◆ 문항카드 3

[건국대학교 문항정보]

1. 일반정보

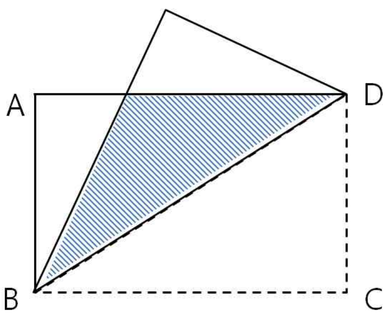
유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사	
전형명	KU논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계 (수학)/문제 1, 문제 2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 Ⅰ, 미적분 Ⅰ, 미적분Ⅱ, 기하와 벡터
	핵심개념 및 용어	대칭이동, 미분법, 극대와 극소, 공간좌표, 구와 평면
예상 소요 시간	전체 시험시간 100분 중 100분	

2. 문항 및 제시문

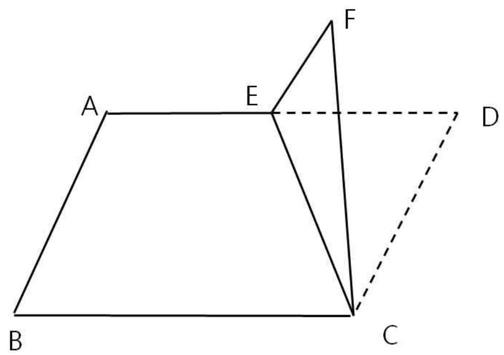
제시문 1

(가) 어떤 도형을 직선에 대하여 대칭이동한 도형은 원래의 것과 모양과 크기가 같다. 즉 합동이다.

(나) 평면에 직사각형 $ABCD$ 모양의 종이가 있다. [그림 1]은 이 직사각형 모양의 종이를 대각선을 따라 접은 것을 나타낸 것이다. [그림 2]는 선분 AD위의 점 E를 선택하여 직사각형 $ABCD$를 선분 CE를 따라 접었다 편 것을 나타낸 것이다. F는 꼭짓점 D가 이동한 점으로 평면 CEF는 평면 $ABCD$와 수직이다.



[그림 1]



[그림 2]

[문제 1-1] [그림 1]에서 $\overline{AB}=a$, $\overline{BC}=b$라고 할 때, 빗금으로 표시된 부분의 넓이를 a와 b에 관한 식으로 표현하고 풀이과정을 쓰시오.

[문제 1-2] [그림 2]에서 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=3$이라고 하자. 사각형 $ABCE$가 밑면이고, F가 꼭짓점인 사각뿔 $F-ABCE$의 부피의 최댓값을 구하고 풀이과정을 쓰시오.

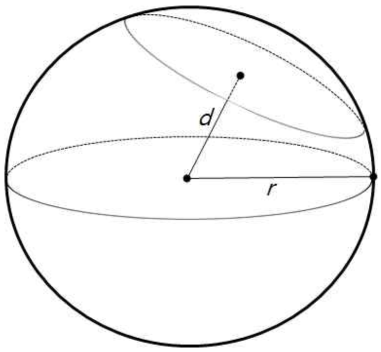
제시문 2

반지름의 길이가 r인 구의 중심과 구의 중심에서 한 평면에 내린 수선의 발 사이의 거리를 d라고 할 때, 구와 이 평면의 위치 관계는 다음과 같다.

(1) $d > r$이면 만나지 않는다.

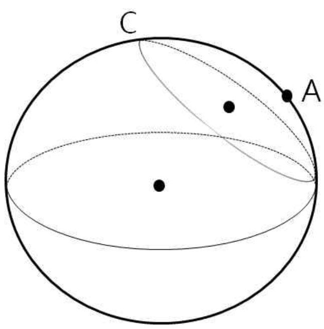
(2) $d = r$이면 한 점에서 만난다 (접한다).

(3) $d < r$이면 만나서 원이 생긴다.



[그림 3]

[문제 2-1] 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$와 평면 $x + y + z = 3$이 만나서 생기는 원을 C라고 하자. 점 $A(2,2,1)$에서 C 위의 점까지의 거리의 최솟값을 구하고 풀이과정을 쓰시오.



[문제 2-2] 구 $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 2$와 평면 $mx - y = 0$이 만나서 원이 생길 때, 이 원의 중심을 P라 하자. m의 값이 변함에 따라 P가 움직인다. P가 그리는 곡선의 길이를 구하고 풀이과정을 쓰시오.

3. 출제 의도

[문제 1]
피타고라스 정리와 간단한 삼각함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있는가?
도함수를 최댓값을 구하는데 응용할 수 있는가?

[문제 2]
정사영을 이해하고 이를 구할 수 있는가?
좌표공간에서 점의 좌표, 두 점 사이의 거리를 구할 수 있는가?
이차방정식의 판별식과 근의 공식을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가?
원의 방정식을 이해하고 이를 문제에 적용할 수 있는가?
구를 평면으로 자를 때 생기는 단면의 중심의 좌표를 구할 수 있는가?

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취 기준

문항제시문	관련성취기준	
문제 1-1	성취기준	[미적분 Ⅱ] - (나)삼각함수 - (1)삼각함수의 뜻과 그래프 ③삼각함수를 활용하여 간단한 문제를 해결할 수 있다.
	성취기준 • 성취수준	[미적분 Ⅱ] - (나)삼각함수 - (1)삼각함수의 뜻과 그래프 미적2213. 삼각함수를 활용하여 간단한 문제를 해결할 수 있다.

* 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책 8] "수학과 교육과정"
** : 교육과학기술부 발간'2009 개정 교육과정에 따른 성취기준•성취수준: 고등학교 수학'(교육과학기술부 발간등록번호 11-1341000-002322-010

문항제시문	관련성취기준	
문제 1-2	성취기준	[미적분 I] - (다) 다항함수의 미분법 - (3) 도함수의 활용 ③함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [미적분 Ⅱ] - (다) 미분법 - (1) 여러 가지 미분법 ① 함수의 몫을 미분할 수 있다.
	성취기준 • 성취수준	[미적분 I] - (다) 다항함수의 미분법 - (3) 도함수의 활용 미적1333. 함수의 증가, 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [미적분 Ⅱ] - (다) 미분법 - (1) 여러 가지 미분법 미적2311. 함수의 몫을 미분할 수 있다.

* 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책 8] "수학과 교육과정"
** : 교육과학기술부 발간'2009 개정 교육과정에 따른 성취기준•성취수준: 고등학교 수학'(교육과학기술부 발간등록번호 11-1341000-002322-010

문항제시문	관련성취기준	
문제 2-1	성취기준	[기하와 벡터] - (다)공간도형과 공간벡터 - (2) 공간좌표 ①좌표공간에서 점의 좌표를 구할 수 있다. [기하와 벡터] - (다)공간도형과 공간벡터 - (2) 공간좌표 ②좌표공간에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.
	성취기준 • 성취수준	[기하와 벡터] - (다)공간도형과 공간벡터 - (2) 공간좌표 기벡 1321. 좌표공간에서 점의 좌표를 구할 수 있다. [기하와 벡터] - (다)공간도형과 공간벡터 - (2) 공간좌표 기벡 1322. 좌표공간에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.

* 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책 8] "수학과 교육과정"
** : 교육과학기술부 발간'2009 개정 교육과정에 따른 성취기준•성취수준: 고등학교 수학'(교육과학기술부 발간등록번호 11-1341000-002322-010

문항제시문	관련성취기준	
문제 2-2	성취기준	[기하와 벡터] - (다)공간도형과 공간벡터 - (2) 공간좌표 ①좌표공간에서 점의 좌표를 구할 수 있다. [기하와 벡터] - (다)공간도형과 공간벡터 - (2) 공간좌표 ②좌표공간에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.
	성취기준 • 성취수준	[기하와 벡터] - (다)공간도형과 공간벡터 - (2) 공간좌표 기벡 1321. 좌표공간에서 점의 좌표를 구할 수 있다. [기하와 벡터] - (다)공간도형과 공간벡터 - (2) 공간좌표 기벡 1322. 좌표공간에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.

* 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책 8] "수학과 교육과정"
** : 교육과학기술부 발간'2009 개정 교육과정에 따른 성취기준•성취수준: 고등학교 수학'(교육과학기술부 발간등록번호 11-1341000-002322-010

나. 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 I	조도연 외	경기도교육청	2014년	220쪽
	기하와 벡터	정상권 외	㈜금성출판사	2014년	102쪽
	기하와 벡터	황선욱 외	좋은 책 신사고	2014년	174쪽
	기하와 벡터	신항균 외	㈜지학사	2014년	163쪽
	미적분 I	이준열 외	천재교육	2014년	138쪽
	미적분Ⅱ	김원경 외	비상교육	2014년	98쪽
기타					

5. 문항 해설

[문제 1-1]
평면에서 직선에 대하여 대칭 이동할 때 성질을 이해하는지 확인한다.

[문제 1-2]
미분법을 활용하여 최댓값을 계산할 수 있는지 묻는다.

[문제 2-1]
정사영의 뜻을 알고 좌표공간에서 활용할 수 있는지 확인한다.

[문제 2-2]
좌표 공간에서 평면과 구의 방정식을 계산하고 이해하는지 측정한다.

6. 채점 기준

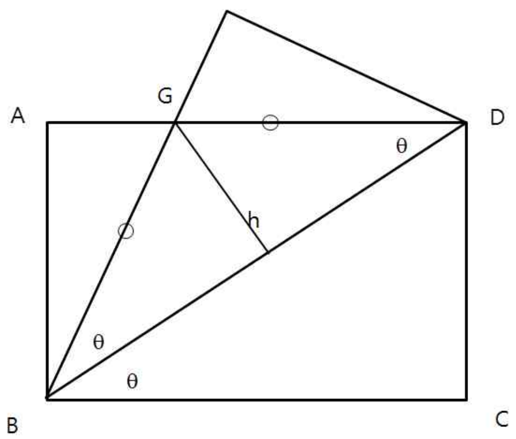
하위 문항	채점 기준	배점
[1-1]	F: 답안이 빈칸이거나 문제와 관련이 없는 내용을 적은 경우 E: 길이나 각을 구하려고 계산시도 하였으나 잘못한 경우 D: 의미 있는 길이나 각을 풀이 없이 적은 경우. 예를 들어 $\overline{BD}=\sqrt{a^2+b^2}$ 를 적은 경우 C: 삼각형의 넓이를 $\frac{1}{2}\overline{GD}\,\overline{AB}$ 또는 $\frac{1}{2}\overline{BD}h$로 나타낸 경우 B: $\triangle GBD$가 이등변삼각형임을 이용하여 h를 구하였거나 틀린 경우 B+: h를 정확히 구한 경우 A: 넓이 공식과 h를 이용하여 넓이를 구했으나 답이 틀린 경우 A+: 넓이를 $\frac{a}{4b}(a^2+b^2)$를 정확히 구한 경우	
[1-2]	F: 답안이 빈칸이거나 문제와 관련 없는 내용을 적은 경우 E: 길이나 각을 구하려고 계산시도 하였으나 잘못한 경우 D: 풀이 없이 h를 x에 대해서 표현한 경우 C: 부피 $V(x)$을 x에 대해 맞게 구한 경우 B: $V'(x)$를 구하고자 하였으나 틀린 경우 B+: $V'(x)$를 맞게 구한 경우 A: $V'(x)=0$에서 $x=2$를 구한 경우 A+: $V(2)=\frac{4\sqrt{2}}{3}$을 구한 경우	
[2-1]	F: 답안이 빈칸이거나 문제와 관련 없는 내용을 적은 경우 E: $\overline{AH}$나 $\overline{OO'}$의 풀이 없이 구하였으나 틀린 경우 D: 풀이 없이 $\overline{AH}$나 $\overline{OO'}$의 값을 구한 경우 C: $\overline{OO'}=\sqrt{3}$을 맞는 방법으로 구한 경우 B: $\overline{AH}$를 맞는 방법으로 구하고자 하였으나 틀린 경우 B+: $\overline{AH}$를 맞게 구한 경우 A: $\overline{HQ}$를 맞게 구한 경우 A+: $\overline{AQ}=2$ 구한 경우	
[2-2]	F: 답안이 빈칸이거나 문제와 관련 없는 내용을 적은 경우 E: 곡선의 그림을 그리거나 P를 m의 식으로 구하고자 시도한 경우 D: P를 m의 식으로 구하였으나 틀린 경우 C: P의 좌표를 m에 대하여 맞게 구한 경우 B: m를 소거하였으나 틀린 곡선이 나온 경우 B+: m을 소거하여 P가 그리는 곡선의 방정식을 맞게 구한 경우 A: m의 범위와 곡선의 길이를 구하였으나 틀린 경우 A+: m의 범위를 구하고 호의 길이를 맞게 구한 경우	

※ 하위 문항에 따라 칸을 나누어 채점 기준과 배점을 작성하고 필요한 경우 채점 시 유의사항을 추가함.
※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

7. 예시 답안

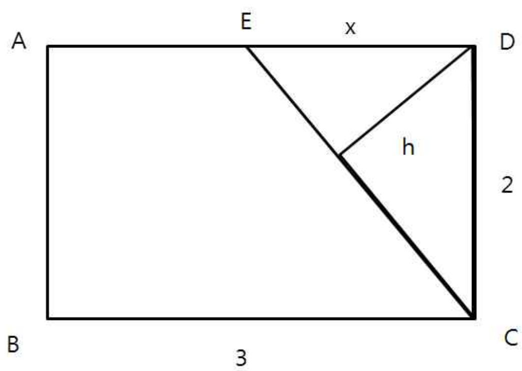
※ 문항카드 양식 2의 실례는 pp. 42-46 <Ⅳ. 계열·교과별 문항 제출 양식(문항카드)-2. 수리계열-가. 문항카드 작성 샘플-(2) 문항카드 작성 예시>를 참고

[문제 1-1] 정답: $\frac{a}{4b}(a^2+b^2)$



$\triangle GBD$의 높이를 h라고 하자. 종이를 접었기 때문에 삼각형의 $\angle GBD = \angle DBC$ 이다. 이 각을 θ라 두자. $\angle GDB + \angle CDB = \frac{\pi}{2}$ 이고 $\angle CDB + \theta = \frac{\pi}{2}$ 이므로 $\angle GDB = \theta$이다. 그러므로 $\triangle GBD$가 이등변삼각형이므로 높이 $h = \tan\theta \times \frac{\overline{BD}}{2} = \frac{a}{2b}\sqrt{a^2+b^2}$이다. 이 때, $\triangle BCD$를 이용하여 $\tan\theta = \frac{a}{b}$이다. 그러므로 $\triangle GBD$ 넓이는 $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}\frac{a\sqrt{a^2+b^2}}{2b} = \frac{a}{4b}(a^2+b^2)$이다.

[문제 1-2] 정답: $\frac{4\sqrt{2}}{3}$



$\overline{DE} = x$라고 두자. x의 범위는 $0 \le x \le 3$이다. 사각뿔 $F-ABCE$의 밑면의 넓이는 사각형 $ABCD$의 넓이에서 $\triangle DEC$의 넓이를 빼면 된다. 즉, (밑면의 넓이) = $3\times 2 - \frac{1}{2}\times 2\times x = 6-x$이다.

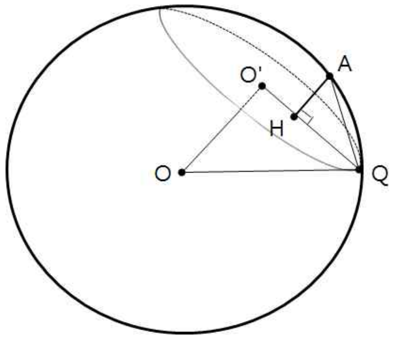
사각뿔 $F-ABCE$의 높이를 h라 하자. $\overline{CE}$는 직각삼각형 CDE에 피타고라스 정리를 적용하여 $\sqrt{x^2+4}$이다. 이제 $\triangle CDE$의 넓이를 이용하여 $\frac{1}{2}\times h\times\sqrt{x^2+4} = \frac{1}{2}\times 2\times x$이므로 $h = \frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}$이다. 이제 사

각뿔 $F-ABCE$의 부피를 $V(x)$라고 두면 $V(x)=\frac{1}{3}\times$(밑면의 넓이)$\times$(높이) $=\frac{1}{3}(6-x)\frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}$이다.
최댓값을 구하기 위해 x로 미분하면

$$V'(x)=\frac{2}{3}\left(\frac{6x-x^2}{\sqrt{x^2+4}}\right)'=\frac{2}{3}\frac{(2-x)(x^2+2x+12)}{\sqrt{(x^2+4)^3}}\text{이다.}$$

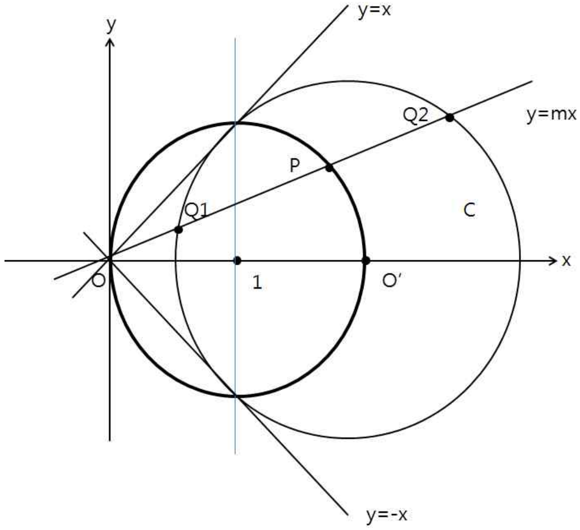
그러므로 $0<x<2$일 때 $V'(x)>0$이므로 $V(x)$ 증가하고, $x=2$일 때 $V'(x)=0$, $2<x<3$일 때 $V'(x)<0$이므로 $V(x)$ 감소하므로 부피의 최댓값은 $V(2)=\frac{4\sqrt{2}}{3}$이다.

[문제 2-1] 정답: 2



구의 중심을 O, 평면을 α, 원 C의 중심을 O', 점 $A(2,2,1)$의 α 위로의 정사영을 H라고 하자. 그러면 A에서 원위의 점 Q까지의 거리는 $\overline{AQ}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{HQ}^2}$인데, $\overline{AH}$가 일정하기 때문에 $\overline{HQ}$가 최소가 되는 점에서 $\overline{AQ}$가 최소가 된다. 그러므로 직선 $O'H$와 C의 교점 중에서 H에 가장 가까운 점을 Q로 선택하여 $\overline{AQ}$의 최솟값을 계산한다.
점 O에서 α에 내린 수선의 발이 O'이고 α의 법선벡터 $\vec{n}$은 $\vec{n}=(1,1,1)$ 이므로 O'은 (t,t,t)로 나타낼 수 있다. O'이 α 위의 점이라는 사실을 이용하여 $t=1$을 얻는다. 따라서 O'의 좌표는 $(1,1,1)$이고 $\overline{OO'}=\sqrt{1+1+1}=\sqrt{3}$ 이다.
같은 방법을 이용하면 H의 좌표는 $(2+t,2+t,1+t)$이고, H가 α 위에 있기 때문에 $t=-\frac{2}{3}$이다. 따라서 H의 좌표는 $\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3},\frac{1}{3}\right)$ 이다. 그러므로 $\overline{AH}=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{2}{\sqrt{3}}$ 이다.
$\triangle OO'Q$가 직각삼각형이기 때문에 $\overline{O'Q}=\sqrt{3^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$ 이다.
$\overline{O'H}=\sqrt{\left(\frac{4}{3}-1\right)^2+\left(\frac{4}{3}-1\right)^2+\left(\frac{1}{3}-1\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 이므로
$\overline{HQ}=\overline{O'Q}-\overline{O'H}=\sqrt{6}-\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$ 이다.
$\triangle AHQ$가 직각삼각형이므로 $\overline{AQ}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{HQ}^2}=\sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2}=\sqrt{4}=2$ 이다.

[문제 2-2] 정답: π



평면 $mx-y=0$을 α, 구 $(x-2)^2+y^2+z^2=2$를 S라 하자. 점 P는 S의 중심 $(2,0,0)$에서 α에 내린 수선의 발이다. α의 법선벡터가 $(m,-1,0)$이므로 P는 $(2,0,0)+(mt,-t,0)=(2+mt,-t,0)$으로 나타낼 수 있고, P가 α 위의 점이므로 $m(2+mt)-(-t)=0$이다. 따라서 $t=\dfrac{-2m}{m^2+1}$ 이고, P는 $\left(\dfrac{2}{m^2+1},\dfrac{2m}{m^2+1},0\right)$ 이다.

$x=\dfrac{2}{1+m^2}$, $y=\dfrac{2m}{1+m^2}$이라 하면, $x=\dfrac{2}{1+m^2}$을 풀어서 $m=\pm\sqrt{\dfrac{2-x}{x}}$ 를 얻고, 이를 $y=\dfrac{2m}{1+m^2}$에 대입하여 $y=\pm\sqrt{x(2-x)}$를 얻는다. 제곱하고 정리하면 $(x-1)^2+y^2=1$이다. 따라서 P가 그리는 곡선은 중심이 $(1,0,0)$이고 반지름이 1인 원의 호이다.

호의 끝점들을 구하기 위하여, α와 S가 만나는 m의 범위를 다음과 같이 구한다. α와 S의 교점 (x,y,z)은 $(x-2)^2+(mx)^2+z^2=2$를 만족한다. $z^2=-\left((m^2+1)x^2-4x+2\right)$이다. $(m^2+1)x^2-4x+2=0$의 해가 존재하여야 하므로, 판별식 $D/4=4-2(m^2+1)\geq 0$이다.

따라서 m의 범위는 $m^2\leq 1$, 즉 $-1\leq m\leq 1$이다.

P의 끝점은 $m=-1$, $m=1$일 때, 즉 $(1,-1,0)$과 $(1,1,0)$이다.

그림에서처럼 P는 xy평면에서 원 $(x-1)^2+y^2=1$의 오른쪽 반원을 따라 $(1,-1)$에서 $(1,1)$까지 움직인다. 그러므로 P가 그리는 곡선인 호의 길이는 $1/2\times 2\pi=\pi$이다.

◆ 문항카드 4

[건국대학교 문항정보]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사	
전형명	KU논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(화학I) / 문제(2)	
모집요강에 제시한 출제 범위(과목명)	화학I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학I
	핵심개념 및 용어	산과 염기, 중화 반응, 아미노산, 분자의 구조, 전자쌍 반발 이론
예상 소요 시간	전체 시험시간 100분 중 30분	

2. 문항 및 제시문

제시문

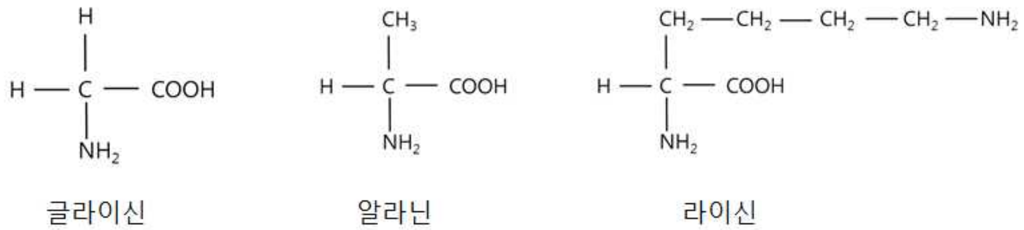
(가) 3개의 원자가 결합했을 때 중심 원자와 다른 두 원자가 이루는 각을 결합각이라고 한다. 전자쌍 반발 이론은 중심 원자를 둘러싸고 있는 전자쌍들은 (-) 전하를 띠고 있어서 정전기적 반발력이 최소가 되도록 가능한 한 멀리 떨어지려는 방향으로 배치된다는 것이다. 전자쌍 사이의 반발력은 공유 전자쌍들 사이보다 비공유 전자쌍과 공유 전자쌍 사이가 더 크고, 비공유 전자쌍들 사이가 가장 크다.

(나) 브뢴스테드와 로우리가 제안한 산-염기의 정의에 따르면 다른 물질에게 수소 이온을 내줄 수 있는 물질을 산, 다른 물질로부터 수소 이온을 받을 수 있는 물질을 염기라고 한다. 강산과 강염기가 완전히 중화 반응을 하면 용액의 액성은 산성도 염기성도 아닌 중성이 된다. 수산화나트륨 수용액에는 나트륨 이온과 수산화 이온이 들어 있고, 묽은 염산에는 수소 이온과 염화 이온이 들어 있다. 이 두 수용액이 만나서 중화 반응을 일으킬 때 수소 이온과 수산화 이온은 1:1의 개수 비로 서로 반응하여 물 분자를 생성하게 된다. 실제로 반응한 수소 이온과 수산화 이온과는 달리 나트륨 이온이나 염화 이온은 반응에 참여하지 않고 그대로 남아 있다.

(다) 설탕은 물에 녹아 수용액이 되어도 전기적으로 중성인 분자 상태로 있기 때문에 전류가 흐르지 않는 비전해질이다. 이에 반해 소금은 물에 녹으면 (+) 전하와 (-) 전하를 띠는 이온으로 나누어지므로 전류를 흐르게 하는 전해질이다. 대체로 수용액에서는 용액의 단위 부피당 존재하는 이온의 수가 많을수록 전류가 잘 흐른다.

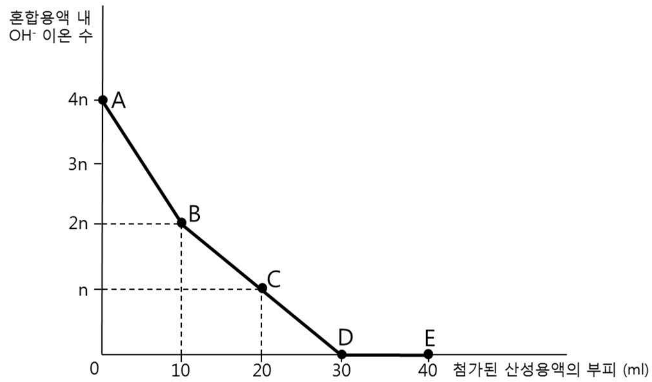
(라) 아미노산은 중심 탄소에 아미노기 $(-NH_2)$, 카복시기 $(-COOH)$, 수소, 곁사슬이 결합되어 있다. 이 곁사슬에 따라 아미노산의 종류가 결정된다. 수용액 상태에서 카복시기는 수소 이온을 내놓을 수 있으므로 산성을 띠고, 아미노기는 수소 이온을 받을 수 있으므로 염기성을 띤다. 따라서 아미노산은 물에 녹아

있을 때 분자 내에 음이온 $-COO^-$과 양이온 $-NH_3^+$을 가지는 양쪽성 이온의 상태로 존재하며 산-염기 양쪽으로 작용할 수 있다. 몇 가지 아미노산의 구조는 아래와 같다.



---

20 ml의 NaOH 수용액에 HBr 수용액을 A-B 구간 동안 조금씩 가하여 10 ml를 넣어주었고 추가로 HCl 수용액을 B-E 구간 동안 조금씩 가하여 30 ml를 더 넣어주었다. 오른쪽 그래프는 A-E 구간 동안 첨가된 산성 용액의 부피에 대한 전체 혼합 용액 속에 존재하는 OH^- 이온의 수를 나타낸 것이다.



[문제 1] 이 실험에서 사용한 NaOH 수용액과 HCl 수용액을 동일한 부피로 섞었다면 그 혼합 용액의 액성은 무엇인지 답하고 그 이유를 설명하라. 그리고 A, B, C, D, E 각 지점의 용액들을 전류가 가장 세게 흐를 것으로 예상되는 것부터 가장 약하게 흐를 것으로 예상되는 것까지 차례대로 나열하고 그 근거를 제시하라.

[문제 2] 제시문에 주어진 라이신의 분자 구조를 바탕으로 라이신을 물에 녹인 용액의 액성을 예측하고 그 이유를 설명하라. E 지점의 용액에 알라닌을 n개 녹였을 때 이 용액에 존재하는 알라닌의 이온화 상태의 구조를 그려라. 소량의 글라이신을 물에 녹인 용액에 충분한 양의 NaOH를 넣었을 때 글라이신에서 어떤 결합각이 어떻게 변하는지 기술하고 그 변화의 이유를 설명하라.

3. 출제 의도

다음 사항을 알아본다.

(1) 고등학교 화학 I 과정에 나오는 산과 염기의 기본 개념, 산-염기 중화반응의 의미와 정량적 계산, 그리고 수용액에서의 전해질에 대한 이해도를 평가한다.

(2) 단백질을 구성하는 기본 단위인 아미노산의 산과 염기로서의 반응성과 전자쌍 반발 이론에 따른 분자의 입체적 구조에 대한 이해도를 평가한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

적용교육과정	(고시번호)현상 1. 교육과학기술부 고시 제2011-361호[별책9] “과학과 교육과정”
성취기준/ 영역별 내용	문제 1. 교육과정 문서 (89, 90쪽) (4) 닮은꼴 화학반응 ㈒ 산과 염기의 중화 반응을 이해한다. (3) 아름다운 분자 세계 ㈏ 물과 용융 NaCl의 전기분해 비교 등을 통해 화학 결합의 전기적 성질을 설명할 수 있다. 문제 2. 교육과정 문서 (89, 90쪽) (4) 닮은꼴 화학반응 ㈒ 산과 염기의 중화 반응을 이해한다. ㈓ 암모니아, 아미노산, 핵산과 같은 산과 염기의 화학적 특성을 이해한다. (3) 아름다운 분자 세계 ㈑ 전자쌍 반발 이론을 통해 분자의 구조를 설명하고, 분자의 극성과 끓는점 등 물리적, 화학적 성질이 분자 구조와 관계가 있다는 사실을 이해한다.

제시문 및 모든 하위 문항에 해당되는 출제근거를 제시

나. 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	화학 Ⅰ	박종석 외	㈜ 교학사	2017년	242-243, 246
	화학 Ⅰ	류해일 외	비상교육	2017년	226
	화학 Ⅰ	노태희 외	천재교육	2017년	151, 154, 216, 235-236
	화학 Ⅰ	김희준 외	상상아카데미	2017년	124
기타					

5. 문항 해설

제시문은 주로 분자 구조와 산 염기 반응에 대하여 기술한 것으로 고등학교 화학I 교과서에서 다루어지고 있는 내용이며 교육과정 범위에 포함되어 있다. 구체적인 내용은 분자 구조와 전자쌍 반발 이론, 산과 염기의 기본 개념, 산-염기 중화반응, 수용액에서의 전해질, 아미노산의 분자구조에 대하여 설명하고 있다. 문제 1은 제시문의 내용과 문항에 제시된 산 염기 반응에 대한 자료들을 이해하고 논리적인 분석 및 사고를 통해 혼합물의 액성과 중화 반응의 정량적인 관계을 추론할 수 있는 능력이 있는지를 평가하는 문항이다. 문제 2는 아미노산의 분자구조와 아미노산에 존재하는 아미노기 및 카복시기의 산-염기 반응을 이해하고 전자쌍 반발이론에 근거한 분자구조의 차이를 추론할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점

문제 1 (3점)

【채점 요소】

※ 중화반응 후 혼합물 액성을 정확하게 설명하였는가?

※ 중화반응식을 통하여 이온수를 정확히 파악하였는가?

※ 혼합용액에 흐르는 전류의 세기 순서를 정확히 나열하고 근거를 설명하였는가?

【예시 답안】

-NaOH 수용액 1ml에 존재하는 OH^- 이온 수는 4n/20= 0.2n 이고, B-C 구간의 NaOH와 HCl의 중화반응으로부터 HCl 수용액 1ml에 존재하는 H^+ 이온 수는 1n/10= 0.1n 임을 알 수 있다. 즉, 동일 부피에서 NaOH 수용액에 존재하는 OH^- 이온 수가 HCl 수용액에 존재하는 H^+ 이온 수보다 2배 더 많다. 그러므로, 동일한 부피의 NaOH 수용액과 HCl 수용액의 혼합 용액은 염기성이다.

-A, B, C, D. E 각 지점에서의 중화 반응 후 혼합 용액 단위 부피당 이온 수는 다음과 같이 구할 수 있다.

	A	B	C	D	E
OH^- 이온 수	4n	2n	n	0	0
Na^+ 이온 수	4n	4n	4n	4n	4n
H^+ 이온 수	0	0	0	0	n
Br^- 이온 수	0	2n	2n	2n	2n
Cl^- 이온 수	0	0	n	2n	3n
중화 반응 후 총 이온 수	8n	8n	8n	8n	10n
중화 반응 후 용액의 부피	20 ml	30 ml	40 ml	50 ml	60 ml
단위 부피당 이온 수 (이온 수/ml)	8n/20 =0.40n	8n/30 =0.267n	8n/40 =0.200n	8n/50 =0.160n	10n/60 =0.167n

제시문 (다)의 내용 (대체로 수용액에서는 단위 부피당 존재하는 이온의 수가 많을수록 전류가 잘 흐른다) 을 근거로 하면, 혼합용액들의 전류가 잘 흐르는 순서는 A, B, C, E. D 임을 유추할 수 있다.

【채점 준거】

위 채점요소의 설명이 모두 옳으면 3점을 부여함. 각 요소별 설명이 옳지 않으면 각각 -1점 감점

【유의 사항】

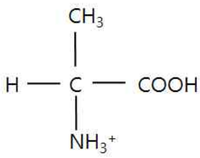
해당 없음.

문제 2 (4점)

【채점 요소】

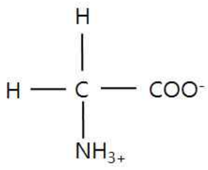
※ 라이신 수용액이 염기성임을 알아내고 이유를 설명하였는가?
※ E 지점의 용액에 녹아 있는 알라닌의 이온 상태를 정확히 그렸는가?
※ 액성에 따른 글라이신 H-N-H, H-N-C 결합각의 변화를 정확히 파악하였는가?
※ 액성에 따른 글라이신 H-N-H, H-N-C 결합각의 변화 이유를 정확히 설명하였는가?

【예시 답안】
-제시문에 주어진 구조를 보면 라이신은 수소 이온을 받아서 염기로 작용하는 아미노기를 추가로 하나 더 가지고 있으므로 물에 녹으면 용액의 액성은 염기성이 될 것이다.
-E 지점 용액에서 알라닌의 이온화 상태는 아래와 같다.

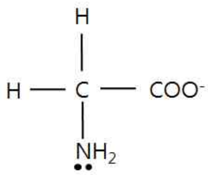


E 용액 내 알라닌

-NaOH 첨가에 의한 용액 내 글라이신의 이온화 상태 변화는 아래와 같다.



물에 녹인 글라이신



NaOH 첨가 후의 글라이신

염기성 용액에서 글라이신의 아미노기의 질소에는 비공유 전자쌍이 존재하므로 제시문 (가)의 전자쌍 반발이론에 근거하여 NaOH 첨가 후의 글라이신 아미노기의 H-N-H 또는 H-N-C 결합각이 NaOH 첨가 전의 H-N-H, H-N-C 결합각보다 약간 작아짐을 알 수 있다.

【채점 준거】
위 채점요소의 설명이 모두 옳으면 4점을 부여함. 각 요소별 설명이 옳지 않으면 각각 -1점 감점

【유의 사항】
해당 없음

※ 하위 문항이 있는 경우 칸을 나누어 채점 기준을 작성함.
※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

7. 예시 답안

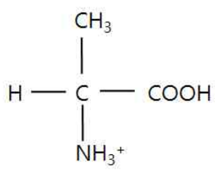
[문제 1]
-NaOH 수용액 1ml에 존재하는 OH- 이온 수는 4n/20= 0.2n 이고, B-C 구간의 NaOH와 HCl의 중화반응으로부터 HCl 수용액 1ml에 존재하는 H+ 이온 수는 1n/10= 0.1n 임을 알 수 있다. 즉, 동일 부피에서 NaOH 수용액에 존재하는 OH- 이온 수가 HCl 수용액에 존재하는 H+ 이온 수보다 2배 더 많다. 그러므로, **동일한 부피의 NaOH 수용액과 HCl 수용액의 혼합 용액은 염기성이다.**

-A, B, C, D. E 각 지점에서의 중화 반응 후 혼합 용액 단위 부피당 이온 수는 다음과 같이 구할 수 있다.

	A	B	C	D	E
OH^- 이온 수	4n	2n	n	0	0
Na^+ 이온 수	4n	4n	4n	4n	4n
H^+ 이온 수	0	0	0	0	n
Br^- 이온 수	0	2n	2n	2n	2n
Cl^- 이온 수	0	0	n	2n	3n
중화 반응 후 총 이온 수	8n	8n	8n	8n	10n
중화 반응 후 용액의 부피	20 ml	30 ml	40 ml	50 ml	60 ml
단위 부피당 이온 수 (이온 수/ml)	**8n/20 =0.40n**	**8n/30 =0.267n**	**8n/40 =0.200n**	**8n/50 =0.160n**	**10n/60 =0.167n**

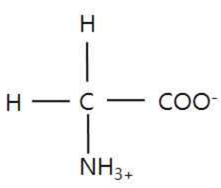
제시문 (다)의 내용 (대체로 수용액에서는 단위 부피당 존재하는 이온의 수가 많을수록 전류가 잘 흐른다)을 근거로 하면, **혼합용액들의 전류가 잘 흐르는 순서는 A, B, C, E. D 임을 유추할 수 있다.**

[문제 2]
-제시문에 주어진 구조를 보면 라이신은 수소 이온을 받아서 염기로 작용하는 아미노기를 추가로 하나 더 가지고 있으므로 물에 녹으면 **용액의 액성은 염기성이 될 것이다.**
-E 지점 용액에서 알라닌의 이온화 상태는 아래와 같다.

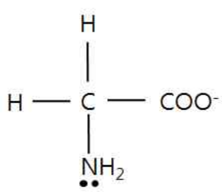


E 용액 내 알라닌

-NaOH 첨가에 의한 용액 내 글라이신의 이온화 상태 변화는 아래와 같다.



물에 녹인 글라이신



NaOH 첨가 후의 글라이신

-염기성 용액에서 글라이신의 아미노기의 질소에는 비공유 전자쌍이 존재하므로 제시문 (가)의 전자쌍 반발이론에 근거하여 NaOH 첨가 후의 글라이신 아미노기의 **H-N-H, H-N-C 결합각이 NaOH 첨가 전의 H-N-H, H-N-C 결합각보다 약간 작아짐을 알 수 있다**.

◆ 문항카드 5

[건국대학교 문항정보]

1. 일반정보

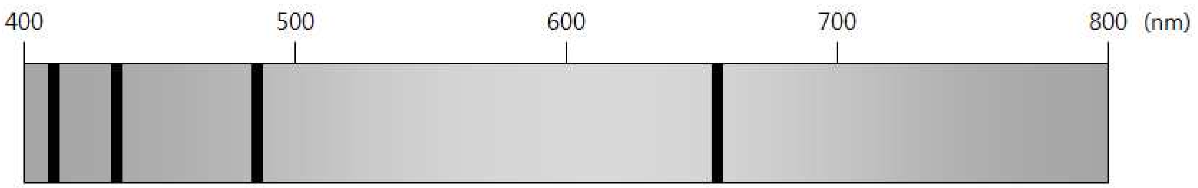
유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	KU논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	과 학	
모집요강에 제시한 출제 범위(과목명)	물리 I	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	
	핵심개념 및 용어	광전효과, 반도체, 전도띠, 원자가띠, 띠틈, 발광다이오드, 광센서, 수소 스펙트럼, 흡수 스펙트럼,
예상 소요 시간	전체 시험시간 100분 중 100분	

2. 문항 및 제시문

제시문

(가) 금속판에 특정 진동수 이상의 진동수를 가진 빛을 쪼여주면 금속판 안에 있던 전자들이 튀어나오는 현상을 광전 효과라고 한다. 아인슈타인은 플랑크가 제안한 양자 가설을 이용하여 “빛은 진동수에 비례하는 에너지를 갖는 광자(광양자)라고 하는 입자들의 흐름이다.”라는 광양자설로 광전 효과를 설명하였다. 광양자설에 의하면 진동수 f인 광자의 에너지 $E = hf$ 이다. 빛에 의해 전달되는 에너지는 연속적이 아니라 광자들이 갖는 에너지의 정수배로 이루어지는 불연속적인 값을 갖는다. (h: 플랑크 상수)

(나) 보어는 전자가 원자핵 주위에 아무 곳이나 존재하지 않고 특정한 에너지를 가진 궤도에만 돌고 있다는 원자 모형을 제시하였다. 원자핵에서 가장 가까운 것부터 $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, …… 인 궤도라 부르며, n의 값 1, 2, 3, ……을 양자수라고 한다. 수소 원자의 스펙트럼에서 가시광선(발머 계열)은 들뜬 상태의 전자가 $n = 2$인 궤도로 전이할 때 방출된다. 백열전구에서 나오는 빛을 온도가 낮은 수소 기체에 통과시킨 뒤 스펙트럼을 조사하면 아래 그림과 같은 어두운 선이 나타난다. 이때 검은 선의 위치와 수는 가열된 수소 기체에서 나오는 빛의 선스펙트럼과 일치한다. 이러한 스펙트럼을 흡수 스펙트럼이라고 한다.



(다) 반도체에서 원자가띠에 있는 전자가 띠틈 이상의 에너지를 얻으면 전도띠로 전이할 수 있다. 전도띠

에는 전자가 차 있지 않기 때문에, 전도띠로 전이된 전자는 아주 작은 에너지를 주어도 에너지 상태를 바꾸면서 원자 사이를 옮겨 다닐 수 있다. 이러한 전자를 자유 전자라고 한다. 자유 전자가 많으면 전류가 잘 흐른다. 전자가 전도띠로 전이하면 원자가띠에 전자가 부족하여 (+)성질을 띠는 부분이 생긴다. 이 부분을 양공이라고 한다. 전도띠의 바닥에 있던 전자가 원자가띠의 꼭대기에 있는 양공으로 떨어지면 그 사이 띠틈에 해당하는 만큼의 에너지가 방출된다. 이때 일부 반도체에서는 띠틈 에너지(E_g)에 해당하는 진동수의 빛을 방출한다. 즉, $hf = E_g$가 되므로, 이때 방출되는 빛의 진동수는 $f = E_g/h$ 가 된다.

(라) 발광 다이오드로 사용하기에 충분한 만큼의 빛을 얻기 위해서는 많은 수의 전자·양공 전이를 일으켜야 한다. 이러한 특성을 갖는 소자는 강하게 도핑한 p-n 접합에 강한 순방향 전압을 가함으로써 만들어질 수 있다. 적절하게 배열된 p-n 접합에 전류를 흘려주면 빛이 발생하며, 반대의 경우도 성립한다. 즉, 적절하게 배열된 p-n 접합에 빛을 비추면 전류가 발생한다.

[문제 1] 발광 다이오드 R(빨강), G(초록), B(파랑)에 전류를 흘려주면 각각 400 THz (750 nm), 600 THz (500 nm), 650 THz (461 nm) 진동수의 단색 빛을 방출한다. 거꾸로 발광 다이오드에 빛을 비추면 전류가 발생하여 광센서로 응용 가능하다. 아래 표와 같은 조합으로 발광 다이오드를 광원 및 광센서로 활용하고자 할 때, 광센서에 전류가 흐르지 않는 경우를 찾고 그 이유를 설명하시오. 또한, 발광 다이오드 G를 광원 및 광센서로 사용하였을 경우 광센서에 흐르는 전류를 I_0라고 할 때, ① - ⑤에 흐르는 전류를 I_0로 나타내시오. 여기서, 광센서에 비추는 빛의 세기는 동일하고, 광센서에 흐르는 전류는 광센서에 흡수된 광자의 개수에만 의존한다고 가정하자. (1 THz = 10^{12} Hz)

광센서 / 광원	발광다이오드 R	발광다이오드 G	발광다이오드 B
발광다이오드 R	①	②	③
발광다이오드 G	④	I_0	⑤

[문제 2] 발광 다이오드 R, G, B를 합성하여 만든 백색광을 낮은 온도의 수소 기체에 통과시킨 후 스펙트럼을 관찰하였다고 하자. 예상되는 측정 스펙트럼을 제시문 (나)의 그림에 주어진 파장 구간에 대하여 그린 다음, 그 이유를 설명하시오.