논 술 (자연계 A)

※ 주의사항: 논제 1, 2는 필수로 풀고, 논제 3, 4, 5, 6 중 두 논제를 선택해서 답안을 작성하시오.
단, 답안에 자신을 드러내는 표현을 쓰지 말고 답안지의 테두리선을 벗어나지 말 것.

(가)

두 함수 f와 g는 정의역과 공역이 모두 양의 실수 전체의 집합인 연속함수이다. 함수 f는 정의역의 모든 점에서 양의 미분계수를 갖는다. **그림 1**과 같이 임의의 양수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $F(t, f(t))$에서의 접선과 x축이 이루는 예각의 크기는, 원점과 점 $G(t, g(t))$를 잇는 선분과 y축이 이루는 예각의 크기와 같다.

(나)

세 양수 a, b, c가 $a<b<c$를 만족할 때 a와 b의 산술평균을 d라 하고 b와 c의 산술평균을 e라 하자. **그림 2**와 같이 곡선 $y=\frac{1}{2}x^2$ 위의 세 점 $A(a, \frac{1}{2}a^2)$, $B(b, \frac{1}{2}b^2)$, $C(c, \frac{1}{2}c^2)$에 대하여 두 직선 AB와 BC가 이루는 예각의 크기를 α라 하고, 직선 $y=1$ 위의 두 점 $D(d,1)$, $E(e,1)$에 대하여 두 직선 OD와 OE가 이루는 예각의 크기를 β라 하자.

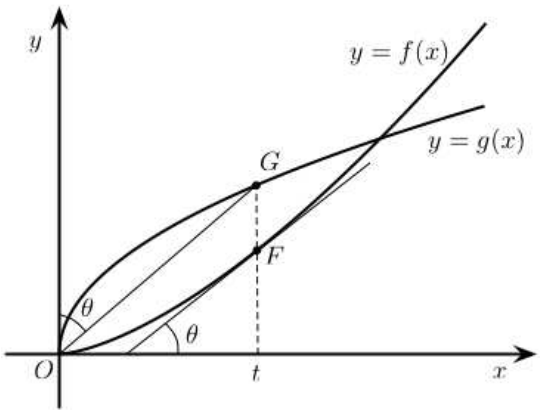


그림 1

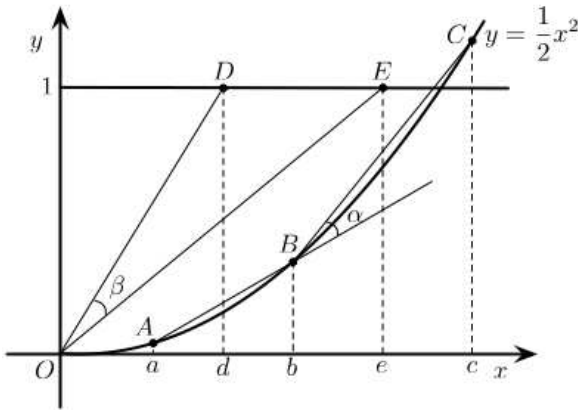


그림 2

논제 1. (필수) 위의 제시문 **(가)**와 **(나)**를 읽고 다음 질문에 답하시오.

(a) 제시문 **(가)**에서의 두 함수 f와 g 사이의 관계식을 구하고, 함수 g가 상수함수 $g(x)=1$일 때의 함수 f를 구하시오.

(b) 논제 1(a)의 결과를 이용하여 제시문 **(나)**의 α와 β 사이의 관계를 도출하시오.

(다)

그림 3과 같이 좌표공간에 중심이 $B(t,0,1)$이고 반지름이 1인 구가 있다. 점 $A(0,0,3)$에 고정된 점광원에 의해 xy평면에 그림자가 생긴다. 그림자의 가장자리의 한 점과 A를 잇는 직선 위의 한 점을 $P(x,y,z)$라고 한다.

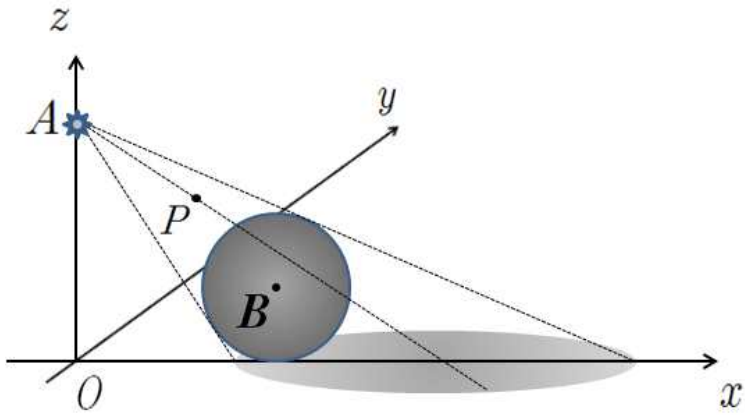


그림 3

논제 2. (필수) 위의 제시문 **(다)**를 읽고 다음 질문에 답하시오.

(a) P와 A가 서로 다른 점일 때, $\sin(\angle PAB)$를 t만의 식으로 나타내시오.

(b) 점 $P(x,y,z)$의 좌표가 만족하는 방정식을 찾으시오.

(c) 구의 그림자의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim_{t\to\infty}(S(t)-f(t))=0$을 만족하는 다항함수 $f(t)$를 찾으시오.

(라)

그림 4와 같이 질량 M인 물체 1이 마찰이 없는 바닥 위에서 반경 R인 원형 레일을 따라 반시계 방향으로 v의 속력으로 원운동을 하고 있다. 물체 2의 질량은 m이며, 원의 중심좌표는 $(x, y, z) = (0, 0, 0)$으로 주어진다. 물체 1은 시간 $t = 0$ s에서 좌표 $(-R, 0, 0)$을 통과하고, 물체 2는 $t = 0$ s에서 좌표 $(-R, 0, H)$인 지점에서 수직으로 자유낙하한다. 물체 2는 바닥에 도달할 때마다 바닥과 이상적인 완전 탄성 충돌을 한 후 다시 수직 방향으로 올라간다. 원형 레일의 크기와 물체 1 및 물체 2의 크기는 무시한다. 중력가속도 값은 $g = 10$ m/s^2 으로 주어진다.

(마)

그림 5와 같은 보어의 원자 모형으로 잘 설명되는, 질량이 m이고 속력이 v인 수소원자를 생각하자. 수소원자 내 전자의 역학적 에너지는 양자수 n에 따라 $E_n = -14\dfrac{\text{eV}}{n^2}$, $n = 1, 2, 3, \cdots\cdots$으로 주어진다. 전자는 광자 하나를 흡수 또는 방출하며 에너지 준위(전자궤도) 사이를 전이할 수 있다. 또한 $n = 1$ 준위와 $n = 2$ 준위 사이의 에너지 차이를 $\Delta E = E_2 - E_1$이라 하면, 두 준위 사이의 공명주파수는 $f_0 = \Delta E/h$이다. 주파수 $f = f_0$인 광자 하나가 수소원자에 순간적으로 흡수되면 전자의 에너지는 E_1에서 E_2로 증가한다. 이후 전자는 $\tau = 2\times10^{-9}$ s 후에 주파수가 f_0인 광자를 무작위 방향으로 방출하고 $n = 1$ 준위로 전이한다. 광자는 지연 없이 연속적으로 수소원자에 흡수되고 수소원자의 속도와 상관없이 $f = f_0$의 공명 조건이 항상 만족한다고 하자. 이 경우 $+z$ 방향으로 진행하는 N개(N은 큰 자연수)의 광자가 흡수되고 방출될 때 무작위 방향으로 방출되는 광자들에 의한 수소원자의 평균적인 운동량 변화는 0으로 가정한다. 주파수가 f인 광자의 운동량은 $\dfrac{hf}{c}$이며 물리상수 값들은 다음과 같이 주어진다. 1 eV = 2×10^{-19} J, $m = 2\times10^{-27}$ kg, 플랑크 상수 $h = 7\times10^{-34}$ J·s, 빛의 속력 $c = 3\times10^{8}$ m/s.

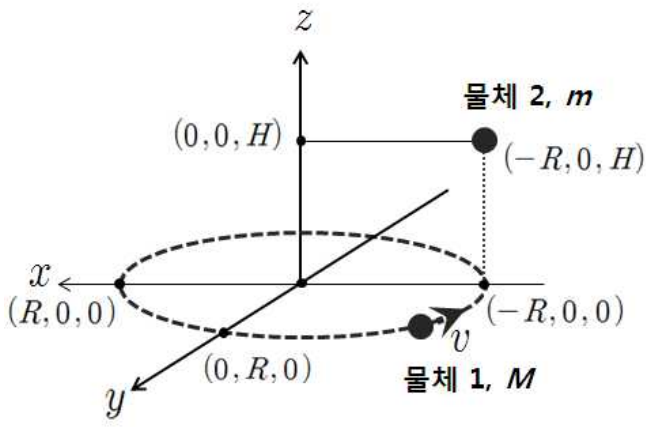


그림 4

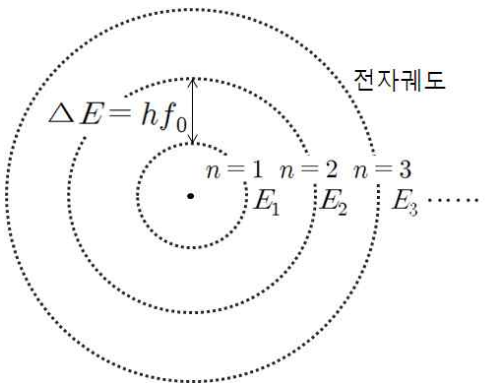


그림 5. 보어의 수소원자 모형

논제 3. (선택) 위의 제시문 **(라)**와 **(마)**를 읽고 다음 질문에 답하시오.

(a) 제시문 **(라)**에서 물체 2가 바닥에 세 번째 도달할 때의 시간이 $t=5$ s이다. 같은 시간에 물체 1이 반경 $R=H/5$인 원형 레일을 25회 회전하고 원형 레일이 순간적으로 제거된 후 좌표 $(-R,0,0)$에서 두 물체가 처음으로 충돌하였다면, 물체 1의 속력은 얼마인지 값을 구하시오.

(b) 논제 **3(a)**에서 물체 1과 물체 2의 질량이 $M=m=1$ kg으로 같고, 두 물체는 좌표 $(-R,0,0)$에서 완전 비탄성 충돌을 한 후 바닥에서 튕겨 나간다. 두 물체가 완전 비탄성 충돌을 한 직후 물체의 운동량의 크기는 얼마인지 값을 구하시오.

(c) 제시문 **(마)**에서 주파수 $f=f_0$을 가진 광자 하나가 $+z$ 방향으로 진행하다가 정지되어 있던 수소원자에 흡수되었다. 그 직후 수소원자의 속력 v의 값이 얼마인지 구하시오.

(d) 제시문 **(마)**에서 $t=0$ s일 때, 원점으로부터 $-z$ 방향으로 속력 $V=1800$ m/s로 운동하고 있는 수소원자 내의 전자는 $n=1$ 준위에 있다. $+z$ 방향으로 N 개의 (N은 큰 자연수) 광자가 연속적으로 흡수되어 수소원자의 운동 방향이 $+z$ 방향으로 바뀌기 직전까지 경과한 시간 T와 이동한 거리 S는 얼마인지 구하시오. 이때 수소원자의 평균 가속도 α는 제시문 **(라)**에 주어진 중력가속도 g의 몇 배인지 구하시오.

(바)

화합물의 정확한 구조를 규명하기 위하여 화학자는 핵자기공명법, 적외선분광법, 질량분석법 등의 다양한 기기분석법을 이용하여야 한다. 그러나 때로는 색이 변하는 간단한 화학반응(지시반응)을 이용하여 연구 대상 화합물 내의 특정한 화학작용기의 존재 유무를 판단하기도 한다.

보라색을 띠는 강한 산화제인 MnO_4^-는 묽은 수용액상에서 유기화합물의 탄소-탄소 이중결합에 두 개의 OH 작용기를 첨가할 수 있다. 예를 들어 이 물질은 이중결합을 지니고 있는 탄화수소 C_6H_{12}와 반응하여 화합물 $C_6H_{14}O_2$를 형성하며 자신은 갈색을 지니는 MnO_2로 변한다. 이 물질은 탄소-탄소 이중결합을 지니고 있지 않은 포화탄화수소와는 아무런 반응을 일으키지 않으며 그 자신의 색깔도 보라색으로 유지한다. 단 이러한 지시반응을 이용할 때는 탄소-탄소 이중결합이 없으나 다른 작용기를 지닌 유기화합물도 MnO_4^-와 반응하여 MnO_2를 형성할 수 있다는 점을 유의하여야 한다.

(사)

이상기체 조건에서 기체분자의 평균운동에너지 ($\frac{1}{2}mu^2$, m : 기체 한 분자의 질량, u : 기체분자 평균속도)는 기체분자의 종류에 상관없이 한 분자당 $\frac{3RT}{2N_A}$ (R : 이상기체 상수, T : 절대온도, N_A : 아보가드로 수)의 값을 가진다. 즉 $\frac{1}{2}mu^2 = \frac{3RT}{2N_A}$ 의 관계식을 만족한다. 그리고 같은 온도에서 기체분자의 확산속도 V는 기체분자의 평균속도 u에 정비례한다.

(아)

어떤 화학자가 미지의 분자 X에 대하여 원소분석법을 실시하여 이 분자는 탄소와 수소만으로 이루어져 있는 탄화수소화합물이며 C:H 비가 1:2라는 것을 발견하였다. 또한, 동일한 조건에서 분자 X의 기체확산속도가 C_2H_4분자의 $\frac{1}{\sqrt{2}}$배라는 것과 MnO_4^-의 묽은 수용액에 분자 X를 첨가하였을 때 용액의 색깔이 보라색에서 갈색으로 변한다는 것을 밝혔다. 이 실험을 마친 화학자는 '이 분자의 탄소-탄소 이중결합은 하나다.'라고 결론지었다.

(자)

루미놀(luminol)이라는 유기화합물은 범죄 현장의 혈흔을 찾아내는 데 아주 유용하다. 루미놀과 과산화수소(H_2O_2)의 혼합용액을 혈흔에 뿌려 주었을 때 혈액에 존재하는 미량의 금속이온이 과산화수소를 분해하여 활성산소를 형성하고 이 활성산소가 루미놀 분자를 분해하는데, 이 분자가 분해될 때 어둠 속에서 아주 밝은 빛을 발한다. 범죄자가 혈흔을 아무리 꼼꼼히 닦아 내더라도 완벽히 제거하는 것은 어려우므로 루미놀을 이용한 혈흔 감지는 아주 유용한 범죄 감식 기법이다. 다만 범죄 감식 현장의 경찰관이나 법의학자는 피가 아닌, 생체에서는 발견될 수 없는 다른 물질에 의해서도 과산화수소가 쉽게 분해되어 활성산소를 생성할 수 있다는 점을 고려해야 한다.

논제 4. (선택) 위의 제시문 **(바)**~**(자)**를 읽고 다음 질문에 답하시오.

(a) 산화제 MnO_4^-와 탄화수소화합물 C_6H_{12} 간의 산화-환원 반응식을 완성하시오(반응이 염기성 용액에서 일어난다고 가정하고 모든 풀이 과정을 보이시오.).

(b) 제시문 **(사)**에 주어진 조건을 이용하여 기체분자의 분자량 M과 기체분자 평균속도 u간의 관계를 구하고, 이를 이용하여 제시문 **(아)**의 미지의 분자 X의 분자량을 구하시오(미지의 분자 X와 C_2H_4는 이상기체의 성질을 가진다고 가정하시오.).

(c) 논제 **4(a)**의 MnO_4^- 와 탄화수소화합물 C_6H_{12} 간의 산화-환원 반응식을 이용하여 MnO_4^-와 미지의 분자 X 간의 반응식을 쓰시오.

(d) 제시문 **(바)**와 **(자)**의 공통적인 요지를 100자 이내로 쓰시오.

(e) 화학자가 미지의 분자 X 내의 탄소-탄소 이중결합의 개수를 한 개라고 결정할 수 있었던 근거를 추론하시오.

(차)

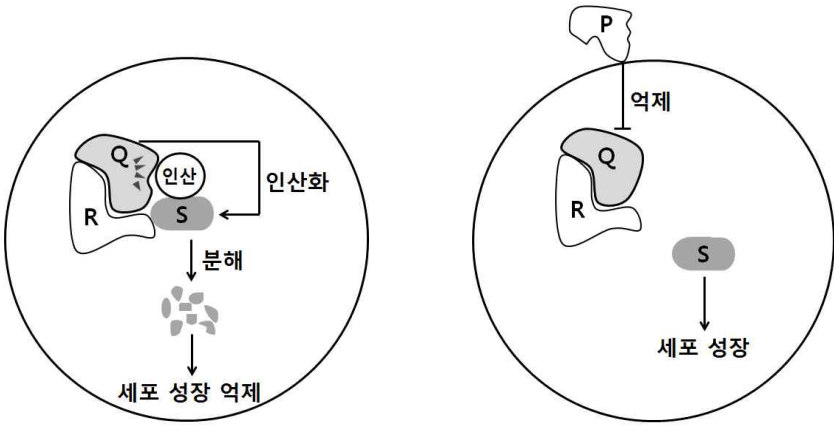
암의 발생에 중요한 역할을 하는 '발암유전자'와 '암억제유전자'는 상반된 기능을 한다. 정상유전자가 돌연변이 또는 유전자 증폭에 의해 발암유전자가 되면, 비정상적으로 높은 활성의 단백질이 발현되거나 과량의 단백질이 발현되어 암세포가 된다. 반면, 세포의 무절제한 성장을 억제하는 암억제유전자가 돌연변이 또는 유전자 결실에 의해 기능을 상실하면 암이 발생한다. 발암유전자는 우성적으로 작용하며, 돌연변이 또는 결실된 암억제유전자는 열성적으로 작용한다.

(카)

세포의 성장은 성장인자, 호르몬 등의 자극에 의해 조절되며, 이러한 자극에 의해 세포 내 다양한 단백질들이 활성화 또는 불활성화된다. 세포 성장을 조절하는 단백질 중 인산화효소(기질에 인산기를 붙여 주는 효소)와 탈인산화효소(기질의 인산기를 떼어 주는 효소)가 중요한 역할을 하며 이들 효소들은 성장인자의 자극에 반응하여 세포의 성장을 촉진 또는 억제한다.

(타)

대장 상피세포는 성장인자 P에 의존하여 성장한다. **그림 6**과 같이, 인산화효소 Q, 단백질 R, 성장유도단백질 S는 서로 결합하여 세포 성장을 조절한다. 성장인자 P가 없을 때, 효소 Q는 활성화되며 활성화된 Q는 단백질 S를 인산화하여 분해를 유도함으로써 세포 성장이 억제된다. 세포가 성장인자 P의 자극을 받으면 효소 Q가 불활성화되며 단백질 S를 분해시키지 못하고 축적된 단백질 S에 의해 세포 성장이 촉진된다. 단백질 R은 Q와 S를 결합시켜 주는 역할을 한다.



성장인자 P의 자극이 없을 때 성장인자 P의 자극이 있을 때

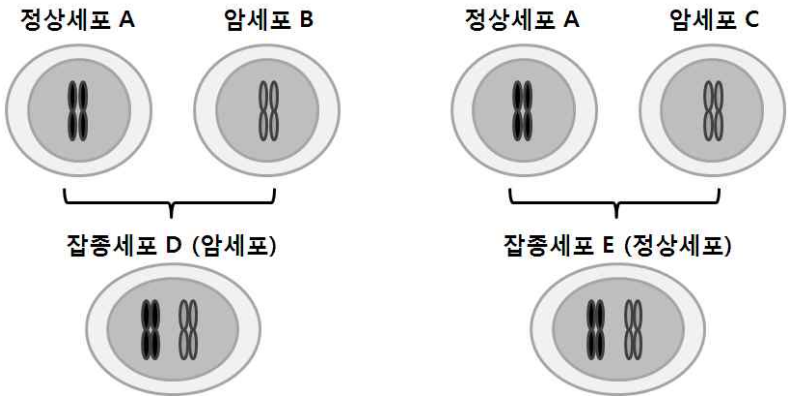
그림 6

(파)

정상세포에서는 암억제단백질 X가 단백질 Y의 생성을 촉진하며 생성된 Y가 다시 X와 결합하여 X를 분해시키는 이른바 음성되먹임작용이 작동한다. 따라서 단백질 X는 정상세포에서는 매우 적은 양으로 유지되며 세포 성장을 억제하지 않는다. DNA가 손상을 받게 되면 단백질 X는 인산화효소 Z에 의해 인산화되고, 인산화된 X는 Y와 결합하지 못한다. 그 결과 단백질 X는 분해되지 않고 축적되어 세포 성장을 억제한다. 암억제단백질 X를 암호화하는 유전자 X가 결실 또는 돌연변이에 의해 기능을 상실하면 비정상세포의 성장을 억제하지 못하여 암세포가 발생한다.

논제 5. (선택) 위의 제시문 **(차)**~**(파)**를 읽고 다음 질문에 답하시오.

(a) 정상세포와 암세포를 융합하여 잡종세포를 만드는 실험을 하였다. 아래 그림과 같이 정상세포 A와 암세포 B를 융합시켜 잡종세포 D를 만들고, 정상세포 A와 암세포 C를 융합시켜 잡종세포 E를 만든 결과, 잡종세포 D는 암세포가 되었고 잡종세포 E는 정상세포가 되었다. 제시문 **(차)**에 근거하여 B, C, D, E 세포의 특성에 대하여 설명하고 그 이유를 논술하시오.



(b) 제시문 **(타)**에서 단백질 S를 암호화하는 유전자가 정상이라면, 대장 상피세포가 비정상적인 성장을 하여 암세포가 될 수 있는 경우를 나열하고 제시문 **(차)**, **(카)**, **(타)**에 근거하여 이유를 설명하시오.

(c) 암억제유전자 X가 정상인 두 종류의 세포 1과 2가 있다. 두 세포를 방사선에 노출하여 배양한 후 세포의 특성을 검사한 결과, 세포 1은 정상세포의 특성을 유지하였고 세포 2는 암세포로 형질이 전환되었다. 두 세포의 모든 인산화효소의 기능은 정상이었다. 암억제유전자 X가 정상임에도 불구하고 세포 2가 암세포로 형질전환될 수 있는 이유들을 제시문 **(차)**, **(카)**, **(파)**에 근거하여 추론하시오.

(하)

○ 다양한 원소로 구성된 화합물인 광물이 모여 다양한 조성을 갖는 암석이 되며, 이러한 암석은 지각을 이룬다.

○ 지각물질의 풍화작용은 토양 생성뿐 아니라 자연수(물)의 화학조성(수질)을 지배하는 매우 중요한 지질 과정이다. 암석을 구성하는 주요 조암광물의 화학적 풍화는 물과 용존된 CO_2에 의한 용해 반응으로 생각할 수 있다. 지각에서 가장 풍부한 조암광물인 규산염광물의 화학적 풍화는 다음과 같이 요약할 수 있다.

<규산염광물의 풍화 반응>

1) 반응식

(Na, K, Ca, Mg)규산염광물 + CO_2(g) + H_2O →

2차 규산염광물(점토광물) + 양이온(Na^+, K^+, Ca^{2+}, Mg^{2+}) + H_4SiO_4(규산) + HCO_3^-

예를 들어, 장석이 고령토로 풍화되는 반응은 다음과 같다.

$2(Na, K, Ca)AlSi_3O_8$(장석류) + $2CO_2$ + $11H_2O$ →

$Al_2Si_2O_5(OH)_4$(고령토) + $2(Na, K, Ca)^+$ + $4H_4SiO_4$ + $2HCO_3^-$

Mg 감람석이 풍화되는 반응은 다음과 같다.

Mg_2SiO_4(감람석) + $4CO_2$ + $4H_2O$ → $2Mg^{2+}$ + H_4SiO_4 + $4HCO_3^-$

2) 위 반응들의 평형상수(K)는 온도가 증가할수록 커진다.

○ 화학적 풍화과정 중 암석(또는 광물)을 구성하는 원소들은 2차 규산염광물(고체상)에 잔류하려는 경향을 갖거나 또는 물에 용해되려는 경향을 갖는다. **표 1**은 어느 지역의 암석과 토양(암석의 풍화 산물)의 화학조성을 분석한 결과이다.

산화물	암석 (A)	토양 (B)	B/A
SiO_2	71.54	55.07	0.77
Na_2O	3.84	0.05	0.01
K_2O	3.92	0.14	0.04
CaO	2.08	0.16	0.08
MgO	0.77	0.33	0.43
Al_2O_3	14.62	26.14	1.79
FeO^* (= $FeO+Fe_2O_3$)	2.33	6.25	2.68
TiO_2	0.26	1.03	3.96
H_2O	0.32	10.39	32.47
CO_2	0.14	0.36	2.57
합계	99.82	99.92	–

표 1. 암석과 토양의 화학조성(단위: 질량 %).
FeO^*는 총 철산화물을 나타냄

논제 6. (선택) 위의 제시문 **(하)**를 읽고 다음 질문에 답하시오.

(a) 광물의 용해에 대한 아래 설명과 **표 1**을 활용하여, 지각물질의 화학적 풍화과정 중 물에 쉽게 용해되지 않는 대표적인 원소 네 가지를 기재하고, 그 이유를 원자 간 결합 특성의 측면에서 설명하시오.

<광물의 용해 과정>
1) 물 속에서 광물의 용해는 극성분자인 물 분자(H_2O)와의 수화와 가수분해 반응으로 설명할 수 있다.
2) 광물 표면에서 광물-물 반응이 일어날 때, 광물을 구성하는 원자 중 (+) 전하를 띠는 금속 원소(Me이라 함)나 Si는 물 분자 중 (-) 전하를 띠는 산소(O) 원자와 정전기적으로 결합하려 한다. 그러므로 Me-O나 Si-O 사이의 결합 특성은 광물의 분해(즉, 용해) 정도와 밀접하게 관련된다.

(b) 위 제시문에 기술한 규산염광물의 풍화 반응식을 보고, 규산염광물의 화학적 풍화를 촉진할 수 있는 여러 환경 인자에 대하여 논리적으로 설명하시오. 또한 이를 논제 **6(a)**의 결과와 결부지어, 알루미늄 원광석인 보크사이트(깁사이트인 $Al(OH)_3$가 풍부)나 라테라이트 토양($Fe(OH)_3$ 등 산화철 광물이 풍부)이 생성되는 환경(기후 특성)을 논리적으로 추론하시오.

(c) 아래 **그림 7**은 서로 다른 화성암이 분포하는 여러 지역에서의 지하수 분석 결과를 나타낸다. **표 2**는 상온·상압에서의 주요 조암광물(규산염광물)의 풍화 속도를 보여 준다. 단, 풍화 반응 외에 수질을 조절하는 다른 요인은 없다고 가정한다.

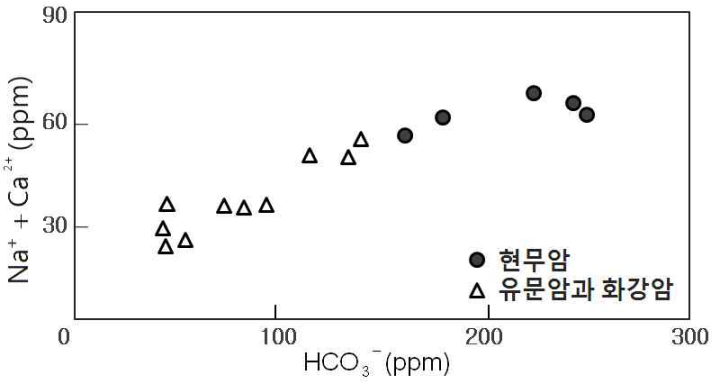


그림 7. 서로 다른 화성암이 분포하는 여러 지역에서의 지하수 화학조성

광물	직경 1 mm인 구형의 광물이 완전히 용해(풍화)되는 데 걸리는 시간(단위: 년)
석영	34,000,000
K 장석	921,000
Na 사장석	575,000
Na-Ca 사장석	80,000
흑운모	900,000
휘석	6,800
Mg 감람석	2,300

표 2. 규산염광물의 용해 속도 <출처: Drever, 1997>

i) 화성암의 종류(즉, 구성광물 차이)에 따라 지하수의 화학조성(수질)은 일반적으로 어떻게 달라지며, 그 이유는 무엇인지 설명하시오.

ii) 장석류 광물들의 풍화 특성을 참고하여, 화강암, 섬록암, 반려암 분포 지역의 지하수의 화학조성의 차이(특히 양이온의 총 함량 및 이온 간 조성비)를 추론하시오.

(d) 오래된 비석은 화성암을 이용한 경우가 많다. 화석연료의 연소로 인하여 대기오염이 매우 극심한 지역에 있는 비석의 글자가 비오염 지역의 것에 비해 쉽게 망실되는 이유를 논리적으로 설명하시오.