

2016학년도 자연계 모의논술 문제 해설

수학

제시문 1 과 문제 1-1, 1-2

출제 의도

삼각치환을 이용하여 적분값을 계산할 수 있는지를 알아본다.

제시문 출처

적분과 통계, 성지출판(주) p.75, "선생님, 궁금해요" 발췌 편집

예시답안

[문제 1-1]

$2x = t$ 로 치환하면 문제의 적분은 $\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \left(\frac{1}{1+t^2} \right) dt$ 가 된다.

이때 $\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$, $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ 이므로 구하는 값은 $\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) \right) = \frac{\pi}{4}$

[문제 1-2]

$x = 2\sin\theta$ 로 치환하면 $\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx = \theta$ 인데,

$0 = 2\sin 0$, $1 = 2\sin \frac{\pi}{6}$ 이므로 구하는 적분값은 $\frac{\pi}{6} - 0 = \frac{\pi}{6}$ 이다.

제시문 2 와 문제 2-1, 2-2, 2-3

출제 의도

삼각함수의 기하적 의미를 이해하고 관련 공식 등을 사용할 수 있는지 알아본다.

제시문 출처

수학 II, 신사고 p.69, "생각하는 수학" 발췌 편집

예시답안

[문제 2-1]

$\sin 2\theta = 2\sin\theta \cos\theta$ 이므로 $x = \sin\theta$ 라고 하면 주어진 식은

$$x = 4x\sqrt{1-x^2}.$$

이 방정식을 풀면 $x = 0$, $\pm \frac{\sqrt{15}}{4}$ 인데, $0 < \theta < \pi$ 이므로 $\sin\theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$ 이다.

[문제 2-2]

그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC} = 1$ 이고

$\angle ABC = \angle ACB = 72^\circ$, $\angle BAC = \angle ABD = 36^\circ$ 이다.

이등변 삼각형 ABC 와 BCD 가 닮은 삼각형이므로 $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{CD}}$ 이다. $\overline{CD} = x$ 라 하면, $(1+x)x = 10$ 이다.

이 방정식을 풀면, $x > 0$ 이므로 $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ 이다.

그런데 $\overline{BC} = 1$ 이므로 $\cos 72^\circ = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$ 이다.

[문제 2-3]

풀이 ①

$d_1 = \cos 36^\circ$, $d_2 = \cos 72^\circ$ 이다. 앞의 풀이에서 $\cos 72^\circ = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$ 이다.

반각공식을 사용하면 $\cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$ 이므로

$$d_1 - d_2 = \cos 36^\circ - \cos 72^\circ = \frac{1 + \sqrt{5}}{4} - \frac{\sqrt{5} - 1}{4} = \frac{1}{2}$$

풀이 ②

정오각형에서 $d_1 = \cos 36^\circ$, $d_2 = \cos 72^\circ$ 이다. 이제 그림의 삼각형에서

$\angle ABC = \angle ACB = \angle BDC = 72^\circ$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DC} = 1 + \overline{DC}$ 인데

$\overline{AB} = 2 \cos 36^\circ$ 이고 $\overline{DC} = 2 \cos 72^\circ$ 이므로 $2 \cos 36^\circ = 1 + 2 \cos 72^\circ$ 이다. 따라서

$$d_1 - d_2 = \cos 36^\circ - \cos 72^\circ = \frac{1}{2}$$

생명과학

제시문 출처

- (가) 교학사 생명과학1, p.152
- (나) 상상아카데미 생명과학1, p.122
- (다) 상상아카데미 생명과학1, p.114

출제 의도

고교 생명과학1 과정에서 습득한 호흡 운동 및 세포 호흡의 원리를 바탕으로 폐에서의 산소의 운반 과정 및 작용, 그리고 체내에서의 산소 운반 과정에 대해 이해하고 있는지 평가한다. 특히, 제시문을 바탕으로 항상성 유지의 관점에서 산소 운반 작용 조절 작용을 유추할 수 있는 생물학적 추론 능력을 평가한다.

예시답안

(1) 미토콘드리아는 세포 호흡에 필수적인 세포내 소기관으로, 미토콘드리아의 기능이 저하되는 경우 세포 호흡을 통한 세포내 에너지원인 ATP의 생성이 원활하게 일어나지 않을 것을 예상할 수 있다. 제시문에 따르면 ATP는 물질의 합성과 운반 등의 다양한 생명 활동에 이용된다고 하였으며(제시문 (다)), 폐를 통한 호흡 운동 중에 일어나는 물질(산소)의 운반은 분압차이에 의한 확산 현상에 의하여 일어난다(제시문 (나)).

확산 현상은 ATP를 필요로 하지 않는 수동 수송의 대표적인 방법이므로 일시적인 미토콘드리아의 기능 저하는 확산 현상에 의해 일어나는 외호흡과 내호흡에 큰 문제가 없을 것으로 예상할 수 있다.

반면에 장기적으로 미토콘드리아의 기능이 저하되었을 경우에는 호흡 운동 자체의 감소를 초래해 폐포의 산소 분압은 감소하고 이산화탄소의 분압은 증가하게 되는데, 조직세포의 산소 소모는 감소하나 이산화탄소 발생 역시 감소할 것이므로 외호흡과 내호흡에서 산소와 이산화탄소의 교환 속도가 모두 감소할 것으로 예상할 수 있다.

(2) 산소가 부족한 고도가 높은 지역에서는 같은 양의 산소에 대하여 산소 운반을 증가시키기 위하여(혹은 항상성 유지를 위하여) 산소 운반에 필수적인 적혈구의 양을 증가시키는 작용이 일어날 것으로 예상할 수 있다. 적혈구가 증가하게 되면 산소를 운반할 수 있는 헤모글로빈의 양이 많아지므로 산소 운반 작용이 빠르게 일어날 수 있다. 따라서 메스너와 헤벨러에의 신장세포에서 합성되는 조혈 호르몬은 증가되었을 것으로 예상할 수 있다.

화학

제시문 출처

교학사 화학, p160-p161 발췌 편집

비상교육 화학, p136, p199-202 발췌 편집

출제 의도

다음의 사항을 알아본다.

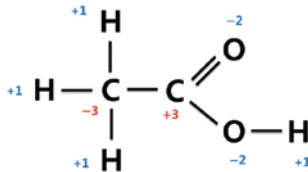
- (1) 산화수를 정확하게 이해하고 있는가?
- (2) 옥텟규칙 및 분자의 결합을 이해하고 있는가?
- (3) 산화수변화와 옥텟규칙 간의 상관관계를 이해하고 있는가?

예시답안

[문제 1]

C는 H보다 전기음성도가 크므로 H와의 공유 전자쌍은 모두 C가 공유 전자쌍을 차지하는 것으로 생각할 수 있다. C는 O보다 전기음성도가 작으므로 O와의 공유 전자쌍은 모두 O가 공유 전자쌍을 차지하는 것으로 생각할 수 있다.

한편 O와 H 사이의 결합에서 공유전자쌍은 모두 O가 차지하는 것으로 생각할 수 있다. C와 C사이의 공유전자쌍은 양쪽의 전기음성도가 같으므로 서로 절반씩 전자를 차지하는 것으로 생각할 수 있다. 위의 내용을 종합하면 아세트산 분자에서 각 원자의 산화수는 다음과 같이 결정된다.



즉, 같은 탄소이지만 분자내에서 주위에 어떤 분자와 결합하는냐에 따라 1번 탄소는 +3, 2번 탄소는 -3으로 산화수가 다르다.

[문제 2]

제시문을 바탕으로 하여야 하므로 옥텟 규칙을 만족해야 한다.

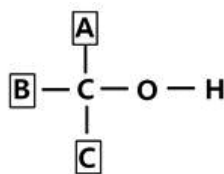
따라서 옥텟을 만족하기 위해 수소원자는 한 쌍의 공유결합(결합선 1개)을, 탄소원자는 네 쌍의 공유결합(결합선 4개)을, 산소원자는 두 쌍의 공유결합(결합선 2개)을 할 것이다.

수소는 결합선이 1개 뿐이므로 한 원자와만 결합할 수 있다. (-H)

산소는 결합선이 2개 이므로 한 원자와 이중결합을 하거나, 두 원자와 단일결합 두 개를 만들 수 있다. 가장 간단하게 단일 결합할 수 있는 방법은 산소가 한쪽은 H와 결합한 채 다른 원자와 결합하는 경우다. (=O 혹은 -O-H)

탄소는 결합선이 4개이므로 단일, 이중, 삼중 결합등을 통해 다른 원자와 4개의 결합선을 만들도록 연결하면 구조를 완성할 수 있다.

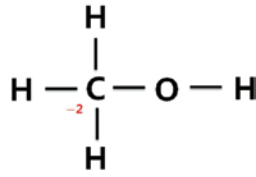
가장 결합선이 많은 탄소를 중심으로 하여 수소와 산소원자가 최소 1개씩 포함되는 구조를 생각하면 (C, H, O의 세 종류의 원소로 이루어진 화합물이므로 최소 각 원소가 1개씩은 필요함)-OH가 포함된 아래와 같은 구조가 된다.



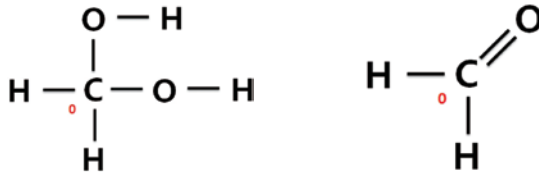
이 구조에서 A, B, C 위치에 적당한 원소를 배치하여 C, H, O의 세 종류의 원소로 이루어진 중성의 탄소화합물을 완성할 수 있다.

탄소보다 전기음성도가 작은 원자들(여기서는 H가 해당 됨)을 A, B, C 위치에 배치하면 탄소원자의 산화수가 보다 작은 값을 가지게 되고, 탄소보다 전기음성도가 큰 원자들(여기서는 O가 해당 됨)을 A, B, C 위치에 배치하면 탄소원자의 산화수가 보다 큰 값을 가지게 된다.

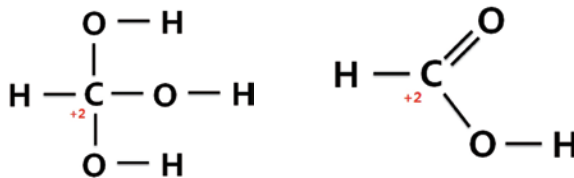
탄소의 산화수가 가장 작은 값을 가질 때는 A, B, C 위치에 모두 수소(-H)가 올 때고 이 때의 탄소의 산화수는 -2이다.



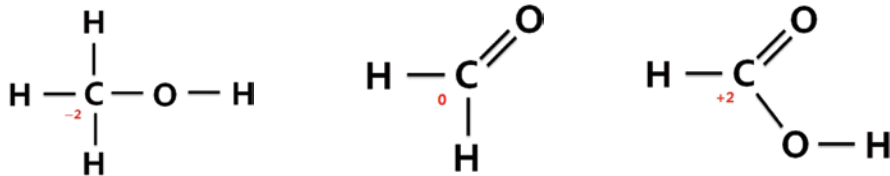
다음으로는 A, B, C 위치에 -H 두 개와 -OH 한 개가 오는 것이 가능하고 이때의 탄소의 산화수는 0이다. 이 구조에서 -OH 두 개는 =O로 치환하면 산화수는 변하지 않으면서 더 간단한 구조가 된다.



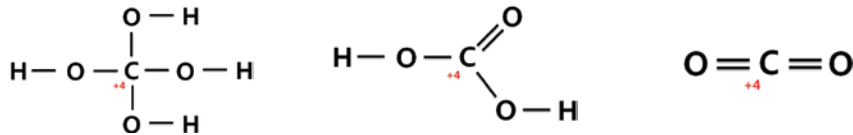
다음으로는 A, B, C 위치에 -H 한 개와 -OH 두 개가 오는 것이 가능하고 이때의 탄소의 산화수는 +2이다. 이 구조에서 -OH 두 개는 =O로 치환하면 산화수는 변하지 않으면서 더 간단한 구조가 된다.



따라서 탄소원자의 산화수가 -2, 0, +2가 되는 가장 간단한 구조식은 각각 다음과 같다.



이와 같이 생각하면 A, B, C 위치에 모두 -OH가 오는 것이 가능하고 이때의 탄소의 산화수는 +4가 된다. 이 구조에서 -OH 두 개는 =O로 치환하면 산화수는 변하지 않으면서 더 간단한 구조가 된다.



여기서 마지막 구조(CO₂)는 H가 포함되지 않으므로 제외하더라도, 나머지 두 구조는 C, H, O의 세 종류 원소로 이루어진 탄소화합물 이면서 탄소의 산화수가 +4가 되는 구조가 얻어졌다. 따라서 +2보다 더 큰 값을 가질 수 있다. (+4 뿐만 아니라 아세트산 구조에서 보듯이 +3 등의 구조도 가능하다.)

물리

제시문 출처

고등학교 물리 I (주) 교학사, 발췌 편집

출제 의도

진동과 파동의 성질을 이해하고 있는지 알아본다.

예시답안

[문제 1]

제시문 (가)에 의하면 1초에 680회 공기를 진동시키는 것은 소리의 진동수가 680Hz라는 의미로 해석된다. 상온 공기 중에서의 소리의 속도는 340m/s 이고 $v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda$ 의 관계를 가지므로 이 관계식에 소리의 속도와 진동수를 대입하면 파장 길이가 0.5m가 되는 것을 알 수 있다.

[문제 2]

제시문 (다)에 따르면, 소리의 주기가 3.14×10^{-4} 초로 주어지고 이 주기를 가진 소리 파동이 신경 세포를 진동시키게 되므로 이 소리에 반응하는 신경 세포의 주기가 3.14×10^{-4} 초가 된다. 제시문 3에 따르면 신경세포가 용수철로 여겨질 수 있으므로 제시문 2에서 주어진 용수철의 주기 공식 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ 에 소리의 주기값을 대입하고 신경세포의 질량 0.1×10^{-9} kg을 대입해서 계산하면 용수철 상수 $k=0.04$ N/m가 됨을 알 수 있다.

2016학년도 자연계 모의논술 Tip

자연계 답안작성 시 유의사항 Tip

- 문제는 쓰지 말고 답안부터 작성합니다.
- 답안 정정 시에는 틀린 부분을 두 줄 긋고 이어서 작성합니다.
- 문제와 관계없는 불필요한 내용이나 자신의 신분이 드러나는 내용이 있는 답안, 낙서, 표식이 있는 답안은 작성하지 않습니다.