 준거]</b></p>	4점

위 채점요소의 설명이 모두 옳으면 4점을 부여함. 각 요소별 설명이 옳지 않으면 각각 -1점 감점

\* 하위 문항이 있는 경우 칸을 나누어 채점 기준을 작성함.

\* 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

## 7. 예시 답안

(문제1)

(1) 유전자형:  $A^1A^2A^2$ ,  $A^1A^1A^2$ ,  $A^2A^2A^2$

(2) 각 유전자형 별 발병 원인

①  $A^1A^2A^2$  - 감수 1분열에서 21번 염색체 비분리 발생:

(추론 이유) 모계 생식세포 형성 시 상동염색체 분리가 안 되어 유전자형  $A^1A^2$  인 난자 생성 후 유전자형  $A^2$  인 정자와 수정하여  $A^1A^2A^2$  수정란 형성한다.

②  $A^1A^1A^2$  - 감수 2분열에서 21번 염색체 비분리 발생:

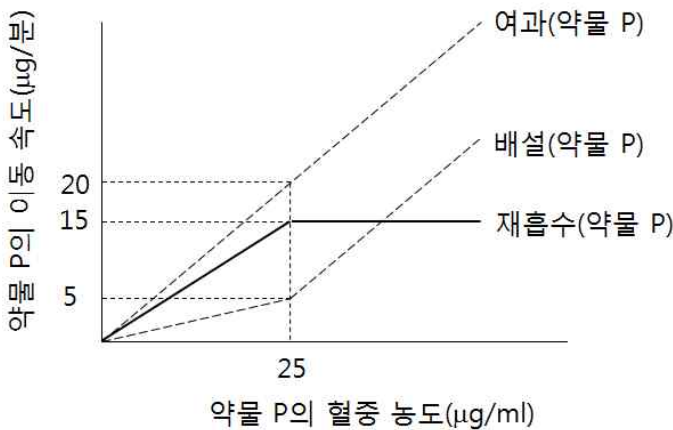
(추론 이유) 모계 생식세포 형성 시  $A^1A^1$  염색 분체의 분리가 안 되어 유전자형  $A^1A^1$  인 난자 생성 후 유전자형  $A^2$  인 정자와 수정하여  $A^1A^1A^2$  수정란 형성한다.

③  $A^2A^2A^2$  - 감수 2분열에서 21번 염색체 비분리 발생:

(추론 이유) 모계 생식세포 형성 시  $A^2A^2$  염색 분체의 분리가 안 되어 유전자형  $A^2A^2$  인 난자 생성 후 유전자형  $A^2$  인 정자와 수정하여  $A^2A^2A^2$  수정란 형성한다.

(문제2)

(1) 약물 P의 배설속도가 혈중 농도가 25  $\mu\text{g/ml}$  이후 증가 기울기가 커져 여과량과 평행하게 증가한다는 것을 통하여 재흡수가 증가하다 25  $\mu\text{g/ml}$ 에서 포화(또는 최대 한계치)가 되어 더 이상 재흡수속도가 증가되지 않음을 알 수 있다. 그리고 포화된 상태 이후에 가지는 재흡수의 최대 속도는 25  $\mu\text{g/ml}$ 에서 이후의 여과 속도와 배설 속도의 차이인 “15  $\mu\text{g/분}$ ”이라 추론할 수 있으며, 이를 재흡수에 대한 그래프로 그리면 아래와 같다.



(2) 재흡수만을 특이적으로 차단할 경우 약물 Q의 배설 속도가 여과 속도보다 크게 나온 것을 통하여 약물 Q의 배설에는 여과 이외에 분비에 의한 이동이 있다는 것을 알 수 있다. 이러한 재흡수 차단 후 배설 속도와 여과 속도의 차이가 처음에는 증가하다 15  $\mu\text{g/ml}$  이후에 더 이상 커지지 않고, 배설 속도와 여과 속도가 일정하게 유지되는 이유는 약물 Q의 분비가 포화 상태 (또는 최대 한계치)에 이르러 최대 5  $\mu\text{g/분}$  속도를 계속 유지하기 때문임을 추론할 수 있다.



▶ 문항카드 양식 5

◎ 자연계 - 과학(화학 I)

[건국대학교 문항정보]

1. 일반정보

유형	<input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사	
전형명	KU논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계(화학)/문제 1, 문제2	
모집요강에 제사한 출제 범위(과목명)	화학I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학I
	핵심개념 및 용어	화학 결합, 분자의 극성, 전기 음성도, 산화수, 이온화 에너지, 전자 친화도
예상 소요 시간	전체 시험시간 100분 중 30분	

2. 문항 및 제시문

제시문

(가) 2개의 수소 원자가 서로 멀리 떨어져서 서로 영향을 미치지 않는 위치에 있을 때에는 수소 원자 사이에 인력이 작용하지 않는다. 그러나 수소 원자 사이의 거리가 가까워짐에 따라 원자 사이에 인력이 작용하여 에너지가 작아지다가 74 pm가 되면 에너지는 최소가 되어 안정한 수소 분자를 형성한다. 이때 수소 원자 2몰이 결합하여 수소 분자를 생성하면 436 kJ의 에너지를 방출한다. 공유 결합으로 형성된 1몰의 분자에서 원자 사이의 결합을 끊는데 필요한 에너지를 결합 에너지라고 한다. 따라서 수소 분자의 결합 에너지는 436 kJ/mol이다. 결합 에너지는 분자를 이루고 있는 원자 사이의 결합의 세기를 나타내는 척도로서 결합 에너지가 클수록 결합이 강하고 안정하다. 공유 결합을 형성하고 있는 분자에서 두 원자핵 사이의 거리를 결합 길이라고 한다. 일반적으로 공유 결합을 형성하고 있는 원자 사이의 결합 길이가 짧을수록 결합 에너지가 증가한다.

(나) 공유 결합을 이루는 두 원자 사이의 전기 음성도 차이에 의해 공유 전자쌍이 한 쪽으로 치우쳐서 부분적인 음전하와 양전하를 띠게 되는 결합을 극성 공유 결합이라고 한다. 전기 음성도는 공유 전자쌍을 끌어당기는 힘의 크기를 상대적인 값으로 나타낸 것인데 몇 가지 원소의 전기 음성도는 다음과 같다.

H: 2.1, C: 2.5, N: 3.0, O: 3.5, F: 4.0, S: 2.5, Cl: 3.0.

일반적으로 극성 공유 결합을 한 두 원자 사이의 전기 음성도 차이가 클수록 공유 결합의 극성은 증가하며 더 강한 결합을 형성한다. 전기 음성도는 대체로 주기율표에서 왼쪽에서 오른쪽으로 갈수록 커지며, 위에서 아래로 갈수록 작아지는 경향을 나타낸다. 일반적으로 극성 분자에서 극성의 크기는 쌍극자 모멘트로 나타내며, 이는 전하량과 두 전하 사이의 거리를 곱한 값이며 방향은 양전하로부터 음전하를 향한다.

(다) 공유 결합 화합물에서 원자의 산화수를 구할 때에는 전기 음성도가 큰 원자가 공유 전자를 모두

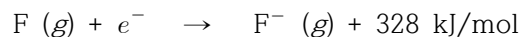
차지한다고 가정한다. 예를 들어, 수소와 산소가 결합하여 물이 생성될 때 전기 음성도가 작은 수소는 전자를 잃고 전기 음성도가 큰 산소가 전자를 얻는다고 가정한다.

(라) 전하를 띤 입자 사이에는 전하의 종류에 따라 인력이나 반발력이 작용한다. 양이온과 음이온 사이의 거리가 가까워질수록 두 이온 사이에 작용하는 인력에 의해 에너지는 점차 감소하여 안정한 상태가 된다. 그러나 두 이온이 계속 접근하여 두 이온 사이의 거리가 너무 가까워지면, 두 이온의 전자 구름이 겹쳐지게 되고 핵과 핵 사이의 반발력이 증가하므로 에너지는 점차 증가하여 불안정한 상태가 된다. 나트륨 이온( $\text{Na}^+$ )과 플루오린화 이온( $\text{F}^-$ )은 이온 사이의 거리가 231 pm일 때 가장 안정한 상태가 되어 이온 결합을 형성한다.

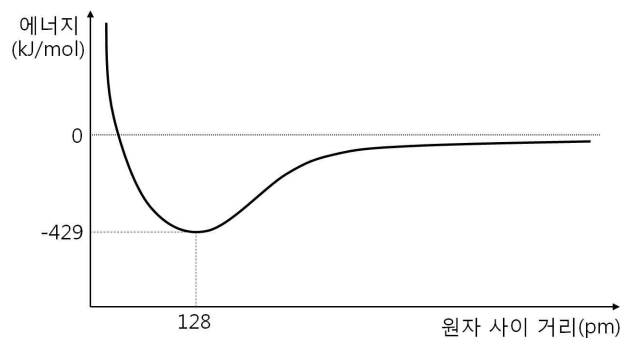
(마) 중성인 원자가 에너지를 흡수하면 전자들은 더 높은 에너지 준위로 들뜨게 된다. 원자핵 내의 양성자의 인력을 극복할 만큼 충분한 에너지를 흡수하면 전자는 원자핵으로부터 완전히 떨어져 나간다. 기체 상태의 원자 1몰로부터 전자 1몰을 떼어 내어 이온으로 만드는 데 필요한 최소 에너지를 이온화 에너지라고 한다. 예를 들어, 나트륨 원자( $\text{Na}$ )의 이온화 에너지는 496 kJ/mol이다.



기체 상태의 원자 1몰이 전자 1몰을 받아들일 때 에너지가 발생하는데, 이 에너지를 전자 친화도라고 한다. 전자 친화도가 큰 원자일수록 전자를 받아들일 때 큰 에너지를 방출하며 전자를 쉽게 받아들여 음이온이 되기 쉽다. 예를 들어, 플루오린 원자( $\text{F}$ )의 전자친화도는 328 kJ/mol이다.



**[문제 1]** 오른쪽 그림은 HCl에서 수소 원자와 염소 원자 사이의 거리에 따른 에너지를 나타낸 그래프이다. 이 그래프와 비교하여 HF와 HBr의 두 경우에 대해 수소 원자와 할로젠 원자 사이의 거리에 따른 에너지를 나타내는 그래프를 그리고 그 이유를 설명하라. (단, 수소 원자와 할로젠 원자가 멀리 떨어져서 인력이 존재하지 않을 때의 에너지 값을 0이라고 하자.)



플루오린화 나트륨( $\text{NaF}$ )에서 나트륨 양이온( $\text{Na}^+$ )과 플루오린화 음이온( $\text{F}^-$ )의 이온 사이의 거리에 따른 에너지를 그래프로 나타내고, 에너지가 가장 낮은 지점의 이온 사이의 거리의 값과 이온이 서로 아주 멀리 있을 때의 에너지 값을 각각 나타내라. 그리고 그 값들의 근거를 서술하라. (단, 중성의 Na 원자와 F 원자가 멀리 떨어져서 인력이 존재하지 않을 때의 에너지 값을 0이라고 하자.)

**[문제 2]** 세 화합물  $\text{XYZ}_4$ ,  $\text{XYZ}_2$ ,  $\text{XY}_2\text{Z}_2$  에서 X 원자의 산화수는 차례대로 각각 -2, 0, +2이고, Y 원자와 Z 원자의 산화수는 일정하다. X, Y, Z를 전기 음성도가 큰 것부터 차례대로 나열하고, Y와 Z의 산화수를 구하라. (단, X, Y, Z는 임의의 원소 기호이다.)

그리고 세 화합물  $\text{CF}_4$ ,  $\text{CH}_2\text{F}_2$ ,  $\text{CF}_2\text{Cl}_2$  을 극성이 큰 것부터 차례대로 나열하고 그 이유를 설명하라.

### 3. 출제 의도

화학 결합, 분자의 극성, 전기 음성도, 산화수, 이온화 에너지, 전자 친화도 등 화학I에서 다루는 화학의 기본적 개념에 대한 이해도와 종합적 사고 능력을 평가한다.

### 4. 출제 근거

- 2009 개정 교육과정\_과학과 교육과정[제 2011 - 361호]
- 영역별 내용에서 출제 근거 항목을 기재

#### 가) 교육과정 근거

적용교육과정	1. 교육과학기술부 고시 제2011-361호[별책9] “과학과 교육과정”
성취기준/ 영역별 내용	<p>제시문(가)</p> <p>(3) 아름다운 분자 세계</p> <p>(나) 물과 용융 NaCl의 전기분해 비교 등을 통해 화학 결합의 전기적 성질을 설명할 수 있다.</p>
	<p>제시문(나)</p> <p>(2) 개성 있는 원소</p> <p>(마) 주기율표에서 원자가전자의 수, 원자 반지름, 이온화 에너지, 전기 음성도 등 원자의 성질이 주기적으로 변화됨을 설명할 수 있다.</p> <p>(3) 아름다운 분자 세계</p> <p>(라) 간단한 분자들의 루이스 구조를 통해 공유 결합의 성질과 쌍극자 모멘트와 관련된 결합의 극성을 설명할 수 있다.</p> <p>(매) 전자쌍 반발 이론을 통해 분자의 구조를 설명하고, 분자의 극성과 끓는점 등 물리적, 화학적 성질이 분자 구조와 관계가 있다는 사실을 이해한다.</p>
	<p>제시문(다)</p> <p>(4) 달은꼴 화학반응</p> <p>(나) 질소와 수소의 반응에 의한 암모니아의 합성이 전자 이동에 의한 산화·환원 반응임을 이해한다.</p> <p>(다) 이산화탄소, 물, 메탄, 암모니아에서 화학 결합을 하고 있는 원자들 사이의 전기 음성도 차이로부터 각 원소의 산화수를 설명할 수 있다.</p>
	<p>제시문(라)</p> <p>(3) 아름다운 분자 세계</p> <p>(나) 물과 용융 NaCl의 전기분해 비교 등을 통해 화학 결합의 전기적 성질을 설명할 수 있다.</p>
	<p>제시문(마)</p> <p>(2) 개성 있는 원소</p> <p>(마) 주기율표에서 원자가전자의 수, 원자 반지름, 이온화 에너지, 전기 음성도 등 원자의 성질이 주기적으로 변화됨을 설명할 수 있다.</p>
	<p>문제 1.</p> <p>(3) 아름다운 분자 세계</p> <p>(나) 물과 용융 NaCl의 전기분해 비교 등을 통해 화학 결합의 전기적 성질을 설명할 수 있다.</p> <p>(2) 개성 있는 원소</p> <p>(매) 주기율표에서 원자가전자의 수, 원자 반지름, 이온화 에너지, 전기 음성도 등 원자의 성</p>

	<p>질이 주기적으로 변화됨을 설명할 수 있다.</p> <p>문제 2.</p> <p>(4) <b>답은꼴 화학반응</b></p> <p>(ㄴ) 질소와 수소의 반응에 의한 암모니아의 합성이 전자 이동에 의한 산화·환원 반응임을 이해한다.</p> <p>(ㄷ) 이산화탄소, 물, 메탄, 암모니아에서 화학 결합을 하고 있는 원자들 사이의 전기 음성도 차이로부터 각 원소의 산화수를 설명할 수 있다.</p> <p>(3) <b>아름다운 분자 세계</b></p> <p>(ㄹ) 간단한 분자들의 루이스 구조를 통해 공유 결합의 성질과 쌍극자 모멘트와 관련된 결합의 극성을 설명할 수 있다.</p> <p>(매) 전자쌍 반발 이론을 통해 분자의 구조를 설명하고, 분자의 극성과 끓는점 등 물리적, 화학적 성질이 분자 구조와 관계가 있다는 사실을 이해한다.</p>
--	---

제시문 및 모든 하위 문항에 해당되는 출제근거를 제시

#### 나. 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	류해일 외 7인	(주)비상교육	2017	110-113, 139, 142
	화학I	박종석 외 4인	(주)교학사	2017	149-150, 154, 168
	화학I	김희준 외 8인	(주)상상아카데미	2017	101-103, 128, 146
	화학I	노태희 외 7인	(주)천재교육	2017	111, 135-136, 190
기타					

### 5. 문항 해설

제시문 (가)는 공유 결합 형성 시 원자 사이의 거리에 따른 에너지 변화를 기술하고 있으며 결합 길이와 결합 세기의 상관관계도 제시하고 있다.

제시문 (나)는 전기 음성도에 대해 기술하고 있으며 분자의 극성과 전기 음성도의 상관관계를 설명한다.

제시문 (다)는 전기 음성도에 의해 산화수가 결정됨을 기술하고 있다.

제시문 (라)는 이온 결합 형성 시 이온 사이의 거리에 따른 에너지 변화를 기술하고 있다.

제시문 (마)는 이온화 에너지와 전자 친화도의 정의를 기술하고 있다.

문제 1은 할로젠 원자들의 크기와 전기 음성도 경향성에 따른 결합 길이와 결합 세기 (결합 에너지)의 경향성에 대한 질문하고 있으며 도식적인 표현 능력도 평가한다.

그리고 제시문으로부터 적절한 정보를 도출하여 이온 결합 형성 시 결합 길이 및 에너지에 대한 논리적인 사고를 할 수 있는지를 평가한다.

문제 2는 산화수와 전기 음성도 관계를 정확히 이해하는지를 평가하며, 전기 음성도와 분자의 입체 구조로부터 분자의 극성(쌍극자 모멘트)을 판단하는 능력을 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항

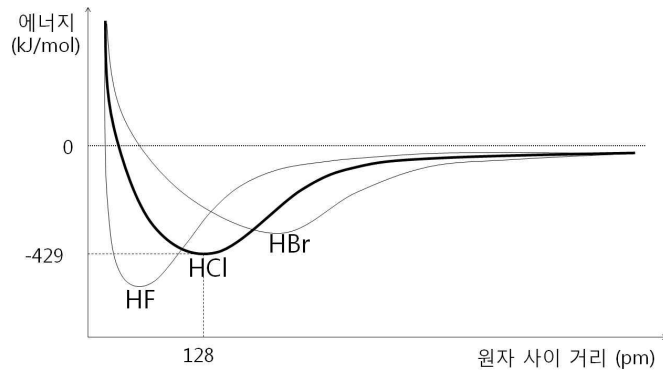
채점 기준

배점

【채점 요소】

- ※ 그래프에서 결합 길이와 결합 세기의 경향성을 명확히 표현하였는가?
- ※ 나타낸 그래프에 대한 설명이 적절한가?
- ※ 그래프에서 이온 사이 거리와 이온간 거리가 멀 때의 에너지 값을 정확히 나타냈는가?
- ※ 그 값들에 대한 근거가 적절한가?

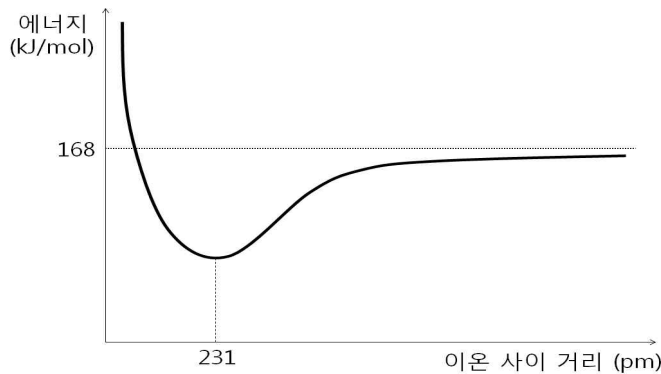
【예시 답안】



F는 Cl보다 크기(원자 반지름)가 작고 전기 음성도가 크므로 HF는 HCl보다 결합 길이는 더 짧고 결합 세기(결합 에너지)는 더 크다.  
Br은 Cl보다 크기(원자 반지름)가 크고 전기 음성도가 작으므로 HBr은 HCl보다 결합 길이는 더 길고 결합 세기(결합 에너지)는 더 작다.

문제 1

4



제시문 (라)에서  $\text{Na}^+$ 와  $\text{F}^-$  사이의 거리가 231 pm일 때 이온 결합이 형성된다고 했으므로 가장 에너지가 낮은 지점은 231 pm이다.  
제시문 (마)에서 설명한 바와 같이, 중성의 Na 원자와 F 원자가  $\text{Na}^+$ 과  $\text{F}^-$ 이온이 되기 위해서는 이온화 에너지(496 kJ/mol)만큼의 에너지가 필요하고 전자 친화도(328 kJ/mol)만큼의 에너지를 방출한다. 따라서 두 이온이 멀리 떨어져서 인력이 존재하지 않을 때의 에너지 값은 168 kJ/mol이다.

**【채점 준거】**

위 채점요소를 모두 만족하면 4점을 부여함. 각 요소별 내용이 옳지 않으면 각각 -1점 감점

**【채점 요소】**

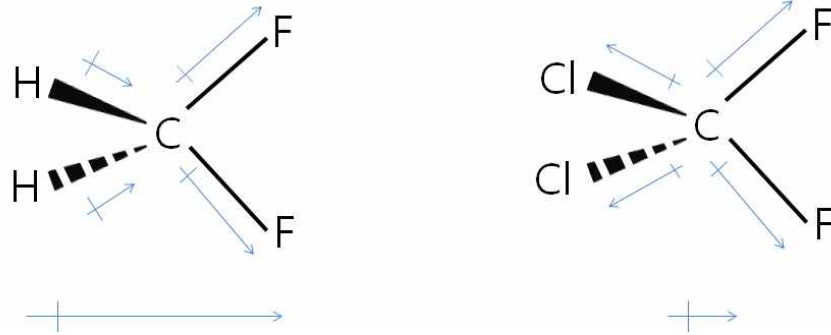
- ※ 세 원자의 전기 음성도 크기의 서열과 산화수 값이 맞는가?
- ※ 세 분자의 극성의 크기에 대한 서열이 맞는가?
- ※ 극성 차이에 대한 설명이 적절한가?

**【예시 답안】**

전기 음성도 크기 비교:  $Y > X > Z$ , Y 산화수: -2, Z 산화수: +1

세 분자는 모두 사면체 구조를 가지는데  $CF_4$  는 쌍극자 모멘트의 벡터합이 0 이므로 무극성 분자이다.

제시문 (나)에서 전기 음성도는  $F > Cl > C > H$  임을 고려하여  $CH_2F_2$ 와  $CF_2Cl_2$ 의 쌍극자 모멘트의 벡터합을 나타내보면 아래와 같다.



$CH_2F_2$ 에서는 C-H 결합과 C-F 결합에 의한 쌍극자 모멘트 방향이 같기 때문에 쌍극자 모멘트가 서로 합해져서 커지는 반면,

$CF_2Cl_2$ 에서는 C-Cl 결합과 C-F 결합에 의한 쌍극자 모멘트가 서로 반대 방향이기 때문에 쌍극자 모멘트가 상쇄되어 작아진다.

따라서 세 분자의 극성을 비교하면  $CH_2F_2 > CF_2Cl_2 > CF_4$  이다.

**【채점 준거】**

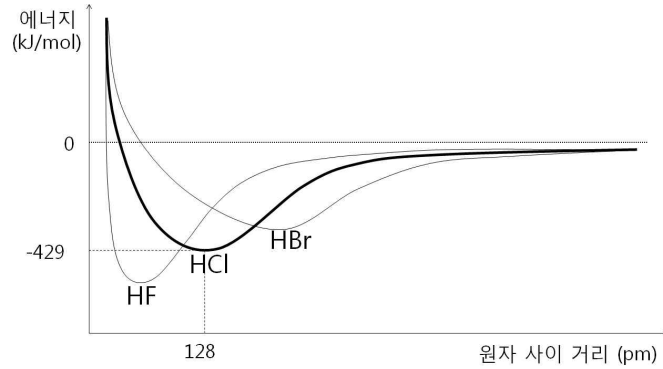
위 채점요소를 모두 만족하면 3점을 부여함. 각 요소별 내용이 옳지 않으면 각각 -1점 감점

문제 2

3

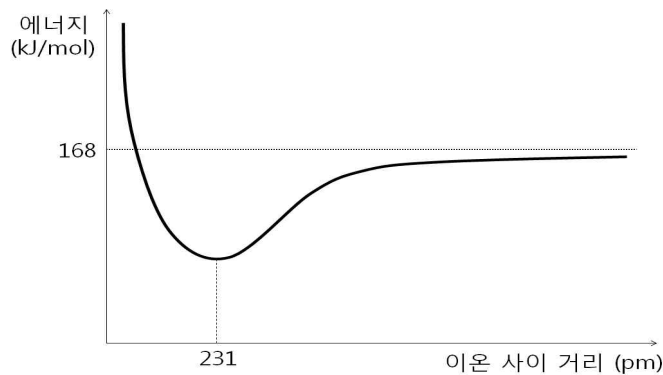
## 7. 예시 답안

### 【문제 1】



F는 Cl보다 크기(원자 반지름)가 작고 전기 음성도가 크므로 HF는 HCl보다 결합 길이는 더 짧고 결합 세기(결합 에너지)는 더 크다.

Br은 Cl보다 크기(원자 반지름)가 크고 전기 음성도가 작으므로 HBr은 HCl보다 결합 길이는 더 길고 결합 세기(결합 에너지)는 더 작다.



제시문 (라)에서 Na<sup>+</sup>와 F<sup>-</sup> 사이의 거리가 231 pm일 때 이온 결합이 형성된다고 했으므로 가장 에너지가 낮은 지점은 231 pm이다.

제시문 (마)에서 설명한 바와 같이, 중성의 Na 원자와 F 원자가 Na<sup>+</sup>과 F<sup>-</sup>이온이 되기 위해서는 이온화 에너지(496 kJ/mol)만큼의 에너지가 필요하고 전자 친화도(328 kJ/mol)만큼의 에너지를 방출한다. 따라서 두 이온이 멀리 떨어져서 인력이 존재하지 않을 때의 에너지 값은 168 kJ/mol이다.

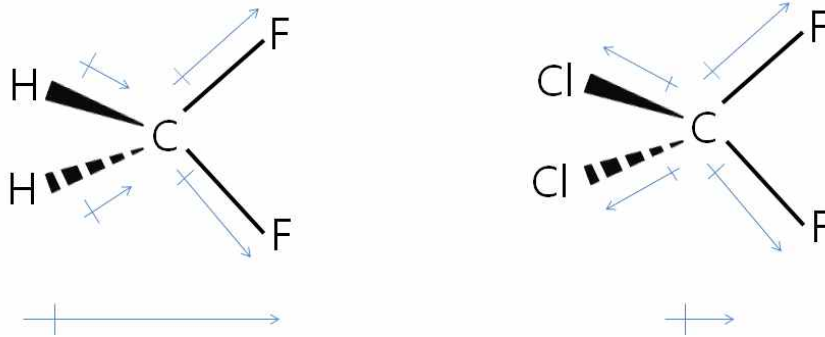
### 【문제 2】

전기 음성도 크기 비교:  $Y > X > Z$ , Y 산화수: -2, Z 산화수: +1

세 분자는 모두 사면체 구조를 가지는데 CF<sub>4</sub>는 쌍극자 모멘트의 벡터합이 0이므로 무극성분자이다.

제시문 (나)에서 전기 음성도는  $F > Cl > C > H$  임을 고려하여

CH<sub>2</sub>F<sub>2</sub>와 CF<sub>2</sub>Cl<sub>2</sub>의 쌍극자 모멘트의 벡터합을 나타내보면 아래와 같다.



CH<sub>2</sub>F<sub>2</sub>에서는 C-H 결합과 C-F 결합에 의한 쌍극자 모멘트 방향이 같기 때문에 쌍극자 모멘트가 서로 합해져서 커지는 반면,

CF<sub>2</sub>Cl<sub>2</sub>에서는 C-Cl 결합과 C-F 결합에 의한 쌍극자 모멘트가 서로 반대 방향이기 때문에 쌍극자 모멘트가 상쇄되어 작아진다.

따라서 세 분자의 극성을 비교하면 CH<sub>2</sub>F<sub>2</sub> > CF<sub>2</sub>Cl<sub>2</sub> > CF<sub>4</sub> 이다.



▶ 문항카드 6

◎ 자연계 - 과학(물리 I)

[건국대학교 문항정보]

1. 일반정보

유형	<input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사	
전형명	KU논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	과 학	
모집요강에 제사한 출제 범위(과목명)	물리 I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리 I
	핵심개념 및 용어	빛의 스펙트럼, 빛의 3원색, 빛의 합성, 색채 인식, 빛의 회절, 빛의 흡수·반사
예상 소요 시간	전체 시험시간 100분 중 100분	

2. 문항 및 제시문

제시문

(가) 무지개 빛은 보통 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남청, 보라 7가지로 알려져 있다. 아래 표와 같이 파장이 짧을수록 보라색이 되고, 파장이 길수록 빨간색이 된다.

색상	빨간색	주황색	노란색	초록색	파란색-남청색	보라색
파장 (nm)	780~622	622~597	597~577	577~492	492~455	455~390

(1 nm=10<sup>-9</sup> m)

(나) 빛의 색은 무지개의 7가지 색만 있는 것은 아니다. 자연에는 다양한 색의 빛이 있는데, 이렇게 많은 색의 빛을 단지 3가지 색의 빛만으로 만들 수가 있다. 그것이 바로 빨강, 초록, 파랑이고, 이것을 빛의 3원색이라고 한다. 컴퓨터 모니터나 텔레비전 브라운관도 빨강, 초록, 파랑의 세 가지 색으로 다양한 색을 표현하는 것을 알 수 있다. 이때 하나의 빨강, 초록, 파랑의 색 묶음을 화소라고 한다.

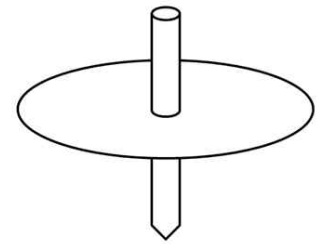
(다) 일반적인 컴퓨터 모니터에서 노란색으로 빛나는 부분의 화소를 자세히 보면 노란색은 없다. 대신 빨간색, 초록색이 켜져 있고 파란색 빛이 꺼져 있어서 노란색으로 보인다. 모니터에 주황색으로 보이는 부분을 자세히 보면 역시 주황색은 없고 빨간색과 초록색 빛이 켜져 있다. 하지만 빨간색의 세기가 초록색 빛의 세기의 2배 정도로 보이는 것을 알 수 있다. 대부분의 영상기기는 이와 같이 빨강, 초록, 파랑의 상대적인 세기를 어떻게 조합하느냐에 따라 색을 구현한다.

(라) 소리가 좁은 틈이나 장애물의 가장자리를 지날 때는 좁은 틈이나 장애물의 가장자리를 돌아서 휘어져 나아간다. 이러한 성질을 회절이라고 한다. 파동이 회절할 때 중요한 특징 두 가지는 다음과 같다. 첫째, 틈이 좁을수록 회절이 잘 일어난다. 둘째, 파장이 길수록 회절이 잘 일어난다.

빨간색, 주황색, 초록색, 파란색 빛을 각각 하나의 파장만으로 반사하는 4가지 물감과 팽이1과 팽이2가 있다. 두 팽이의 모양은 오른쪽 그림과 같고, 색은 다음과 같이 칠하였다.

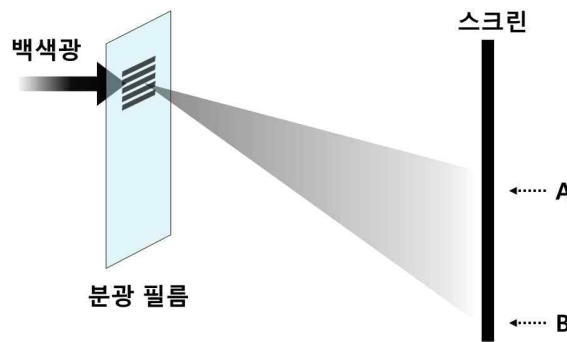
팽이1: 팽이의 원반을 두 구획으로 나누고, 각각 빨간색, 초록색, 파란색 중 하나의 물감으로 칠한 팽이.

팽이2: 팽이의 원반 전체를 주황색 물감으로 칠한 팽이.



[문제 1] 만약 회전하고 있는 두 팽이1과 팽이2가 백색광 아래에서 같은 색으로 보인다면, 팽이1을 어떻게 칠해야 하는지 설명하십시오.

[문제 2] 빛도 소리와 같은 원리로 회절한다. 이러한 회절 현상을 이용하면, 아래의 그림과 같이 좁은 간격의 틈이 모여 있는 분광 필름으로 백색광을 분광할 수 있다. 즉, 백색광이 분광 필름을 통과하여 스크린에 도달하면 파장별로 나뉘진다.



A와 B에 모이는 빛의 색을 각각 쓰고 그 이유를 설명하십시오. 또한, A, B 중 하나의 빛을 이용하여, 회전 중인 팽이1과 팽이2를 구분하고자 한다. 어느 빛을 이용해야 구분할 수 있는지 쓰고, 그 이유를 쓰시오.

### 3. 출제 의도

빛의 성질과 빛의 합성은 모든 물리 I 교과서에 소개 되어 있으며, 소리와 빛의 파동 특성과 관련한 회절 및 합성 특성에 대한 이해도를 묻는 문제를 출제하였다. 또한, 하나의 색에 대해서 하나의 파장을 가지는 빛과 빛의 3원색을 합성하여 만들어진 빛의 성질을 구분하는 문제를 통해 복합적인 사고력을 평가하고자 하였다.

### 4. 출제 근거

#### 가) 교육과정 근거

적용교육과정	과학과 교육과정 [제 2011 - 361호]
성취기준/ 영역별 내용	(3) 정보와 통신 - (가) 소리와 빛 - ①파동의 특성과 관련하여 소리의 굴절, 반사, 회절 등을 이해 하고 소리 정보의 활용, 초음파의 의미와 발생장치 및 실생활의 이용을 안다. 물리 I 성취기준 : [물1311-1] - 파동의 특성과 관련하여 소리의 굴절, 반사, 회절 등을 설명할 수 있다.  (3) 정보와 통신 - (가) 소리와 빛 - ⑤ 눈에서 색채를 인식하는 과정과 빛의 3원색의 의미를 이해 하고, 영상장치에서 색을 구현하는 과정을 안다. 물리 I 성취기준 : [물1315-1] - 눈에서 색채를 인식하는 과정과 빛의 삼원색의 의미를 설명할 수 있다.

제시문 및 모든 하위 문항에 해당되는 출제근거를 제시

#### 나. 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	물리 I	김영민 외 7인	(주)교학사	2017	180, 211 ~ 214
	물리 I	곽성일 외 7인	천재교육	2017	158, 183, 184

## 5. 문항 해설

### [문제 1]

교과서에 수록된 빛의 3원색으로 다양한 색의 빛을 합성하고 이를 인식하는 개념에 기반을 둔 문제이다. 모니터와 같은 영상 장치는 빨강, 초록, 파랑의 3원색만을 이용해 각각의 색의 밝기를 다르게 합치는 방법으로 다양한 색을 합성할 수 있다. 이 문제는 3원색 물감으로 칠한 팽이를 회전 시켜 이러한 영상장치의 색 표현을 모사하는 문제로, 과학 기술에 대한 흥미도를 묻고 파장이 다른 빛의 합성 원리에 대한 이해도를 확인할 수 있다.

### [문제2]

교과서에서 회절의 원리와 파장에 따른 특성 변화에 대해 배웠고, 이 원리를 이용한 분광 필름에 대한 문제이다. 더 나아가, 본 문제에서는 분광필름을 통해 나뉜 빛들을 이용해, 한 파장으로 만들어진 주황색과 3원색을 이용해 합성으로 만든 주황색을 구분하는 것을 물었다. 이 문제를 통해 눈에서 색을 인식하는 원리에 대한 기본적인 이해와, 같은 색을 가지더라도 근원적으로 다른 특성을 확인하는 실험을 이해할 수 있는 종합적 사고력을 판단할 수 있다.

## 6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문항 1	3원색 중 빨간색과 초록색만 사용하였다.	1
	빨간색과 초록색이 차지하는 넓이 비가 2:1이다.	1
문항 2	A와 B에 모이는 빛의 색을 모두 맞췄다.	1
	파장에 따른 회절로 이유를 설명했다.	1
	팽이를 구분할 수 있는 빛을 찾았다.	1
	팽이 구분 이유를 설명했다.	1
	설명과정이 논리적이다.	1

※ 하위 문항이 있는 경우 칸을 나누어 채점 기준을 작성함.

※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

위와 같이 채점하여

A+ : 7점

A : 6점

B+ : 5점

B : 4점

C : 3점

D : 2점

E : 1점

F : 0점

## 7. 예시 답안

### [문제 1]

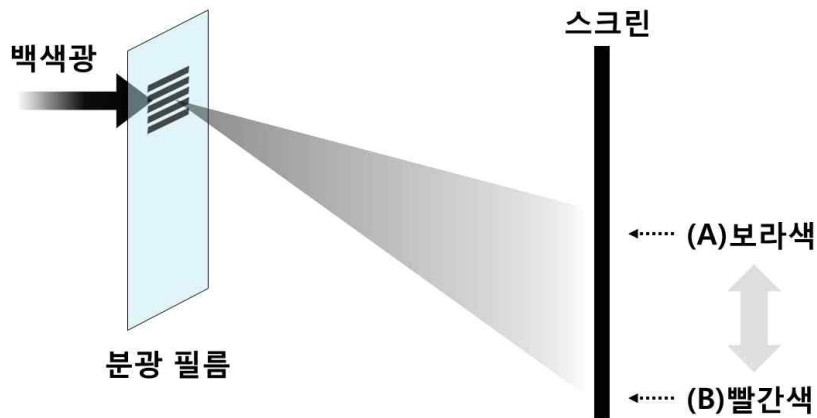
제시문 (나)와 (다)에 따르면, 빛의 3원색만으로 다양한 색을 만들 수 있다. 3원색을 구성하는 물감을 원반에 칠한 후 팽이를 회전시켜 색을 결정하기로 하면, 모니터에서의 3원색의 밝기 비는 팽이 원반에 색칠하는 물감의 면적 비로 바꾸어 생각할 수 있다. 따라서 원반의 두 구획은 아래 예시와 같이 **면적 비를 빨간색 : 초록색 = 2 : 1이 되도록 나누어 색을 칠해야 한다.** 이 팽이는 회전하였을 때 빛의 합성에 의해 주황색으로 보이게 된다.



팽이1을 칠하는 하나의 예시

### [문제2]

제시문 (라)에 따르면, 소리나 빛과 같은 파동은 좁은 틈을 지날 때 회절이 잘 일어나며, 파장이 길수록 잘 회절된다. 파장대 별로 회절 정도가 다르기 때문에 분광 필름에서 가까운 곳(A)은 파장이 짧아 회절이 적은 보라색, 먼 곳(B)은 파장이 길어 회절이 큰 빨간색임을 확인할 수 있다.



회절 분광을 통해 한 가지 파장을 가진 보라색(A)과 빨간색(B)이 준비되었다. 회전하는 두 팽이는 태양광 아래에서 모두 주황색으로 보이지만, 팽이1에는 빨간색과 초록색 물감만 칠해져 있고, 팽이2에는 주황색 물감만 칠해져 있다. 한 가지 파장을 가진 보라색(A) 빛을 팽이1과 팽이2에 비추게 되면 보라색 빛을 반사시킬 수 있는 물감이 없으므로 모두 검정색으로 보인다. 그러나, 한 가지 파장을 가진 빨간색(B) 빛을 비추는 경우 팽이1은 빨간색을 반사하는 물감에 의해 빨간색으로 보이고, 팽이2는 빨간색에 반사하는 물감이 없기 때문에 검정색으로 보이게 된다. 이를 정리하면 아래 표와 같다.

단파장 빛 팽이	보라색(A)	빨간색(B)
팽이1	검정색	빨간색
팽이2	검정색	검정색

따라서, 팽이1과 팽이2를 구분하기 위해서는 한 가지 파장을 가진 빨간색(B) 빛을 이용해야 한다.

※ 문항카드 양식 3의 실례는 pp. 48-53 <IV. 계열·교과별 문항 제출 양식(문항카드)-3. 수리계열-과학 - 가. 문항카드 작성 샘플-(2) 문항카드 작성 예시>를 참고