

논술 (자연 A)

※주의사항 : 문제 1은 필수로 풀고 문제 2, 3, 4 중 한 문제를 선택해서 답안을 작성하시오.

문제 1: 수학 (필수)

(가)

그림 1에서와 같이 부등식 $y \leq |x|$ 의 영역에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 내접하고 $y = |x|$ 와 한 점에서 만나는 원의 중심을 D 라 하자.

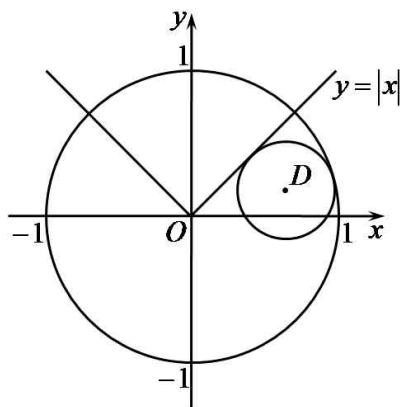


그림 1.

(나)

그림 2에서와 같이 점 $A(t, t^2)$ 가 곡선 $y = x^2$ 위를 움직일 때 점 A 에서 이 곡선과 접하고 x 축과 점 B 에서 접하는 원의 중심을 $C(x, y)$ 라 하고 중심 C 의 자취를 매개변수로 나타내면 $x = f(t)$, $y = g(t)$ 가 된다고 하자.

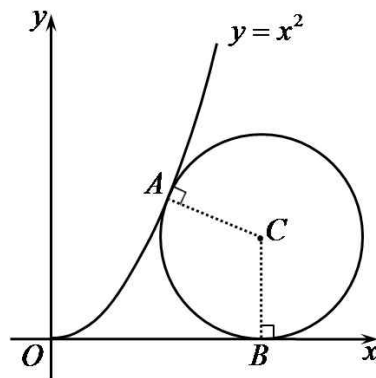


그림 2.

(다)

좌표평면 위의 원점 O 와 세 점 $A_1(1, 0)$, A_2 , A_3 이 다음 조건을 만족한다.

- (㉠) 점 A_2 는 2사분면에 있고 점 A_3 은 3사분면에 있다.
- (㉡) $\angle A_1OA_2 = \alpha$, $\angle A_2OA_3 = \beta$, $\angle A_3OA_1 = \alpha$ 이다.
- (㉢) $|\overrightarrow{OA_2}| = |\overrightarrow{OA_3}| = \frac{1}{\sqrt{3}}$

좌표평면에서 부등식 $y \geq 0$ 의 영역을 원점을 중심으로 θ 만큼 회전이동시켜서 얻어진 영역을 H_θ 라 하고 위치벡터 $\overrightarrow{OA_1}$, $\overrightarrow{OA_2}$, $\overrightarrow{OA_3}$ 중에서 H_θ 에 포함되는 벡터들의 합의 크기를 $L(\theta)$ 라 하자.

-
- (a) 제시문 (가)에서 점 D 의 좌표를 (x, y) 라 할 때 (x, y) 가 만족시키는 방정식을 구하시오.
- (b) 제시문 (나)의 매개변수에 의해서 나타내어지는 함수 $x=f(t)$, $y=g(t)$ 를 구하시오. (단, $t > 0$)
- (c) 문제 (b)에서의 두 함수 $x=f(t)$, $y=g(t)$ 가 $t=0$ 에서 연속이기 위한 함수값 $f(0)$ 과 $g(0)$ 을 각각 구하고 이때 적분값 $\int_0^1 f(t) dt$ 을 구하시오.
- (d) 제시문 (다)의 함수 $L(\theta)$ 를 구하시오. (단, $0 < \theta \leq 2\pi$)
- (e) 제시문 (다)의 함수 $L(\theta)$ 의 최댓값을 가장 작게 만드는 모든 α, β 에 대하여 점 $(\cos \alpha, \cos \beta)$ 를 좌표평면 위에 나타내시오.

문제 2: 물리 (선택)

(가)

물체가 충돌할 경우 일반적으로 비탄성충돌로 인해 에너지를 잃어버린다. 그림 1에서 질량이 m 인 물체 A 가 수평방향으로 초기 속도 v_0 로 오른쪽으로 움직이다가 정지하고 있는 질량이 $2m$ 인 물체 B 와 탄성충돌을 한다. 물체 B 는 탄성충돌을 한 후 중력에 의해 아래쪽으로 힘을 받아 두 벽을 번갈아 부딪치며 아래쪽으로 움직이고 벽과 차례로 P_1, P_2, P_3, \dots 지점들에서 충돌을 한다. 벽과 충돌할 때마다 물체 B 의 수평방향의 속력은 α 배가 되고($0 < \alpha \leq 1$) 충돌로 인한 수직방향의 속도 변화는 없다고 하자. 중력가속도는 g , 두 벽간의 거리는 l 이고, 물체의 크기와 공기저항 및 마찰은 무시한다.

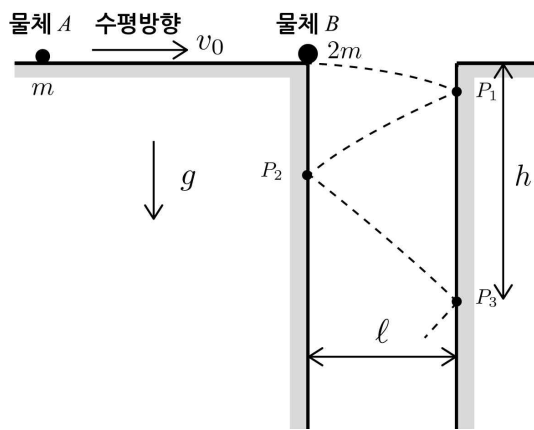


그림 1.

(나)

도체 내부의 자유전자는 열에너지에 의해 매우 빠르게 움직이지만 원자와 반복적으로 충돌하면서 운동 에너지의 일부를 잃게 되고 무질서한 충돌로 인해 전체적인 전류는 0이 된다. 외부에서 전압을 걸어주면 자유전자는 힘을 받아 한쪽 방향으로 가속되지만 무질서한 충돌이 병행되면서 자유전자의 평균 속도의 크기는 매우 작아져 1 mm를 이동하는데 수 초나 걸린다.

◎ 제시문 (가), (나)를 읽고 아래 물음에 답하시오.

- (a) 물체 A 와 충돌 직후 물체 B 의 속력 v_1 을 구하시오. 물체 B 가 충돌 후 지점 P_1 에 부딪힐 때까지 걸린 시간 t_1 을 구하시오.
- (b) 물체 B 와 오른쪽 벽의 두 번째 충돌은 깊이 h 인 지점 P_3 에서 일어났다. 오른쪽 벽에 처음 두 번의 충돌로 전달되는 총 운동량은 어떻게 되는가? 또한 초기 속력 v_0 을 h 및 ℓ 로 나타내시오.
- (c) 충돌 횟수가 증가함에 따라 물체 B 의 속력은 어떻게 변하는지 정량적으로 논술하시오.
- (d) 제시문 (나)에서 전류가 흐르는 도체 내부의 자유전자 이동과 제시문 (가)에 기술된 물체 B 의 운동에는 유사점과 차이점이 있다. 이에 대하여 논술하시오.
- (e) 자유전자의 평균 속도의 크기가 매우 작음에도 불구하고 스위치를 올리면 전등이 즉시 켜지는 이유는 무엇인가?

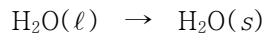
문제 3: 화학 (선택)

(가)

화학자들은 $A + B \rightarrow C + D$ 와 같은 화학 반응식으로 묘사할 수 있는 화합물의 변환 및 이들 간의 평형에 관심을 가진다. 어떤 화학반응이 자발적인지 아닌지는 자유에너지의 변화 ΔG 에 의해 결정되므로, 화학자가 새로운 반응을 고안할 때 ΔG 의 크기와 부호를 미리 아는 것이 중요하다. 예를 들어, 니켈(Ni) 금속은 50°C에서는 일산화탄소(CO)와 반응하여 자발적으로 $\text{Ni}(\text{CO})_4$ 를 형성하는데, 126.8°C(절대 온도 400 K)에서 반응의 ΔG 가 0이 되므로 이 $\text{Ni}(\text{CO})_4$ 의 형성 반응은 126.8°C 미만에서만 진행시켜야 한다.

(나)

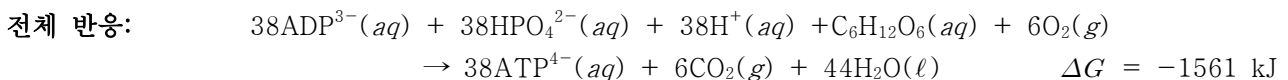
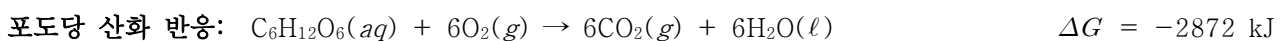
물질의 상태 변화는 자유에너지의 변화 ΔG , 엔탈피의 변화 ΔH , 엔트로피의 변화 ΔS , 평형상수 K 값들의 크기와 부호를 고려하면 쉽게 이해되는 경우가 많다. 예를 들어, 1기압에서 액체 상태인 물은 0°C 이하로 온도를 낮추면 아래 반응식에 따라 고체 상태인 얼음이 된다.



이 반응의 ΔH 와 ΔS 는 모두 음수이고, 온도가 낮아짐에 따라 음의 ΔG 는 그 절대값이 점점 더 커지게 된다.

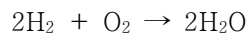
(다)

자유에너지의 변화 ΔG 가 양인 반응의 경우에도 음의 ΔG 를 지니는 다른 반응과 짝을 지음으로써 원하는 반응이 일어나게 유도할 수 있다. 예를 들면, 생체의 에너지 저장 분자인 ATP가 ADP로부터 생성되는 반응의 ΔG 의 부호는 양이므로 자발적으로 일어나지 않는다. 그러나 이 반응을 자발적인 생체 내 포도당의 산화 반응과 짝을 지으면 포도당 한 분자의 산화를 이용하여 38개의 ATP 분자를 생성할 수 있다.



(라)

상온에서 수소분자는 산소분자와 자발적으로 반응하여 물 분자를 만든다.



이 반응의 역반응인 물 분해 반응은 당연히 상온에서 비자발적이다. 현재 수많은 화학자들이 태양광에너지를 이용하여 물을 분해하고 수소를 얻는 새로운 기술을 개발하고 있다. 이 새로운 기술은 식물이 태양광에너지를 이용하여 이산화탄소와 물로부터 포도당을 합성하는 광합성을 모방한 것이다.

◎ 제시문 (가), (나)를 읽고 논술하시오.

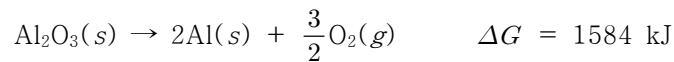
(a) 제시문 (나)에서 언급된 반응의 ΔH 와 ΔS 가 모두 음수인 이유를 설명하시오.

(b) 제시문 (나)에서 언급된 반응의 경우 온도가 낮아짐에 따라 ΔG 의 절대값이 더 커지는 이유를 ΔG , ΔH , ΔS 간의 관계를 이용하여 논술하시오. 이 반응의 ΔH 와 ΔS 는 온도의 변화에 영향을 받지 않는다고 가정하시오.

(c) 제시문 (가)에서 언급된 반응 $\text{Ni}(s) + 4\text{CO}(g) \rightleftharpoons \text{Ni}(\text{CO})_4(g)$ 에서 ΔH 의 절대값이 160 kJ로 측정되었다. 이 반응의 ΔH 와 ΔS 는 온도의 변화에 영향을 받지 않는다고 가정하고, 226.8°C(절대 온도 500 K)에서의 ΔG 의 값을 구하시오(ΔH 의 부호에 유의하시오).

◎ 제시문 (가), (다), (라)를 읽고 논술하시오.

(d) 알루미늄(Al)은 상온에서 산소와 반응하여 순식간에 산화알루미늄(Al_2O_3)을 형성한다. 그 역반응은 양의 ΔG 값을 가지므로 자발적이지 않다.



제시문 (다)의 예와 같이 위의 알루미늄(Al) 산화 반응과 아래의 반응을 짝을 지어, 산화알루미늄(Al_2O_3)과 탄소(C)를 반응시켜 금속 알루미늄(Al)을 생성하는 것이 가능한지 논술하시오.



(e) 제시문 (라)에서 태양광에너지는 물 분해 반응이 상온에서 자발적으로 일어나게 하는데 중요한 역할을 한다. 태양광에너지의 유무가 물 분해 반응에 끼치는 영향을 열역학적 관점에서(ΔG , ΔH , ΔS 간의 관계를 이용하여) 간단히 논술하시오.

문제 4: 지구과학 (선택)

(가)

‘마그마’는 지구 내부에서 암석이 부분적으로 용융되어 형성된다. 암석의 용융점은 지구 내부의 온도, 압력, 물의 존재 등에 의해 변한다. 판의 발산 경계에서는 해령에서 마그마가 상승하여 새로운 해양지각이 형성된다. 반면에 해양판과 대륙판의 수렴 경계에서는 주로 섭입되는 판의 암석과 퇴적물에서 방출된 물의 영향에 의해 마그마가 형성된다.

지구 내부에서 생성된 마그마가 상승하여 지표로 분출되는 현상을 ‘화산활동’이라 하고, 지표로 분출된 마그마를 ‘용암’이라 부른다. 지구 역사를 통하여 화산활동은 기후에 큰 영향을 주었다. 또한 폭발성 화산 분출은 인류에게 큰 피해를 초래하였다. 대표적으로 1815년에 일어난 인도네시아 탐보라 화산 폭발은 수만 명의 인명피해를 유발한 자연재해로 기록되었다. 화산분출물로는 용암, 화산쇄설물과 수증기, CO₂, SO₂, HCl 등의 기체성분이 있다.

1991년 6월 필리핀의 수도 마닐라의 북서쪽에 위치한 피나투보 화산이 폭발하여 화산분출물이 약 34 km 고도까지 상승하였으며, 이후 약 2년 동안 지구의 평균기온이 하강하였다(그림 1). 2010년 4월 아이슬란드의 에이야프얄라요쿨 화산이 폭발하여 화산분출물이 약 9 km 고도까지 도달하였으며, 그 영향으로 유럽 지역의 항공기 운항이 대거 취소되는 등 피해가 발생하였다. 그림 2는 피나투보 화산과 에이야프얄라요쿨 화산의 위치를 보여준다.

(나)

영화 ‘설국열차’에서는 지구온난화를 해결하기 위하여 ‘특수 화학물질’을 대기 중에 살포하였으나, 오히려 예상치 못한 지구 온도의 급속한 하강으로 빙하가 닥치는 큰 재앙이 초래되었다. 이 영화는 제시문 (가)와 같은 지구과학적 원리에 근거하여 지구온난화 문제를 해결하려 했던 인류의 시도가 오히려 큰 재해를 초래한다는 상상을 기반으로 하였다.

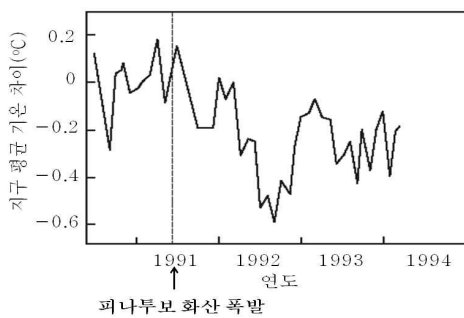


그림 1. 1991~1993년 지구 평균기온 변화

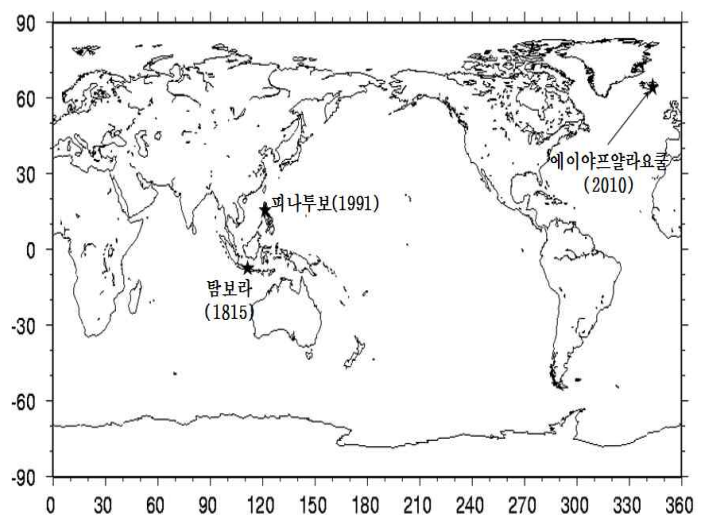


그림 2. 주요 화산들의 위치와 폭발 연도

◎ 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 다음 질문에 답하시오.

(a) 피나투보 화산과 에이야프얄라요쿨 화산의 마그마가 각각 지구 내부 어느 부분에서 형성되었으며, 어떤 암석에서 유래하였고, 어떤 과정을 통하여 형성되었는지 제시문 (가)에 근거하여 설명하시오.

(b) 위의 두 화산을 형성하는 마그마의 점성도 차이를 비교하고, 마그마로부터 형성되는 규산염 사면체로 이루어진 광물의 결정구조(골격형태)와 연관지어 그 이유를 설명하시오.

(c) 위의 두 화산이 폭발했을 때 어떤 화산이 전 지구적 기온 하강에 더 큰 영향을 주는지 판단하고, 마그마의 성질과 관련하여 그 근거를 제시하시오.

(d) 제시문 (가)는 지구의 역사에서 화산활동이 기후에 큰 영향을 주었다고 설명하고 있다. 화산활동이 어떻게 지구의 기후에 영향을 주었는지 설명하시오.

(e) 영화 ‘설국열차’에서 사용된 가상의 ‘특수 화학물질’은 화산분출물 중 어떤 물질과 화학적 특성이 가장 유사할지 추정하고 그 이유를 설명하시오.

(f) UN 기후변화협약에서 지구의 과잉 온난화를 방지하기 위해 어느 한 지역을 선택해 ‘특수 화학물질’을 대기 중에 살포하기로 결정했다고 가정하자. ‘특수 화학물질’의 작용이 지구 전체에 가장 빠르게 나타나 그 효과가 최대가 되도록 하려면 어느 지역에 살포하는 것이 가장 적절한가? 지역(예: 북극, 남극, 고위도, 중위도, 저위도, 적도)을 선택하고, 그 선택에 대한 과학적 이유를 설명하시오.