

논술 (자연 B)

※주의사항 : 문제 1은 필수로 풀고 문제 2, 3, 4 중 한 문제를 선택해서 답안을 작성하시오.

문제 1: 수학 (필수)

(가)

그림 1과 같이 둘레의 길이가 1인 정삼각형 ABC 를 직선 l 위에서 한 바퀴 굴린다. 이때 꼭짓점 A 는 꼭짓점 C 를 중심으로 하는 원의 호를 따라 A' 의 위치로 이동한 후 다시 점 B' 를 중심으로 하는 원의 호를 따라 A'' 의 위치로 이동한다.

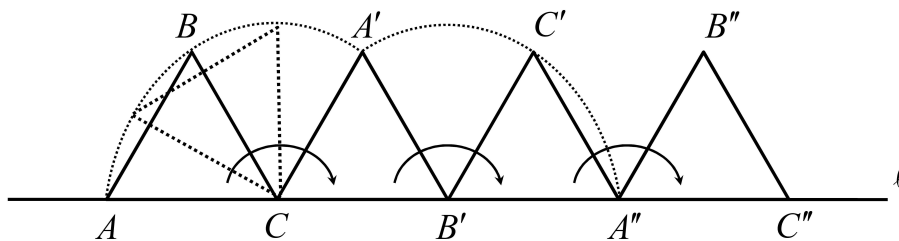


그림 1.

(나)

그림 2와 같이 둘레의 길이가 1인 정사각형 $ABCD$ 가 직선 l 위에서 한 바퀴 굴러 정사각형 $A''B''C''D''$ 의 위치에 도달한다.

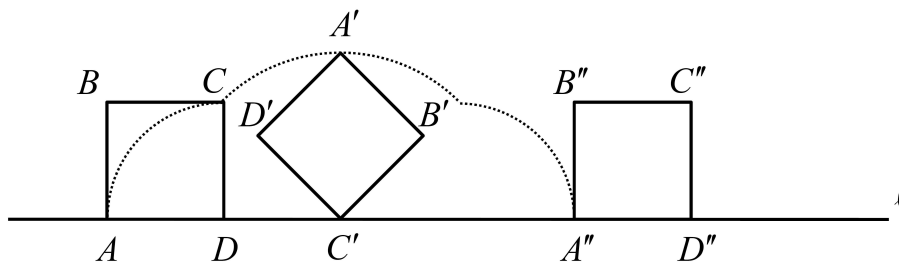


그림 2.

(다)

그림 3에서 원점 O 를 지나는 직선 ℓ 이 세 점 $O, A(2,4,4), B(3,0,3)$ 를 포함하는 평면 α 와 수직으로 만난다. 세 점 O, A, B 를 지나는 원이 직선 ℓ 의 둘레로 각 θ 만큼 회전할 때 호 \widehat{AB} 가 지나가는 영역을 S 라 한다. S 위의 임의의 점 (a,b,c) 를 점 $(a,b,2c)$ 로 대응시켜 얻은 영역을 S' 라 한다.

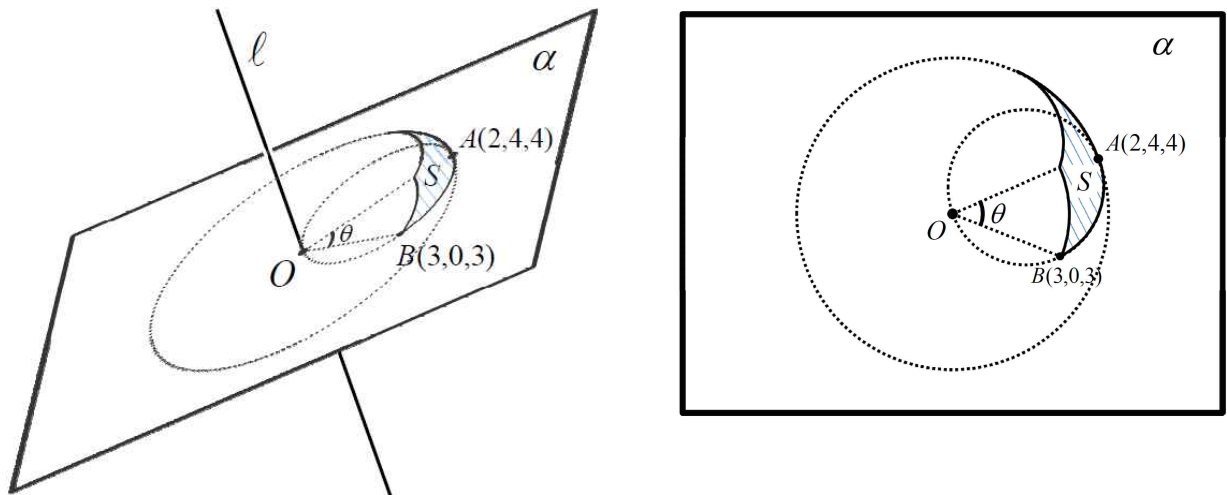


그림 3.

- (a) 제시문 (가)에서 꼭짓점 A 가 움직인 거리를 구하시오.
- (b) 제시문 (나)에서 꼭짓점 A 가 움직인 거리를 구하시오.
- (c) 둘레의 길이가 1인 정 n 각형 $A_1A_2 \dots A_n$ 에서 선분 $\overline{A_kA_n}$ 의 길이를 구하시오. (단, $1 \leq k \leq n-1$)
- (d) 둘레의 길이가 1인 정 n 각형을 직선 위에서 한 바퀴 굴릴 때 한 꼭짓점이 움직인 거리 d_n 과 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} d_n$ 을 구하시오.
- (e) 제시문 (다)에서 내적 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AB}$ 를 구하고 θ 가 2π 일 때 S 의 넓이를 구하시오.
- (f) 제시문 (다)에서 S 의 넓이 $f(\theta)$ 와 S' 의 넓이 $g(\theta)$ 를 구하시오. (단 $0 \leq \theta \leq 2\pi$)

문제 2: 물리 (선택)

(가)

그림 1과 같이 물체 1(질량 m_1 , 속도 v_1)과 물체 2(질량 m_2 , 속도 v_2)가 원형테 내에서 반경이 r 인 원형 궤도를 따라 각각 반시계방향으로 등속 원운동을 하고 있다. 두 물체의 질량비 $\alpha = m_2/m_1$ 는 정수이며, $t=0$ 일 때 물체 1은 $+x$ 축 위의 점에서, 물체 2는 $-x$ 축 위의 점에서 출발한다. 물체 1과 물체 2는 출발 후 원형궤도를 한 바퀴 회전하기 전에 점 P 에서 탄성충돌한다. β 는 y 축과 선분 \overline{OP} 가 이루는 각이다.

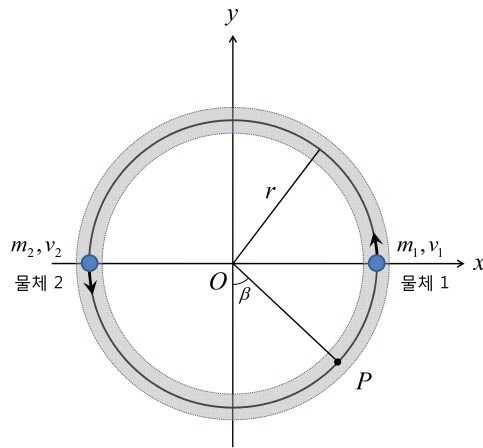


그림 1.

(나)

그림 2에서는 그림 1과 달리 원형테 내 원형궤도를 따라 동일한 질량 m 과 속도 v 를 갖는 두 물체가 $t=0$ 일 때 $+x$ 축 위의 점에서 동시에 출발하여 시계방향과 반시계 방향으로 각각 회전한다. 이와 동시에 원형테도 원점 둘레로 일정한 각속도 ω 로 회전을 시작한다. 두 물체는 $t=t_1$ 에 처음 충돌하고, 그동안 $t=0$ 일 때 $-x$ 축 위에 있던 점 Q 가 이동한 거리를 S 라 한다. 단, 두 물체는 원형테가 한 바퀴 회전하기 전에 충돌한다.

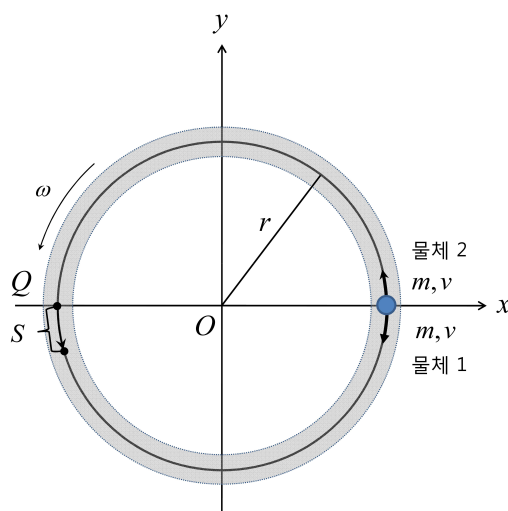


그림 2.

◎ 제시문 (가)를 읽고 아래 물음에 답하시오.

(a) 두 물체가 P 점에서 처음 만날 때 속력비 v_2/v_1 를 β 의 함수로 구하시오.

(b) 두 물체가 $\beta=0$ 인 P 점에서 처음 충돌한 후 물체 1의 운동 방향이 시계방향으로 바뀌기 위한 최소 정수 질량비 α_{\min} 을 구하시오.

(c) 질량비가 $\alpha=5$ 인 두 물체가 $\beta=0$ 인 P 점에서 처음 충돌한 직후 두 물체의 속력 v_1' 와 v_2' 를 v_2 의 함수로 구하시오.

(d) 질량비가 $\alpha=7$ 인 두 물체가 $\beta=0$ 인 P 점에서 처음 충돌한 후부터 두 번째 충돌할 때까지 두 물체가 진행한 거리를 각각 구하시오.

◎ 제시문 (나)를 읽고 아래 물음에 답하시오.

(e) 그림 2에서 거리 S 를 측정하면 각속도 ω 를 알 수 있다. 원형궤도의 반경이 1m인 장치로 거리 S 를 측정하여 각속도를 구하고자 한다. 거리 S 를 1mm 단위로 측정할 수 있다면, $1^\circ/s$ 차이가 나는 두 각속도가 구별되기 위해서는 물체의 속력은 어떤 조건을 만족해야 하는가?

논제 3: 화학 (선택)

(가)

1884년에 프랑스의 화학자인 르샤틀리에는 화학 평형의 이동 현상에 대하여 “어떤 가역반응이 평형상태에 있을 때 농도, 압력 및 온도를 변화시켜 화학 평형이 깨지면 그 변화를 감소시키려는 방향으로 평형이 이동하여 새로운 평형 상태에 도달한다.”라고 발표하였다. 예를 들어, 그림 1과 같이 질소 기체와 용액과의 평형상태에서 압력을 가하여 질소 기체의 부피를 줄이면 단위 부피 속의 질소 분자 수가 증가한다. 질소 기체 분자가 용액 속으로 녹아들어 가면서 증가된 압력을 감소시키는 방향으로 평행이 이동하고, 용액 속의 분자 수가 증가하며 새로운 평형에 도달한다.

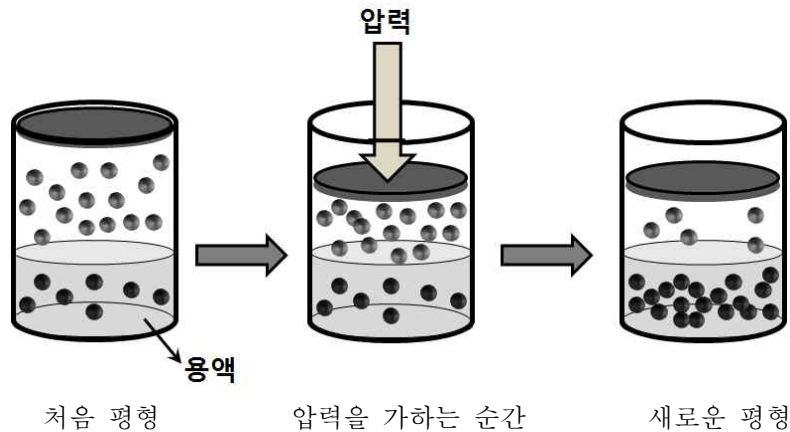


그림 1. 기체에 압력을 가했을 때 평형의 변화

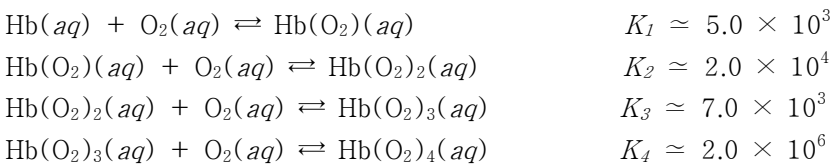
(나)

항상성은 사람의 생명 현상을 유지하는 데 필수적인 것 중 하나이다. 외부의 환경이 변화하더라도 우리 몸은 조절 장치를 통해 최적 생존 조건을 맞추면서 안정한 상태, 즉 항상성을 유지하려 한다. 그러나 외부 환경이 급격히 변할 때는 그 변화에 적응하는 데 오랜 시간이 걸리므로 우리 몸에서는 여러 가지 부작용이 일어난다. 예를 들면 해수면(1 기압)과 같은 지역에 사는 사람이 고지대(에베레스트 정상, 0.4 기압)로 가게 되면 두통, 멀미, 극단적인 피로 등의 증상이 나타나며 심한 경우에는 의식불명에 이를 수 있다. 이를 ‘고산병’이라 부르며, 이 증상은 세포에 산소 공급이 원활하게 이루어지지 못하여 산소결핍이 발생하기 때문이다. 한편 심해 잠수부들은 너무 빠르게 수면으로 나오게 되면 ‘잠수병’이라고 부르는 병이 발생하여 생명이 위험한 상태가 될 수 있다. 이는 잠수부가 수면으로 빠르게 올라오면서 압력이 빠르게 감소하여 혈액 속에 기포가 발생하고, 이 기포가 모세혈관 등을 막아 혈액의 흐름을 방해하기 때문이다. ‘고산병’과 ‘잠수병’의 발생 원인은 서로 다르지만 모두 화학 평형과 관련이 있다.

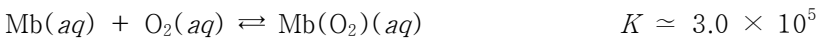
(다)

우리가 주어진 환경에서 생활할 수 있는 이유는 몸속에서 필요한 산소(O₂)의 농도가 일정하게 유지되기 때문이다. 적혈구에 있는 헤모글로빈(Hb)이라는 단백질은 산소와 화학 결합을 하여 산화 헤모글로빈(Hb(O₂)₄)을 생성하여 산소를 운반한다. 산화 헤모글로빈이 모세혈관에 도달하면 산소가 해리되며, 해리된 산소는 거의 모든 세포에서 발견되는 미오글로빈(Mb)이라는 또 다른 산소 운반 단백질과 결합한다. 이렇게 생성된 산화 미오글로빈(Mb(O₂))은 산소를 세포내로 운반하고, 산소는 이산화탄소(CO₂)로 치환된다. 헤모글로빈은 허파에서 산소와 강하게 결합하지만, 모세혈관에서는 해리되어 자발적으로 미오글로빈에게 산소를 내어준다. 1개의 헤모글로빈은 4개의 산소와 결합하고, 1개의 미오글로빈은 1개의 산소와 결합한다. 이러한 현상은 산소의 농도와 관계가 있는데, 산소의 농도가 헤모글로빈과 미오글로빈의 평형에 영향을 주기 때문이다.

헤모글로빈의 산화 반응



미오글로빈의 산화 반응



(a) 강산과는 달리 약산은 농도에 따라 해리도가 변화한다. 예를 들면, 약산인 아세트산($K_a = 1.76 \times 10^{-5}$)은 1 M 용액에서 1% 이하로 해리되지만, 10^{-4} M 용액에서는 34%나 해리된다. 그렇다면 1 M의 어떤 약산 HA($K_a = 1.0 \times 10^{-6}$)가 1 L에서 0.1%가 해리된다고 할 때, 이 용액에 99 L의 물을 첨가하였다면 몇 %의 HA가 해리되는가? 그리고 이와 같이 농도에 따라 해리도가 달라지는 현상을 르샤틀리에 원리를 근거로 논술하시오.

(b) 헤모글로빈(Hb)과 산소(O₂)가 반응하여 산화 헤모글로빈(Hb(O₂)₄)이 되는 전체 화학 반응식 및 전체 평형 상수식을 쓰고, ‘고산병’이 발생하는 이유를 르샤틀리에 원리를 근거로 간단히 논술하시오.

(c) 제시문 (다)의 미오글로빈(Mb) 산화 반응식으로부터 이 반응의 평형 상수식을 구하시오. 그리고 허파(산소의 농도 $\approx 2.0 \times 10^{-4}$ M)와 모세혈관(산소의 농도 $\approx 3.0 \times 10^{-5}$ M) 내의 산화 헤모글로빈과 헤모글로빈의 농도비 및 산화 미오글로빈과 미오글로빈의 농도비를 각각 구하시오.

(d) 문제 (c)의 결과를 이용하여 헤모글로빈이 허파에서는 산소와 강하게 결합하지만, 모세혈관에서는 해리되어 자발적으로 미오글로빈에게 산소를 내어주는 이유를 간단히 논술하시오. 단, 헤모글로빈의 농도와 미오글로빈의 농도는 같다고 가정한다.

(e) 제시문 (나)에서 언급한 ‘잠수병’의 발생을 줄이기 위해 최근에는 잠수부의 공기탱크에 질소와 산소의 혼합기체를 넣는 대신 헬륨과 산소의 혼합기체를 사용한다. 제시문 (가)를 참조하여 헬륨을 사용하는 이유를 추론하시오.

문제 4: 생명과학 (선택)

(가)

우리 장내에 살고 있는 대장균을 포함하여 세균들의 세포벽에는 매우 다양한 형태의 탄수화물 분자사슬들이 존재한다. 이 분자들은 세균의 구조와 기능에 필수적인 반면, 백혈구의 일종으로 항체생산을 담당하는 B림프구가 인식하는 주요한 항원으로 작용하기도 한다.

(나)

병원체에 대한 방어는 비특이적 면역과 특이적 면역으로 구분된다. 특이적 면역은 다시 1차 면역반응과 2차 면역반응으로 구분되는데, 1차 면역반응은 이전에 감염된 적이 없는 항원에 노출되었을 때의 반응으로 며칠의 잠복기를 거쳐 소량의 항체가 생산된다. 이 기간 동안 항체를 만드는 B림프구는 분화/증식하여 일부는 항체를 생산하는 형질세포가 되고 일부는 기억세포가 된다. 2차 면역반응은 재차 침입한 항원을 인식했을 때의 반응으로 기억세포가 빠르게 형질세포로 분화/증식하여 대량의 항체를 생산한다(그림 1).

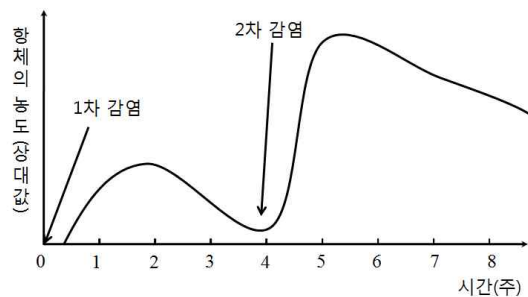


그림 1.

(다)

항원-항체 반응의 좋은 예가 ABO 혈액형 사이의 적혈구 응집반응이다. 적혈구 표면의 항원을 응집원, 이를 인식하는 항체를 응집소라고 부른다. 혈액형 분류 방법 중 수혈 시 중요한 것은 ABO 혈액형과 Rh 혈액형이다. ABO 혈액형과 Rh 혈액형은 모두 단일인자 유전이며 서로에 대해서는 독립적이다.

(라)

ABO 혈액형은 적혈구 세포막에 존재하는 탄수화물 분자사슬인 응집원의 모양에 따라 결정된다. ABO 응집원을 결정하는 유전자는 A, B, O 세 가지 대립 형질을 가지는 복대립 유전자이며 A와 B는 상호 간에 공우성이고 O에 대해서는 우성이다.

A형은 적혈구 표면에 응집원 A를 가지며 혈액 중에 항B 항체를 가진다. B형은 응집원 B를 가지며 항A 항체를 가진다. O형은 응집원 A, B 모두가 없으며 항A와 항B 항체를 가진다. AB형은 응집원 A, B 모두를 가지지만 항A, 항B 항체는 없다.

(마)

Rh- 혈액형도 적혈구 세포막에 존재하는 응집원 D의 유무에 의해 결정된다. 응집원 D를 가지는 Rh+형은 응집원 D가 없는 Rh-형에 대해 우성이다. Rh- 혈액형은 지역과 인종에 따라 큰 차이를 보이는데 유럽인은 Rh- 표현형이 인구의 15% 정도인 반면 아시아인의 경우 1% 미만이다.

Rh-형인 사람은 처음에는 항D 항체가 없지만 Rh+ 혈액을 수혈 받으면 항D 항체가 형성되어 그 뒤로는 Rh+ 혈액을 수혈 받을 수 없다. Rh-형인 여성이 Rh+형인 아이를 임신하는 경우 첫 번째 출산은 정상적이다. 그러나 임신 후반기에 소량의 태아 적혈구가 어머니 혈액으로 넘어올 뿐만 아니라, 출산 과정에서 어머니 혈액이 태아 적혈구에 노출되기 때문에 두 번째 임신부터 어머니의 항D 항체가 태반을 통과하여 Rh+형인 태아의 적혈구를 파괴하는 적아세포증이 생긴다. 이를 예방하기 위해 Rh-형 여성의 첫 임신 28주, 34주, 그리고 출산 직전에 적당량의 항D 항체를 정맥 주사해 준다.

(a) O형 어머니와 AB형 아버지 사이에서 태어난 아이가 가지는 ABO 응집원의 표현형이 아버지와 같을 확률과, Rh-형인 어머니와 Rh+형 아버지 사이에서 태어난 아이가 가지는 응집원 D의 표현형이 아버지와 같을 확률을 각각 백분율(%)로 나타내시오.

(b) 특이적 면역반응의 일종인 항체반응이 나타나기 위해서는 항원에 먼저 노출되어야 한다. 그러나 수혈, 장기이식, 임신 등의 경험이 한 번도 없는 사람이라도 자신과는 다른 ABO 혈액형의 응집원에 반응하는 항체를 갖는다. 그 이유를 제시문 (가)와 (라)에 근거하여 설명하시오.

(c) 문제 (b)에서 자신의 응집원에 반응하는 항체는 만들어지지 않는다. 그 이유는 무엇인가?

(d) A형인 사람에게 항B 항체를 수혈 직전 먼저 정맥주사하고 B형 혈액을 수혈하기로 결정하였다. 이 방법이 수혈을 가능하게 하는데 도움이 될 수 있는가?

(e) 문제 (d)의 답에서 그렇게 판단한 이유를 설명하시오.

(f) Rh-형 여성의 두 번째 임신에서 Rh+형 태아에게 적아세포증이 나타나는 것을 예방하기 위해 첫 아이 임신 후반기에 주사된 항D 항체는 어머니 혈액으로 넘어온 태아 적혈구에 결합하여 태아 적혈구의 파괴를 촉진한다. 항체가 결합된 태아 적혈구를 파괴하는 백혈구는 어떤 세포이며 파괴하는 방법은 무엇인가?

(g) 문제 (f)에서 태아 항원에 대한 어머니의 면역반응이 어떻게 적아세포증 예방에 도움이 되는지를 제시문 (나)에 근거하여 설명하시오.

(h) 첫 출산 때 항D 항체 치료를 받지 않은 Rh-형 여성이 두 번째 Rh+형 아이를 임신한 경우에도 항D 항체 치료가 적아세포증을 방지하는데 도움이 될 수 있는가?

(i) 문제 (h)의 답에서 그렇게 판단한 이유를 설명하시오.